

UNIVERSIDAD PRIVADA DE TACNA

FACULTAD DE INGENIERIA

ESCUELA PROFESIONAL DE INGENIERIA CIVIL



**TESIS PARA OPTAR EL TITULO PROFESIONAL
DE INGENIERO CIVIL**

**“ANÁLISIS Y DISEÑO DE LOSAS BIDIRECCIONALES SEGÚN EL
CÓDIGO ACI 318S-11”**

ELABORADO POR:

Bach. Ing. Civil ALESSANDRA REYES FRISANCHO

TACNA – PERÚ

2016



AGRADECIMIENTOS

Gratitud, mágica palabra que resume mis sentimientos para todas aquellas personas que con dedicación e inteligencia me han conducido a la meta, ser Ingeniero Civil.

A mis padres ya que sin su apoyo no hubiera podido conseguir nada en mi vida, son los mejores padres del universo, los quiero mucho.

Al Ing. José Acero Martínez, por su asesoramiento gran apoyo y motivación para la elaboración y culminación de esta tesis.

DEDICATORIA

Dedico primeramente mi trabajo a Dios, por permitirme llegar a este momento tan especial en mi vida, por haberme dado fortaleza en momentos difíciles que me han enseñado a valorarlo cada día más.

A mis padres, Luz y Víctor, por su amor, comprensión, entrega y sacrificio durante el trayecto de mi vida. Desde que nació e incluso antes de ello, ustedes estaban buscando maneras de ofrecerme lo mejor. Me han dado todo lo que soy como persona, mis valores, mis principios, mi perseverancia, mi coraje para conseguir mis objetivos.



RESUMEN

En las construcciones de concreto armado las losas se utilizan para proporcionar superficies planas y útiles, originalmente los sistemas de losas de concreto armado consistían en una losa maciza con sus cuatro lados apoyados sobre vigas.

A medida que la relación de los lados de un panel de losa se aproxima a la unidad (o a medida que el panel se aproxima a la geometría cuadrada), una parte significativa de la carga es transferida por flexión en ambas direcciones ortogonales, y el panel se debe tratar como un sistema que trabaja en dos direcciones y no como una losa armada en una sola dirección.

La presente Investigación de Tesis busca mostrar los criterios y principios fundamentales en los que se basa el diseño de los sistemas de losas armadas en dos direcciones e incentivar a los profesionales a desarrollar diseños siguiendo las pautas que nos indica el Código ACI.

Se está presentando los métodos de diseño que indica el Código ACI 318S-11, en la forma más sencilla. Estos métodos propuestos por el Código se pueden utilizar siempre que las cargas aplicadas sobre la estructura sean verticales.



ÍNDICE

Introducción	1
Capítulo I: GENERALIDADES	2
1.1 OBJETIVOS	3
1.2 HISTORIA DE LAS LOSAS BIDIRECCIONALES	4
1.3 DESCRIPCIÓN Y TIPOS DE LOSAS BIDIRECCIONALES	7
Capítulo II: MARCO TEÓRICO	16
2.1 DEFINICIONES Y CONCEPTOS	17
2.2 COMPORTAMIENTO	41
2.3 CONSIDERACIONES SOBRE LOS PROCEDIMIENTOS DE DISEÑO	46
2.4. METODO DE DISEÑO DIRECTO	47
2.4.1. DESCRIPCIÓN DEL MÉTODO	48
2.4.2. REQUISITOS PARA LA APLICACIÓN DEL MÉTODO	48
2.4.3. DETERMINACIÓN DEL MOMENTO ESTÁTICO TOTAL EN AMBOS SENTIDOS DE LA LOSA.	49
2.5. METODO DEL PORTICO EQUIVALENTE	59
2.5.1. DESCRIPCIÓN DEL MÉTODO	59
2.5.2. CONSIDERACIONES PARA LA APLICACIÓN DEL MÉTODO	61
2.5.3. CALCULO DEL MOMENTO TOTAL EN AMBOS SENTIDOS DE LA LOSA.	63



Capítulo III: TABLAS Y GRAFICOS DE DISEÑO	77
3.1 METODO DEL DISEÑO DIRECTO	78
3.1.1. MOMENTOS EN LA FRANJA DE COLUMNA COMO PORCENTAJE DEL MOMENTO TOTAL EN LA SECCIÓN CRÍTICA	78
3.1.2 TABLAS Y GRÁFICOS PARA EL DISEÑO	79
3.1.3 FACTORES DE DISTRIBUCIÓN APLICADOS AL MOMENTO ESTÁTICO TOTAL PARA CALCULAR MOMENTOS POSITIVOS Y NEGATIVOS EN LA LUZ EXTERNA	82
3.2 METODO DEL PORTICO EQUIVALENTE	82
3.2.1 CARACTERÍSTICAS GEOMÉTRICAS DE LOS ELEMENTOS DEL PÓRTICO	82
3.2.2 ABERTURAS EN LOSAS	84
3.2.3 TABLAS DE DISEÑO	87
Capítulo IV: EJEMPLOS DE APLICACION	95
4.1 METODO DE DISEÑO DIRECTO	96
4.2. METODO DE PORTICO EQUIVALENTE	133
Capítulo V: ANÁLISIS COMPARATIVO DE LOS RESULTADOS DE LOS MÉTODOS.	213
Capítulo VI: CONCLUSIONES	220
Capítulo VII: RECOMENDACIONES	223
Referencias Bibliográficas	225
Anexos	226



Lista de Tablas

Tabla 1.1	Espesores mínimos de losas armadas en dos direcciones sin vigas interiores	18
Tabla 2.4.3.1	Distribución del momento estático mayorado en un vano final.....	52
Tabla 2.4.3.2	Momento negativo mayorado interior.....	54
Tabla 2.4.3.3	Momento negativo exterior mayorado.....	55
Tabla 2.4.3.4	Momentos positivos mayorados.....	56
Tabla 3.1.1.1	Porcentaje de momento positivo y negativo que corresponden a la franja de columna.....	78
Tabla 3.1.1.2	Coefficientes de momentos de diseño para placas planas o losas planas apoyadas directamente sobre columnas....	79
Tabla 3.1.1.3.	Coefficientes de momentos de diseño para placas planas o losas planas con vigas de borde.....	80
Tabla 3.1.1.4	Coefficientes de momentos de diseño para placas planas o losas planas con la luz extrema integra al muro.....	80
Tabla 3.1.1.5	Coefficientes de momentos de diseño para placas planas o losas planas con la luz extrema apoyada simplemente en el muro.....	81
Tabla 3.1.1.6	Coefficientes de momentos de diseño para losas en dos direcciones apoyadas sobre vigas.	81
Tabla 3.1.1.7	Distribución del momento estático total para un tramo extremo.....	82



Tabla 3.2.3.1 Constantes De Distribución De Momentos de la losa	87
Tabla 3.2.3.2 Constantes De Distribución De Momentos de la Losa (Altura de ábaco =0.25h).....	88
Tabla 3.2.3.3 Constantes De Distribución De Momentos de la Losa (Altura de ábaco =0.50h)	89
Tabla 3.2.3.4 Constantes De Distribución De Momentos de la Losa (Altura de ábaco =0.75h)	90
Tabla 3.2.3.5 Constantes De Distribución De Momentos de la Losa (Altura de ábaco= h)	91
Tabla 3.2.3.6 Constantes De Distribución De Momentos de la Losa. Las columnas en los extremos N y F tienen las mismas dimensiones.....	92
Tabla 3.2.3.7 Constantes De Distribución De Momentos en las columnas.	93



Lista de Figuras

Figura 1.	Losa Hongo de Turner.....	5
Figura 2.	Losas en dos direcciones apoyadas en los bordes.....	7
Figura 3.	Losas planas sin vigas con ábacos o capiteles.....	9
Figura 4.	Losas de placa plana.....	10
Figura 5.	Entrepisos con viguetas en dos direcciones.....	12
Figura 6.	Acción inelástica en una losa fija en los cuatro lados.....	14
Figura 7.	Definición de la franja de diseño.....	20
Figura 8.	Ejemplos de la parte de la losa que le aporta rigidez a la viga.....	21
Figura 9.	Detalle de los requisitos que debe cumplir un ábaco de acuerdo con el artículo 13.2.5 del código ACI.....	22
Figura 10.	Sección transversal de una losa y de la viga efectiva.....	22
Figura 11.	Refuerzo de esquina en la losa.....	24
Figura 12.	Definición de ábaco y de capitel en una losa sin vigas.....	25
Figura 13.	Longitudes mínimas para el refuerzo en losas sin viga.....	27
Figura 14.	Ubicación de las armaduras en los collares de izaje.....	27
Figura 15.	Efecto de aberturas en la losa y extremos libres.....	29
Figura 16.	Áreas concernientes para punzonamiento en losas sin vigas.....	31
Figura 17.	Cortante directo en el apoyo interior de la losa-columna...	32
Figura 18.	Corte directo y transmisión de momentos.....	35
Figura 19.	Parámetros b_1 y b_2 en columnas interiores, lateral y esquinas.....	36



Figura 20.	Ancho efectivo de la franja de columna que resiste la fracción de momento no balanceado transmitido por flexión.....	37
Figura 21.	Solución gráfica de Ecuaciones mencionadas líneas arriba.....	37
Figura 22.	Distribución de las tensiones de corte por transferencia de momento por excentricidad de corte en una unión losa-columna.....	38
Figura 23.	Distribución de los esfuerzos de corte en columnas.....	39
Figura 24.	Propiedades de las secciones para el cálculo de las tensiones de corte - Columnas rectangulares.....	40
Figura 25.	Propiedades de las secciones para el cálculo de las tensiones de corte - Columnas circulares interiores.....	41
Figura 26.	Losa armada en dos direcciones sobre apoyos simples....	44
Figura 27.	Ejemplos de sección cuadrada equivalente para elementos de apoyo.....	50
Figura 28.	Distribución del momento estático total M_o a las secciones críticas para flexión positiva y negativa.....	51
Figura 29.	Áreas tributarias para cálculo de cortante.....	58
Figura 30.	Sistema de pórticos bidimensionales.....	59
Figura 31.	Elementos del pórtico equivalente.....	60
Figura 32.	Franjas de diseño de un pórtico equivalente.....	62
Figura 33.	Sección crítica para la determinación del momento negativo de diseño.....	64
Figura 34.	Secciones para calcular la rigidez de las columnas, K_c	68



Figura 35.	Criterios para la determinación de la sección transversal de los elementos torsionales.....	69
Figura 36.	Contante C, que define las propiedades torsionales de un elemento torsional.....	69
Figura 37.	Análisis del pórtico parcial para la carga vertical	72
Figura 38.	Factores de distribución de momento.....	74
Figura 39.	Características geométricas de los elementos horizontales del pórtico equivalente.....	83
Figura 40.	Características geométricas de los elementos horizontales del pórtico equivalente.....	84
Figura 41.	Aberturas en los sistemas de losas sin vigas.....	86



INTRODUCCIÓN

En las construcciones de concreto armado las losas se utilizan para proporcionar superficies planas y útiles. Una losa de concreto armado es una amplia placa plana, generalmente horizontal, cuyas superficie superior e inferior son paralelas o aproximadamente paralelas entre sí. Puede estar apoyada en vigas de concreto armado, en muros de mampostería o de concreto armado, en elementos de acero estructural, en forma directa por columnas o continuas por el terreno.

En un inicio las losas armadas en dos direcciones se apoyaron sobre vigas en sus cuatro lados dando lugar a los sistemas de vigas y losas pero conforme se fue conociendo mejor el comportamiento de estas estructuras se fue prescindiendo de las vigas y se desarrollaron losas planas. La acción en una y dos direcciones depende de la relación de las longitudes de los lados de una losa, es decir si es mayor que dos, la acción es en una dirección y si es menor que dos, la acción es en dos direcciones.

El capítulo 13 del código ACI 318S-11 trata de manera especial los sistemas de losas en dos direcciones. Sus disposiciones son aplicables a losas apoyadas sobre vigas a losas planas y a placas planas, al igual que a losas con viguetas en dos direcciones.

Aunque el capítulo 13 indica que se permite el diseño mediante cualquier procedimiento que satisfaga las condiciones de equilibrio y compatibilidad geométrica, se hace referencia específica a dos métodos alternos: uno semiempírico, el Método de Diseño Directo y un análisis elástico aproximado, conocido como el Método del pórtico Equivalente.

En el capítulo V se hace una comparación de los resultados obtenidos mediante los métodos de diseño descritos en el capítulo 13 del código.



CAPÍTULO I GENERALIDADES



Capítulo I:

GENERALIDADES

1.1 OBJETIVOS

1.1.1 Objetivo General

- El objetivo fundamental del presente trabajo es conocer y efectuar un análisis comparativo de los métodos de diseño de los sistemas de losas armadas en dos direcciones especificadas en el Código ACI 318S-11.

1.1.2 Objetivos Específicos

- Aplicar el análisis y diseño para losas bidireccionales empleando: el Método Directo, Método del Pórtico Equivalente determinados por el código ACI 318S-11. Así mismo haciendo uso del programa SAP2000 (programa de elementos finitos) comparar los resultados de momento del Método del Pórtico Equivalente.
- Identificar y analizar las formulas y diseño de la Norma ACI.
- Verificar si el diseño utilizado cumple con los requerimientos de la norma NTE E.060 Concreto Armado.



1.2 HISTORIA DE LAS LOSAS BIDIRECCIONALES

Uno de los capítulos más interesantes en el desarrollo de estructuras de concreto armado se refiere a la losa bidireccional. Debido a que la mecánica de la acción losa no se entendían cuando se construyeron las primeras losas, una serie de sistemas patentados se desarrollaron junto a un número de métodos de diseño semi-empíricos.

Los primeros documentos americanos sobre losas atraídos causaban una discusión copiosa y muy colorida, cada patente hacía el intento de demostrar que sus teorías eran correctas y que todos los demás estaban equivocados.

No está claro quien construyó las primeras losas planas. En su excelente revisión de la historia de las losas, Sozen y Siess afirman que la primera verdadera losa plana estadounidense fue construida por C.A.P. Turner en 1906 en Minneapolis. En el mismo año, Maillart construyó una losa plana en Suiza.

Las losas de Turner eran conocidos como losas de hongos debido a que las columnas se ensanchaban para unirse a la losa, la cual, tenía un funcionamiento en bandas de acero en cuatro direcciones (es decir, las dos direcciones ortogonales y las diagonales). Estas bandas cubiertas hacia abajo desde la parte superior de la losa sobre las columnas a la parte inferior de la losa en el tramo medio. Algunas de las barras de losas estaban dobladas hacia abajo en las columnas, y otras barras estaban dobladas en círculo y se colocaban alrededor de las columnas.

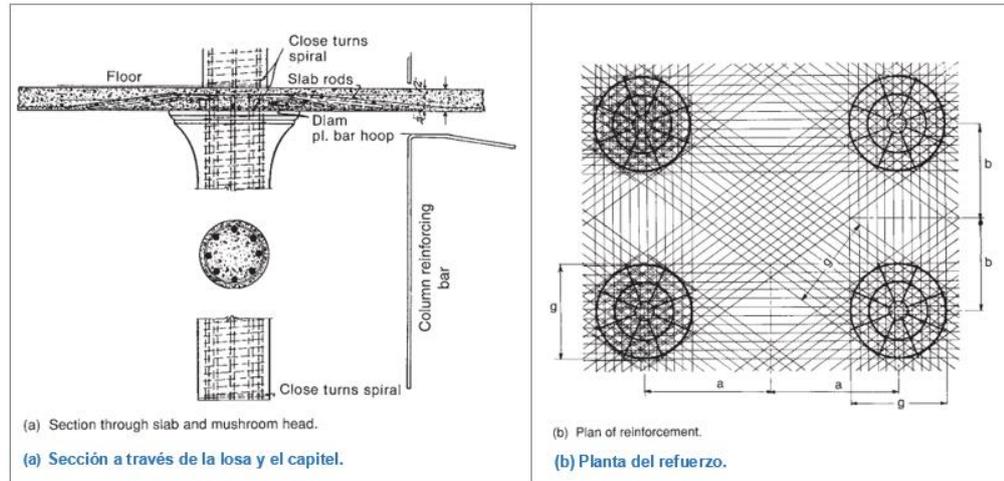


Figura 1. Losa Hongo de Turner

Fuente: James K. Wigth, James G. MacGregor "Reinforced Concrete, Mechanics & Design" Editorial Pearson, Sexta edición.

Los primeros edificios de losas fueron construidos bajo el riesgo del diseñador, que con frecuencia tuvo que aguantar un vínculo por varios años y, a menudo tenía que cargar y probar las losas antes de que los propietarios pudieran aceptarlos. Turner basó sus diseños en el análisis llevado a cabo por HT Eddy, que se basa en una teoría incompleta de análisis –placas. Durante este período, el uso de la analogía crossing-beam en el diseño condujo a una sensación errónea de que sólo una parte de la carga tenía que ser soportada en cada dirección, de modo que de alguna manera la estática no se aplicaban a la construcción de la losa. En 1914, J. R. Nichols utilizó la estática para calcular el momento total en un panel de losa. Este análisis es la base del diseño de la losa en el actual Código ACI.

La primera frase de su artículo declaró: "Aunque la estática no sea suficiente para determinar los esfuerzos en un piso de losa maciza de hormigón armado, si impone ciertos límites inferiores de estos esfuerzos." Eddy atacó este concepto, diciendo: "La suposición errónea fundamental de este trabajo aparece en la primera frase... "



Turner pensó "involucra la combinación más singular de múltiples absurdos imaginables desde un punto de vista lógico, práctico o teórico". AW Buel declaró que era "incapaz de encontrar un solo hecho en el documento ni siquiera una explicación de los hechos." Más bien, él sentía que estaba "contradicha por los hechos." El análisis de Nichols sugirió que los diseños de losa vigentes subestimaron los momentos de 30 a 50 por ciento.

Aunque el análisis de Nichols es correcto y, en general fue aceptado como correcto por mediados de 1920, no fue hasta 1971 que el Código ACI lo reconoció plenamente y requirió que las losas planas debían ser diseñadas con el 100 por ciento de los momentos obtenidos de la estática.

1.3 DESCRIPCIÓN Y TIPOS DE LOSAS BIDIRECCIONALES:

La selección entre el tipo de losa a utilizar depende en gran medida de ciertos factores que deben considerarse, como son: magnitud de las cargas de diseño, longitud de las luces, aspecto del acabado de la losa por debajo, posibilidad de localización de conductos, tuberías, tiempo de construcción y peralte permisible de la losa entre otros.

Las losas se pueden dividir en dos categorías generales: losas sin vigas y losas apoyadas en vigas situadas a los lados de cada panel. Las losas sin vigas como las de placa plana y losas planas ayudan a reducir la altura total de los edificios, la resistencia de la estructura de la placa plana está limitada a menudo por la resistencia al esfuerzo cortante de penetración en las secciones alrededor de las columnas y se utilizan, por consiguientes, con cargas ligeras como las que se encuentran en las construcciones residenciales y en algunos tipos de oficinas, con luces relativamente cortos. El capitel de la columna y el panel deprimido proporcionan resistencia al cortante para cargas y luces mayores; la losa plana se escoge con frecuencia para estructuras industriales fuertemente cargadas y cuando sea necesario mayores luces.

Entre los tipos de losas en dos direcciones que existen, tenemos:

Losas en dos direcciones apoyadas en los bordes (vigas y losas)

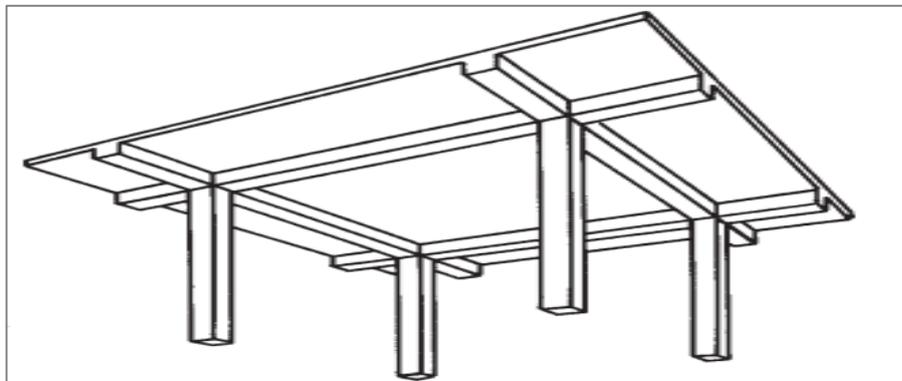


Figura 2. Losas en dos direcciones apoyadas en los bordes

Fuente: James K. Wigth, James G. MacGregor "Reinforced Concrete, Mechanics & Design" Editorial Pearson, Sexta edición.



Las losas apoyadas sobre vigas en los ejes de columnas a lo largo de todos los lados de cada panel de losa se conocen generalmente como losas armadas en dos direcciones. Las vigas perimetrales son por lo general de concreto vaciado monolíticamente con la losa, aunque también pueden ser de acero estructural, con frecuencia recubiertas de concreto para lograr una acción compuesta y mejorar la resistencia contra el fuego. Si las vigas de apoyo son de acero o si son de concreto vaciado monolíticamente y tienen una altura aproximada de 3 veces el espesor de la losa o más, pueden utilizarse los métodos de análisis descritos en el Capítulo 13 del Código ACI (Método del Diseño Directo o Método del Pórtico Equivalente) porque tienen en cuenta la interacción entre la losa y las vigas de apoyo de manera racional.

Los sistemas de losa maciza en dos direcciones son adecuados para cargas intermedias a grandes que actúan en luces de hasta 10 m. Este intervalo corresponde muy de cerca al de las losas sin vigas, pero con ábacos o capiteles de columna (sistemas de losa plana). Estos últimos se prefieren a menudo porque evitan que las vigas sobresalgan por debajo de la losa.

Para cargas más livianas y luces más cortas, se desarrolló un sistema de losa maciza en dos direcciones donde las vigas en los ejes de columnas son anchas y de poca altura, el resultado es un entrepiso de losa en dos direcciones con bandas que, visto desde abajo, se parece a un cielo raso con paneles. La ventaja de este sistema es que incluyen una menor altura de construcción que permite reducir la altura total del edificio, una mayor flexibilidad en la ubicación de las columnas, las cuales pueden desplazarse alguna distancia de la línea central de las bandas sin que cambien significativamente la acción estructural de entrepiso. El trabajo de encofrado se simplifica por la reducción de la cantidad de elementos que constituyen el entramado.

Losas planas sin vigas con ábacos o capiteles de columnas:

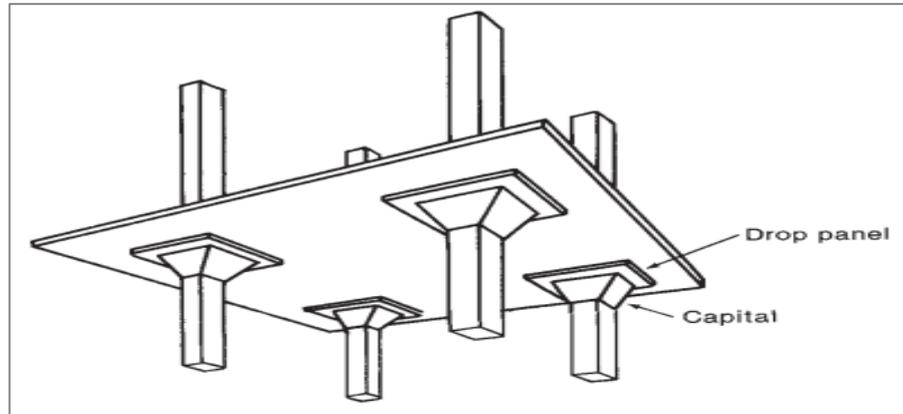


Figura 3. Losas planas sin vigas con ábacos o capiteles.

Fuente: James K. Wigth, James G. MacGregor "Reinforced Concrete, Mechanics & Design" Editorial Pearson, Sexta edición.

Mediante un dimensionamiento y un refuerzo adecuado de la losa resulta posible eliminar del todo las vigas de apoyo; la losa queda entonces apoyada directamente en las columnas. En una zona rectangular o cuadrada concentrada en las columnas, es posible suministrar un sobreepesor a la losa y las partes superiores de las columnas pueden acampanarse. El sobreepesor de la losa se llama ábaco y la forma acampanada de la columna se llama capitel de columna. Los dos tienen un propósito doble: aumentan la resistencia a cortante del sistema de piso en la región crítica alrededor de la columna y proporcionan una altura efectiva mayor para el acero de flexión de la región de alto momento flector negativo sobre el apoyo. Los sistemas sin vigas con ábacos o capiteles de columnas, o ambos, se llaman sistemas de losa plana y se diferencian de los sistemas de placa plana, que no tienen ninguna proyección por debajo de la losa.

En general las construcciones de losa plana con capiteles son económicas en cuanto al uso de materiales y proporciona una construcción rígida, generalmente estas losas se utilizan en la construcción de edificios

industriales para cargas vivas de 500 kg/m² o más y para luces hasta casi 10 m. También se utilizan ampliamente en bodegas de almacenamiento, garajes de estacionamiento y estructuras subterráneas que soportan grandes cargas producidas por ejemplo por rellenos de tierra. Para cargas más livianas, como en el caso de hoteles, edificios de apartamentos y de oficinas las placas planas o alguna forma de construcción con viguetas serán en general menos costosas.

Para luces mayores que aproximadamente 10 m, se utilizan vigas secundarias y vigas principales debido a la mayor rigidez de este tipo de construcción.

Las losas planas pueden tener grandes aberturas en todas las áreas excepto en la zona del ábaco y pueden diseñarse con el Método de Diseño Directo o mediante el Método del Pórtico Equivalente.

Losas de placa plana:

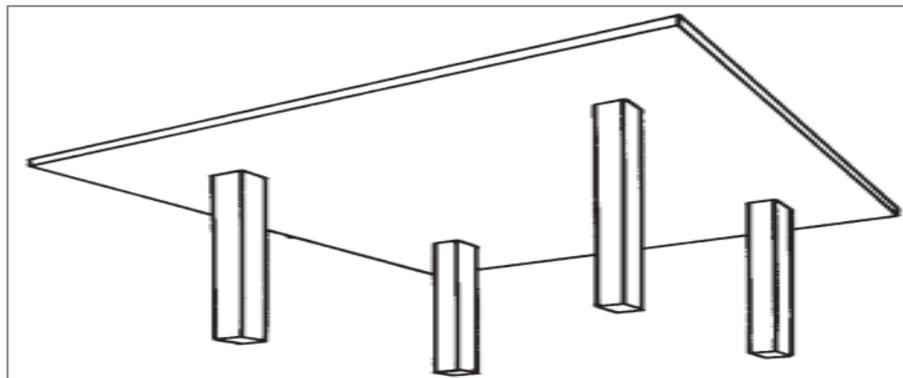


Figura 4. Losas de placa plana

Fuente: James K. Wigth, James G. MacGregor “Reinforced Concrete, Mechanics & Design” Editorial Pearson, Sexta edición.

Un entrepiso de placa plana consta esencialmente de un entrepiso de losa plana, en el que se omiten los ábacos y capiteles de columna, de manera que el entrepiso de espesor uniforme queda soportado en forma directa por columnas prismáticas.



Se ha encontrado que los entrepisos de placa plana son económicos y ventajosos, por ejemplo para usos en edificios de apartamentos, donde las luces son moderadas y las cargas relativamente livianas. El espesor de construcción de cada entrepiso se mantiene en el mínimo absoluto con un ahorro resultante en la altura total del edificio.

La parte inferior lisa de la losa puede pintarse directamente y dejarse expuesta como cielo raso o puede aplicarse un pañete al concreto. Gracias a la sencillez del encofrado se obtiene un tiempo de construcción mínimo y un bajo costo de mano de obra.

Algunos problemas asociados con la construcción del tipo placa plana requieren una atención especial. Los esfuerzos cortantes cercanos a las columnas pueden ser muy altos, puesto que exigen el uso de formas especiales de refuerzo de losa en esos sitios. La transferencia de los momentos desde la losa hasta las columnas puede aumentar aún más estos esfuerzos cortantes y exige la concentración del acero a flexión negativo en las zonas cercanas a las columnas. En las columnas exteriores, donde este cortante y la transferencia de momentos pueden generar dificultades particulares, el diseño se mejora en forma significativa extendiendo la losa más allá de la columna para conformar un voladizo corto.

Este sistema es eficiente y económico cuando actúa bajo cargas de gravedad, sin embargo, su poca rigidez lateral lo hace inconveniente en regiones de alta sismicidad. Por ello en zonas de baja sismicidad, las losas planas son muy utilizadas. El inconveniente que suele presentarse en este tipo de losas es que presenta problemas de corte: corte por flexión y corte por punzonamiento alrededor de las columnas.

Entrepisos con viguetas en dos direcciones:

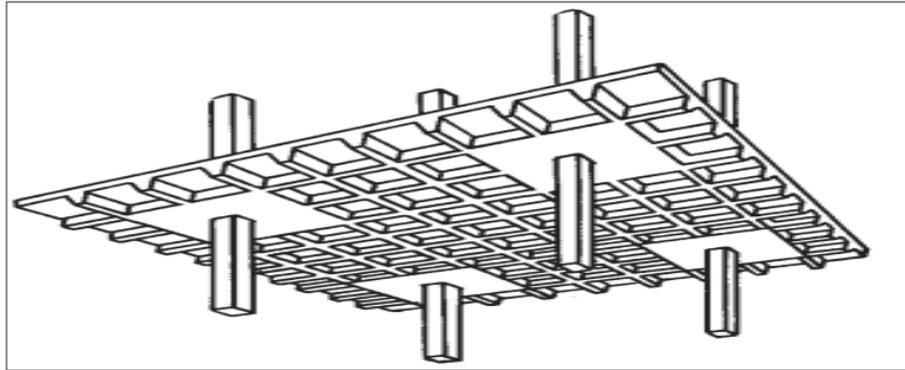


Figura 5. Entrepisos con viguetas en dos direcciones

Fuente: James K. Wight, James G. MacGregor "Reinforced Concrete, Mechanics & Design" Editorial Pearson, Sexta edición.

Al igual que en los sistemas de entrepiso en una dirección, el peso muerto de las losas en dos direcciones puede reducirse en forma considerable creando espacios vacíos en lo que de otra manera sería una losa maciza. En la mayor parte, el concreto eliminado está en tensión y es por tanto inefectivo, de modo que el piso más liviano tiene virtualmente las mismas características estructurales que el correspondiente entrepiso macizo. Los vacíos se forman por lo general utilizando cajones de acero en forma de domo, que se colocan sobre una plataforma de madera terciada. Estos se retiran para reutilizarlos luego del endurecimiento del concreto de la losa, en la figura se observa que los domos en la proximidad de las columnas se han omitido para obtener una losa maciza en esta región de momento flector negativo y de alto cortante. El ala inferior de cada domo está en contacto con la del domo adyacente, de manera que el concreto se funde totalmente contra la superficie metálica, obteniéndose así un acabado de excelente apariencia para la losa. La parte inferior de la losa queda con una apariencia de galleta "waffle" (algunas veces a estas losas se les denomina tipo "waffle"), lo cual pueden utilizarse ventajosamente desde el punto de vista arquitectónico.



Los entrepisos de viguetas en dos direcciones se diseñan según los procedimientos usuales según Capítulo 13 del Código ACI. Las viguetas en cada una de las direcciones se dividen en franjas de viguetas de columna y franjas de viguetas centrales; las primeras incluyen todas las viguetas que llegan hasta el núcleo. En general cada vigueta incluye dos barras para lograr la resistencia a momento positivo. Además, se proporciona acero negativo mediante barras rectas independientes.

Comportamiento de losas cargadas para falla en flexión:

Para una losa bidireccional cargado para falla en flexión, hay cuatro o más etapas de comportamiento que se discutirán:

1. Antes del agrietamiento, la losa actúa como una placa elástica, y para cargas de corta duración, las deformaciones, tensiones, y las cepas se puede predecir a partir de un análisis elástico.
2. Después de agrietamiento y antes de la fluencia de la armadura, la losa ya no tiene una rigidez constante debido a que las regiones agrietadas tienen una menor rigidez a la flexión, EI , que las regiones no agrietadas; y la losa ya no es isotrópico porque el patrón de agrietamiento puede diferir en las dos direcciones. Aunque estas condiciones violan los supuestos de la teoría elástica, las pruebas indican que la teoría elástica todavía predice adecuadamente los momentos. Generalmente, las losas normales de construcción están parcialmente agrietadas bajo cargas de servicio.
3. La fluencia del refuerzo eventualmente se inicia en uno o más regiones de mayor momento y se propaga a través de la losa mientras que los momentos se redistribuyen de las regiones que han fluido a las zonas que todavía son elásticas. La progresión de la fluencia a través de una losa fija en cuatro bordes se ilustra en la Figura 02. En este caso, la fluencia inicial se produce en respuesta a los momentos negativos que forman rótula plástica localizada en los centros de los lados largos (Figura 06 b). Estas uniones se extienden a lo largo de los lados largos, y, eventualmente, las nuevas rótulas se forman a lo largo de los lados cortos de la losa (Figura 06 c). Mientras tanto, los momentos positivos aumentan en franjas de losa

a través del centro de la losa en la dirección corta, debido a la redistribución momento causado por las uniones plásticas en los extremos de estas franjas. Finalmente, el refuerzo fluye debido a los momentos positivos en estas franjas, como se muestra en la (Figura 06 c). Con más carga, las regiones de fluencia, conocidas como líneas de fluencia, dividen la losa en una serie de placas elásticas de forma trapezoidal o triangular, como se muestra en la (Figura 06 d). Las cargas correspondientes a esta etapa del comportamiento pueden estimarse mediante un análisis de línea de fluencia.

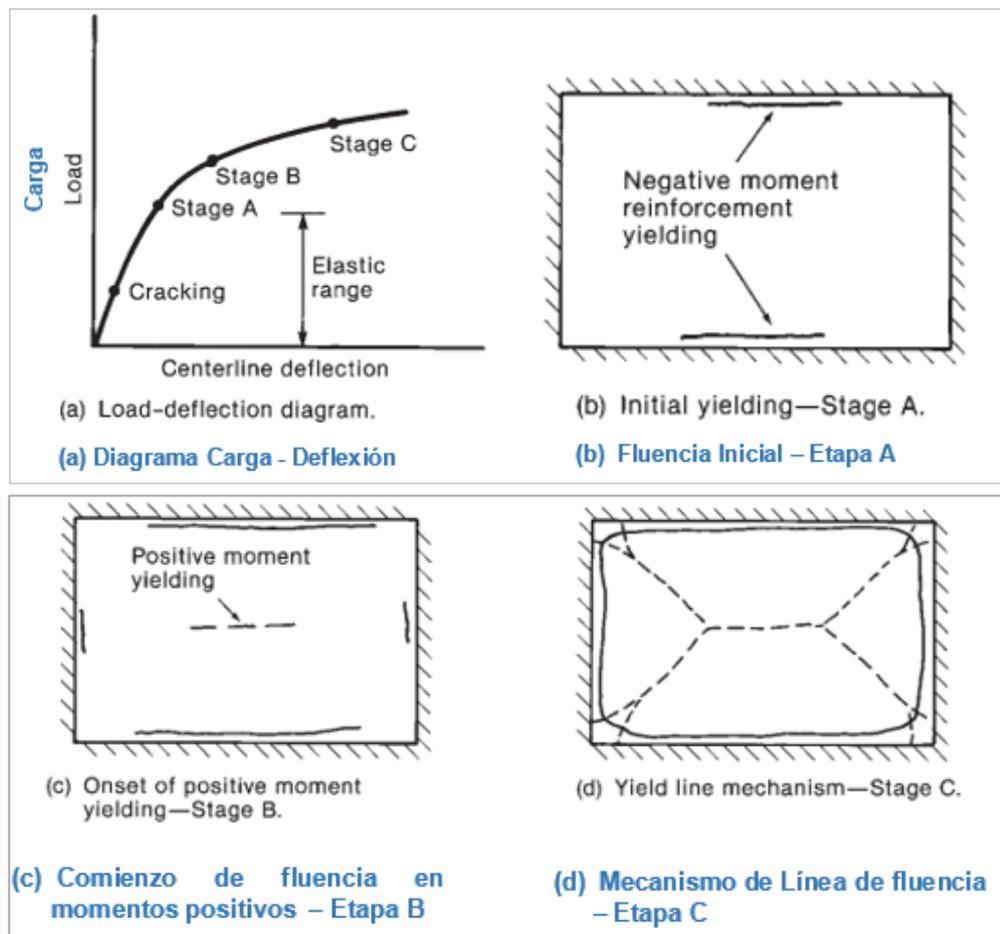


Figura 6. Acción inelástica en una losa fija en los cuatro lados

Fuente: James K. Wigth, James G. MacGregor "Reinforced Concrete, Mechanics & Design" Editorial Pearson, Sexta edición.



4. Aunque las líneas de fluencia dividen la placa para formar un mecanismo plástico, las rótulas se atascan con una mayor deflexión, y la losa forman un arco de compresión muy plano. Esto supone que la estructura circundante es lo suficientemente rígido para proporcionar reacciones para el arco. Esta etapa de comportamiento por lo general no se considera en el diseño.

Esta revisión de comportamiento se ha presentado para señalar, en primer lugar, que los análisis elásticos de losas comienzan a perder su precisión mientras las cargas exceden las cargas de servicio, y en segundo lugar, que una gran parte de la redistribución de momentos se produce después de que la fluencia comienza. Una losa apoyada sobre vigas continuas o muros rígidos se ha considerado aquí. En el caso de una losa apoyada sobre columnas aisladas, se observaría un comportamiento similar, excepto que el primer agrietamiento sería en la parte superior de la losa alrededor de la columna, seguido de un agrietamiento de la parte inferior de la losa a mitad de camino entre las columnas.

Losas que fallan en flexión son extremadamente dúctil. Losas, en particular las losas de placa plana, también pueden presentar un modo de falla frágil por corte.



CAPÍTULO II MARCO TEÓRICO



Capítulo II:

MARCO TEÓRICO

2.1 DEFINICIONES Y CONCEPTOS:

Las losas armadas en dos direcciones son losas que transmiten las cargas aplicadas a través de flexión en dos sentidos. Este comportamiento se observa en losas en las cuales la relación entre su mayor y menor dimensión es menor que dos.

- **Control de la deflexión – espesor mínimo de la losa**

La mejor manera de garantizar que las deflexiones de la losa durante el servicio no vayan a producir dificultades consiste en calcular las

La mejor manera de garantizar que las deflexiones de la losa durante el servicio no vayan a producir dificultades consiste en calcular las deflexiones para carga total o para la componente de carga que se estudia y comprara estas proporciones con valores límites.

La sección 9.5.3 del código ACI, establece espesores mínimos para construcciones armadas en dos direcciones que se diseñen según los métodos del Capítulo 13, es decir, losas diseñadas por el Método de Diseño Directo o mediante el Método del Pórtico Equivalente. Se incluyen criterios simplificados que se relacionan con las losas sin vigas interiores (placas y losas planas con o sin vigas de borde). Mientras que para losas con vigas entre apoyos, el espesor mínimo de losas es función de α_{fm} el cual es igual al promedio de los valores de α_f correspondientes a las vigas que limitan el paño.



El parámetro α_f se determina a través de la siguiente expresión:

$$\alpha_f = \frac{E_{cb} I_b}{E_{cs} I_s}$$

Donde:

E_{cb} = Módulo de elasticidad de concreto de las vigas

E_{cs} = Módulo de elasticidad de concreto de la losa

I_b = Módulo de inercia de la sección bruta de la viga respecto a su eje centroidal

I_s = Módulo de inercia de la sección bruta de la losa respecto a su eje centroidal

(a) Si α_{fm} es igual o menor que 0.2, la rigidez de las vigas es prácticamente nula y por lo tanto su presencia no se considera. En este caso, los espesores de losa se determinan haciendo uso de la tabla 1.1. Para losas con ábacos dicho espesor no deberá ser menor que 10 cm y para losas sin ábacos, será no menor que 12.5 cm.

Tabla 1.1
Espesores mínimos de losas armadas en dos direcciones sin vigas interiores:

Esfuerzo de Fluencia del Acero f_y (kg/cm ²)	Sin ábacos			Con ábacos		
	Paño Exterior		Paño Interior	Paño Exterior		Paño Interior
	Sin vigas de borde	Con vigas de borde		Sin vigas de borde	Con vigas de borde	
2800	$l_n/33$	$l_n/36$	$l_n/36$	$l_n/36$	$l_n/40$	$l_n/40$
4200	$l_n/30$	$l_n/33$	$l_n/33$	$l_n/33$	$l_n/36$	$l_n/36$
5250	$l_n/28$	$l_n/31$	$l_n/33$	$l_n/31$	$l_n/34$	$l_n/34$

Fuente: Requisitos de Reglamento para Concreto Estructural (ACI 318S-11) y Comentario (ACI 318SR-11), American Concrete Institute, Farmington Hills, Michigan 2011, Tabla 9.5c.



Donde:

- Para construcción en dos direcciones, l_n es la luz libre en la dirección larga, medida entre caras de los apoyos en losas sin vigas y entre caras de las vigas, para losas con vigas u otros apoyos en otros casos.
- Para f_y entre los valores dados en la tabla, el espesor mínimo debe obtenerse por interpolación lineal.
- Con vigas de borde: Losas con vigas entre las columnas a lo largo de los bordes exteriores.
- El valor de α_f para la viga de borde no debe ser menor que 0.8.

(b) Si α_{fm} esta comprendido entre 0.2 y 2, el espesor de la losa (h) estará dado por la siguiente expresión:

$$h = \frac{l_n \left(0.8 + \frac{f_y}{14000} \right)}{36 + 5\beta (\alpha_{fm} - 0.2)}$$

Y no será menor que 12.5 cm.

(c) Si α_{fm} es mayor que 2, el espesor mínimo será:

$$h = \frac{l_n \left(0.8 + \frac{f_y}{14000} \right)}{36 + 9\beta}$$

El espesor de la losa no será, en ningún caso, menor que 9 cm.

En las expresiones anteriores, el parámetro β es igual a la relación entre la mayor y menor luz libre de la losa y l_n es la longitud de la luz libre en la dirección larga medida cara a cara de las columnas.

- **Franja de columna:**

Para el análisis de un sistema de la losa en dos direcciones por cualquiera de los métodos de diseño del Código ACI, el sistema de la losa es dividido en franjas de diseño consistiendo de una franja de columna y dos medias franjas centrales, esto para facilitar la distribución de los momentos en ellos. La franja de columna es una franja de diseño con un ancho a cada lado del eje de las columnas igual al menor valor entre $l_1/4$ y $l_2/4$, donde l_1 y l_2 son las longitudes centro a centro del paño de la losa. La franja central es la porción de paño limitado por dos franjas de columna.

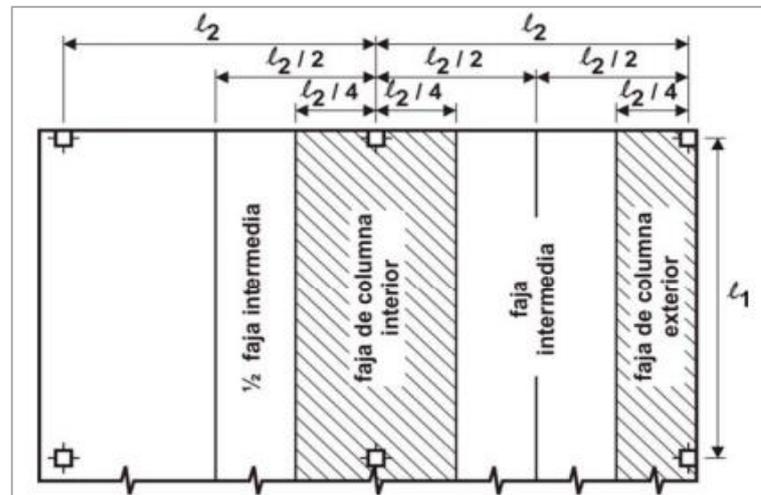


Figura 07 (a) Franja de Columna $l_2 < l_1$

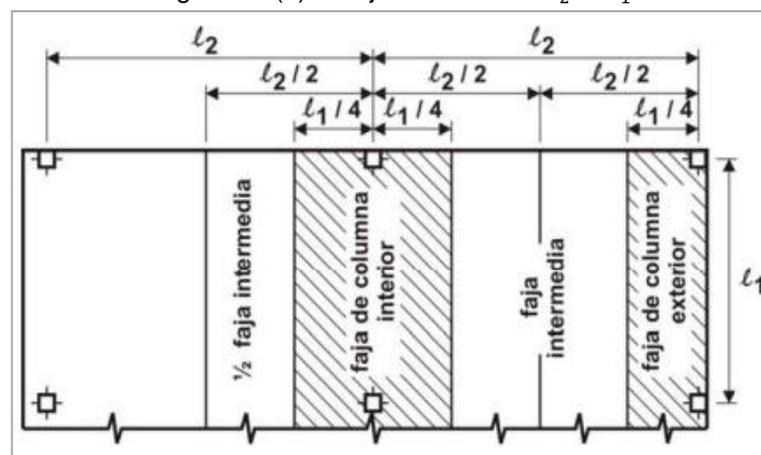


Figura 07 (b) Franja de Columna $l_2 > l_1$

Figura 7. Definición de la franja de diseño

Fuente: Reglamento CIRSOC 201, edición Julio 2005, Argentina

- **Sección de la viga efectiva:**

Para los sistemas de losas con vigas entre los apoyos, las vigas incluyen (como ala) porciones de la losa situada a cada lado de las mismas como se muestra en la Figura 08. Las constantes de diseño y parámetros de rigidez utilizados en los métodos de análisis de Diseño Directo y Pórtico equivalente estarán basados en las secciones de la viga efectiva. Si vigas y losa constituyen un sistema monolítico, se considerará que las vigas incluyen una porción de losa a cada lado, la cual será igual a la proyección de la viga sobre o por debajo de la losa, la que sea mayor pero como máximo igual a cuatro veces el espesor de la losa.

No se trata de una "placa comprimida colaborante" sino de una parte de la losa que le aporta rigidez a la viga, de manera que aún en el caso de una viga totalmente invertida se debe considerar dicha parte para evaluar la rigidez de la viga.

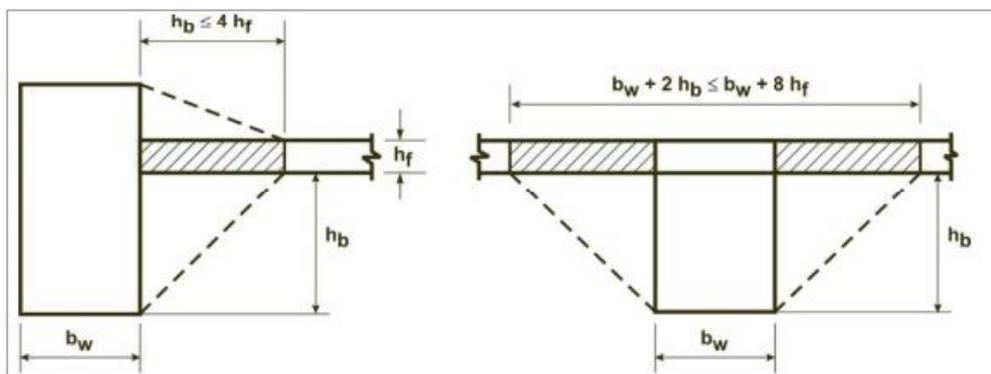


Figura 8. Ejemplos de la parte de la losa que le aporta rigidez a la viga

Fuente: Requisitos de Reglamento para Concreto Estructural (ACI 318S-11) y Comentario (ACI 318SR-11), American Concrete Institute, Farmington Hills, Michigan 2011.

Según el artículo 13.2.5. Del Código ACI, las dimensiones de los ábacos son necesarias cuando se los utilice para reducir la cantidad de armadura para momento negativo sobre una columna o para reducir el espesor mínimo requerido para una losa, el ábaco debe proyectarse bajo la losa al menos un cuarto de espesor de la losa fuera del ábaco y debe extenderse en cada dirección desde el eje de apoyo por una distancia igual o mayor a un sexto de la longitud de la luz medida entre los centros de los apoyos en dicha dirección.

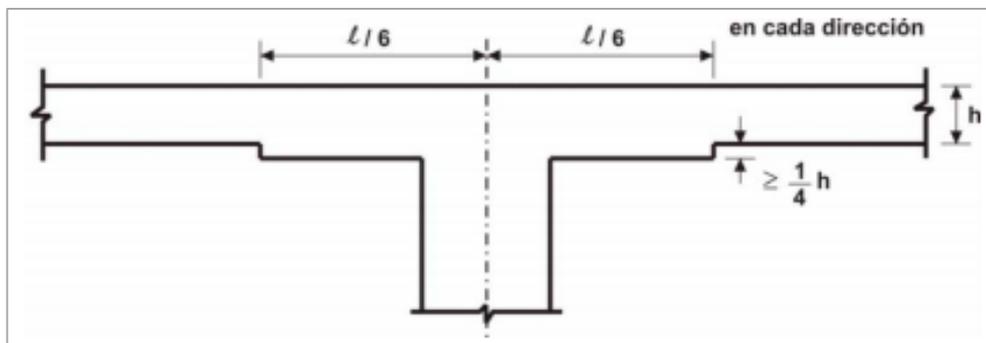


Figura 9. Detalle de los requisitos que debe cumplir un ábaco de acuerdo con el artículo 13.2.5 del código ACI.

Fuente: Reglamento CIRSOC 201, edición Julio 2005, Argentina

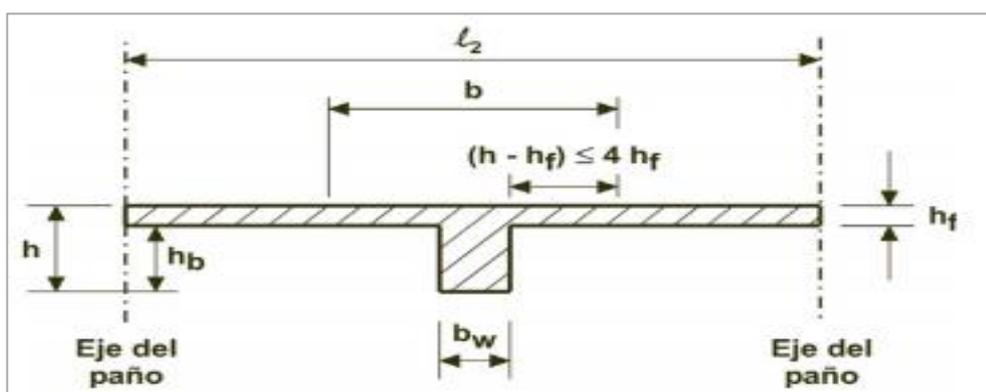


Figura 10. Sección transversal de una losa y de la viga efectiva.

Fuente: Arthur Nilson "Diseño de Estructuras de Concreto". Duodécima Edición, Mc Graw Hill. 1997



- **Refuerzo de la losa:**

El área de refuerzo en cada dirección para sistemas de losas en dos direcciones debe determinarse a partir de los momentos en las secciones críticas. Este refuerzo a flexión se coloca conformando una malla ortogonal, con barras paralelas a los lados de los paneles

El código ACI, en el ítem 13-3.2, indica que para las losas armadas en dos direcciones un espaciamiento máximo para las barras en las secciones críticas igual a 2 veces el espesor total de la losa. Esta limitación pretende asegurar la acción de la losa, reducir el agrietamiento y prever la posible existencia de cargas concentradas en áreas pequeñas de la losa. Debe proporcionarse al menos el acero mínimo para el control de grietas por temperatura y retracción de fraguado igual a $0.0018 bh$ (b = ancho de losa y h = espesor total).

El refuerzo para momento positivo perpendicular, ubicada en la dirección perpendicular a un borde discontinuo, se debe prolongar hasta el borde de la losa y debe tener una longitud embebida, ya sea recta o con ganchos, de 150 mm como mínimo, en el interior de las vigas perimetrales, de los tabiques, o de las columnas.

El refuerzo para momento negativo perpendicular, ubicado en la dirección perpendicular a un borde discontinuo, se debe doblar, disponer ganchos, o anclarse en las vigas perimetrales, tabiques o columnas, con el fin de lograr que desarrolle su capacidad a tracción en la cara del apoyo.

Cuando un borde discontinuo de la losa, no esté apoyado en una viga perimetral o tabique, o cuando la losa continúe en voladizo más allá del apoyo, se permite el anclaje del refuerzo dentro de la losa.

El código ACI, en el ítem 13-3.6 menciona que en los sistemas de losas con vigas de cierta rigidez, las esquinas de losa están sometidas a esfuerzo adicionales por efecto de la discontinuidad del elemento. Si las

vigas tienen un valor de α_f mayor que 1.0, se deberá incluir refuerzo adicional, en las esquinas exteriores del elemento, tanto en la parte superior como en la inferior.

Este refuerzo se diseña para resistir un momento igual al máximo positivo (por metro de ancho) de la losa.

Debe suponerse que el momento actúa alrededor de un eje perpendicular a la diagonal, que parte de la esquina, en la parte superior de la losa, y alrededor de un eje paralelo a dicha diagonal, en la parte inferior de la losa.

La armadura o refuerzo adicional se debe ubicar a partir de la esquina, a una distancia, en cada dirección, igual a $1/5$ de la luz mayor de la losa. Esta armadura adicional se debe ubicar en una faja paralela a la diagonal, en la parte superior de la losa, y en una faja perpendicular a la diagonal, en la parte inferior de la losa. En forma alternativa, la armadura adicional se puede ubicar en dos capas paralelas a los lados de la losa, tanto en la parte superior como en la inferior de la losa. (Ver Figura 11)

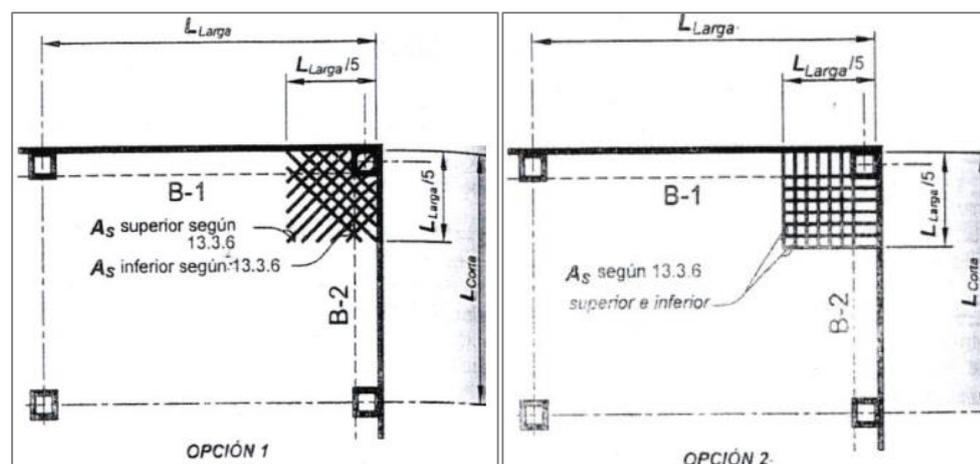


Figura 11. Refuerzo de esquina en la losa

Fuente: Requisitos de Reglamento para Concreto Estructural (ACI 318S-11) y Comentario (ACI 318SR-11), American Concrete Institute, Farmington Hills, Michigan 2011.

Donde:

Aplica cuando B-1 o B-2 tienen $\alpha_f > 1.0$

Máximo espaciamiento barras = $2h$, donde h = espesor de losa

Se define como ábaco a aquella parte estructural de una losa plana, que presenta un mayor espesor en el área que rodea a una columna, capitel de columna, o ménsula corta, con el fin de reducir la intensidad de las tensiones.

Cuando se utilice un ábaco, para reducir la cantidad de armadura para momento negativo sobre la columna de una losa plana, las dimensiones del ábaco deberán satisfacer las condiciones especificadas en el ítem 13.2.5 mencionado anteriormente. Para calcular la armadura requerida en la losa, la altura del ábaco bajo la losa se debe adoptar igual o menor que $1/4$ de la distancia entre el extremo del ábaco y el borde de la columna o capitel

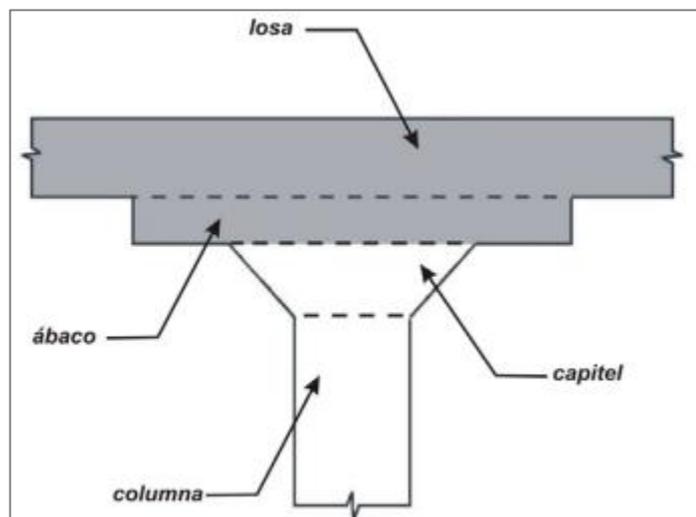


Figura 12: Definición de ábaco y de capitel en una losa sin vigas

Fuente: Reglamento CIRSOC 201, edición Julio 2005, Argentina



- **Detalles de la armadura en las losas sin vigas**

Además de los otros requisitos mencionados en el acápite Refuerzo de Losa, el refuerzo en las losas sin vigas debe tener las extensiones mínimas prescritas en la Figura 13.

Cuando las luces de los tramos adyacentes sean diferentes, la prolongación de la armadura dispuesta para absorber momentos negativos, más allá del borde del apoyo como se describe en la Figura 13, se debe determinar en función de la luz mayor.

Las barras o alambres doblados se pueden colocar sólo cuando la relación altura/luz del elemento permita la ubicación de ángulos de doblado $\leq 45^\circ$.

En los pórticos donde las losas armadas en dos direcciones actúan como elementos principales del sistema resistente a cargas laterales, las longitudes de las armaduras se deben determinar por medio de un análisis, pero en ningún caso deben ser menores que las especificadas en la Figura 13.

En mención al ítem 13.3.8.5 del Código ACI indica que, todas las barras o alambres inferiores, contenidos dentro de una faja de columna, en cada dirección, se deben continuar, o empalmar con empalmes de tracción Clase A, o con empalmes mecánicos o soldados. Los empalmes se deben ubicar como se ilustra en la Figura 13. Dos barras o alambres inferiores de la faja de columna, en cada dirección, deben pasar, como mínimo, a través del núcleo de la columna, y deben anclarse en los apoyos exteriores.

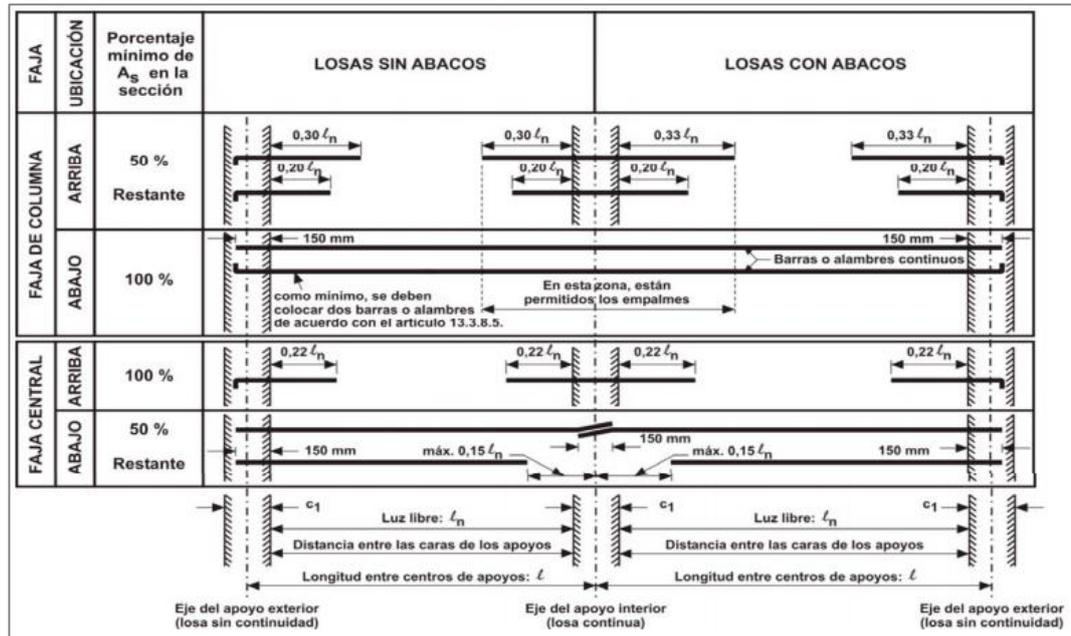


Figura 13. Longitudes mínimas para el refuerzo en losas sin viga

Fuente: Requisitos de Reglamento para Concreto Estructural (ACI 318S-11) y Comentario (ACI 318SR-11), American Concrete Institute, Farmington Hills, Michigan 2011.

En losas con cabezas de cortante y en la construcción de losas izadas (lift-slab) donde no es práctico pasar las barras inferiores a través de la columna, al menos dos barras o alambres inferiores adheridos, en cada dirección, deben pasar a través de las cabezas de cortante o collares de izado tan cerca de la columna como sea posible y deben ser continuos o empalmarse con empalmes Clase A. En columnas exteriores, el refuerzo debe anclarse en las cabezas de cortante o collares de izado.

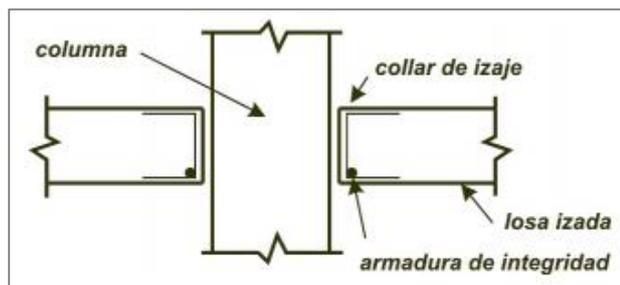


Figura 14. Ubicación de las armaduras en los collares de izaje

Fuente: Reglamento CIRSOC 201, edición Julio 2005, Argentina



Si se produce una falla por punzonamiento en un sistema de losas sin vigas, la losa caerá sobre el elemento inferior, el cual soportará súbitamente una carga mayor que la de diseño. La resistencia de la losa inferior será superada y se generará un colapso en cadena. Para evitar una falla de este tipo, el Código ACI-13.3.8.5 (mencionado párrafos arriba), sugiere que por lo menos dos varillas de refuerzo positivo de franja de columna se extiendan a todo lo largo de la losa. Estas deberán atravesar las columnas pudiendo empalmarse dentro de ellas haciendo uso de un empalme tipo A y debiendo ser ancladas en el apoyo exterior. Este refuerzo deberá atravesar el núcleo de la columna.

- **Aberturas en los sistemas de losas**

Se permite dejar aberturas de cualquier tamaño en los sistemas de losas si se demuestra por medio de análisis que la resistencia de diseño es por lo menos igual a la requerida; tomando en consideración el ítem 9.2 Resistencia Requerida y 9.3 Resistencia de Diseño del Código ACI; y que se cumplen todas las condiciones de funcionamiento, incluyendo los límites especificados para las deflexiones.

Como alternativa a realizar el análisis especial que se requiere en líneas arriba, en los sistemas de losas sin vigas se permite dejar aberturas sólo de acuerdo con lo siguiente:

- Se permite dejar aberturas de cualquier tamaño en la zona común de dos franjas centrales que se intersecten, siempre que se mantenga la cantidad total de refuerzo requerido para la losa sin abertura.
- La zona común de dos franjas de columna que se intersecten no debe interrumpirse con aberturas de más de $1/8$ del ancho de la franja de columna de cualquiera de los dos vanos. Una cantidad de refuerzo equivalente a la interrumpida por una abertura debe añadirse en los lados de la abertura.

- La zona común de una franja de columna y una franja central no debe interrumpirse por aberturas más de $1/4$ del refuerzo en cada franja. Una cantidad de refuerzo equivalente a la interrumpida por la abertura debe añadirse en los lados de ésta

- Deben satisfacerse los requisitos de cortante de 11.12.5

Referencia a 11.12.5 — Aberturas en losas

Las disposiciones de diseño de aberturas en losas (y zapatas) se desarrollaron en la Referencia 11.3. En la Fig. R11.12.5, por medio de líneas punteadas, se muestran algunas ilustraciones de la localización de las porciones efectivas de la sección crítica, cerca de aberturas típicas y extremos libres. Las investigaciones adicionales han confirmado que estas disposiciones son conservadoras.

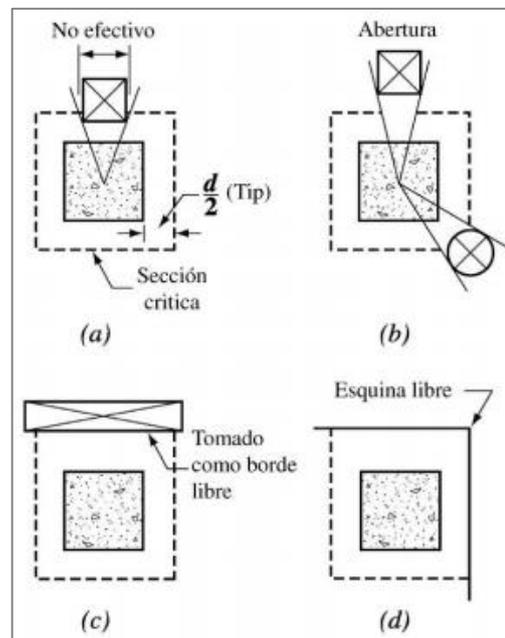


Figura 15. Efecto de aberturas en la losa y extremos libres (las líneas discontinuas muestran el perímetro efectivo)

Fuente: Teodoro Harmsen “Diseño de Estructuras de Concreto Armado”, Cuarta Edición, PUCP.



- **Disposiciones especiales para Cortante en los sistemas de losas en dos direcciones:**

Normalmente el cortante no es crítico cuando las losas soportan cargas distribuidas o cargas lineales y están apoyadas en vigas o muros, porque en tales casos la fuerza cortante máxima por unidad de longitud de la losa es relativamente pequeña. No obstante, el cortante puede ser crítico en las losas cerca de las cargas concentradas ya que la fuerza cortante máxima por unidad de longitud de losa es relativamente alta alrededor de tales cargas. Las cargas concentradas se aplican a las losas por transferencia de fuerzas: 1) de la losa alas columnas en pisos de placa plana y de losa plana, 2) de columnas a cimentaciones y 3) de cargas aplicadas como las cargas de las ruedas.

En muchos casos, los esfuerzos cortantes en losas, alrededor de las cargas concentradas, pueden ser más críticos que los esfuerzos a flexión y entonces el cortante rige el diseño. Esto es particularmente cierto en las conexiones de losa a columna en pisos de placa plana y de losa plana, donde el tamaño de la columna o del capitel de la misma y el espesor de la losa, pueden estar controlados por la magnitud de la fuerza cortante que se ha de transferir.

Para sistemas de losas apoyadas directamente sobre columnas es recomendable que en una etapa preliminar del diseño se verifique la resistencia al cortante de la losa en la vecindad de las columnas como se muestra en la Figura 16.

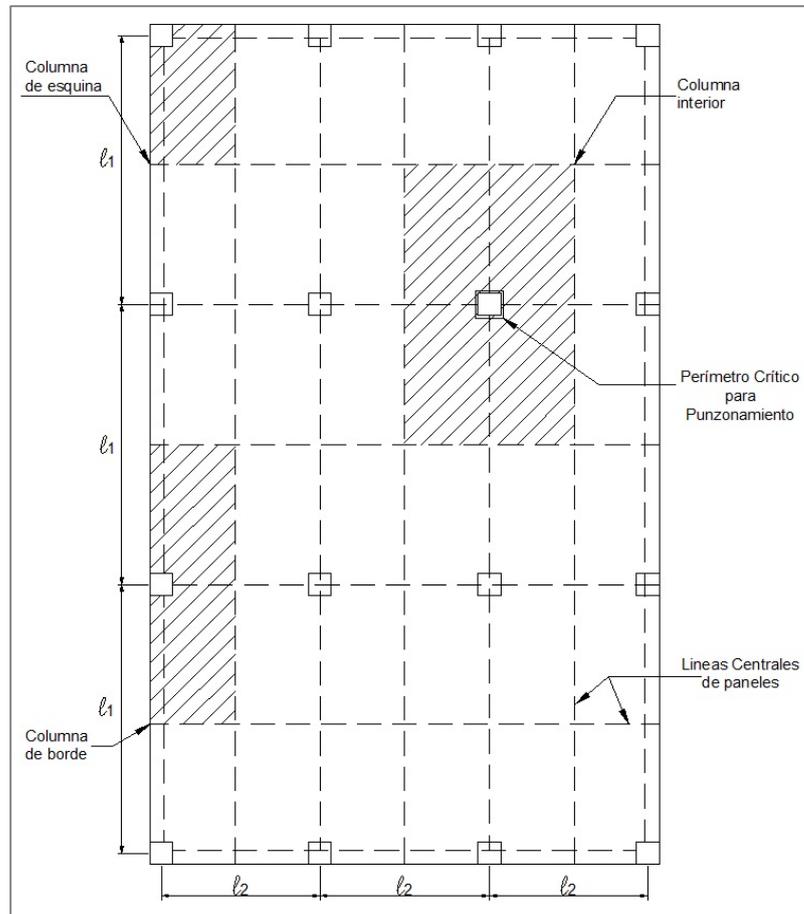


Figura 16. Áreas concernientes para punzonamiento en losas sin vigas.

Fuente: Elaboración propia

Como menciona el Código ACI 11.12.1.1. Dos tipos de cortante pueden ser críticos en el diseño de losas planas, placas planas o zapatas. El primero es el cortante por acción de viga, que lleva a fallas por tensión diagonal. Este análisis considera que la losa actúa como una viga ancha, extendiéndose entre los apoyos suministrados por las franjas perpendiculares de columna y es aplicable en particular a losas largas y delgadas o a zapatas. Una grieta diagonal potencial se extiende en un plano a través del ancho total l_2 de la losa.

El código ACI supone que la sección crítica por cortante con la acción de viga, está localizada a una distancia d de la cara de la columna o carga

aplicada (o desde la cara de una carga lineal, viga o muro de apoyo), como se muestra en la figura 17 a.

Como alternativa puede ocurrir una falla a cortante por punzonamiento con la grieta diagonal potencial formando una superficie de cono o pirámide truncada alrededor de la columna, del capitel o del panel con ábaco. La superficie de falla se extiende desde la parte inferior de la losa en el apoyo, hacia arriba en dirección diagonal hasta la superficie superior.

El código ACI supone que la sección crítica está situada a una distancia $d/2$ desde el perímetro de la columna, del capitel o de la carga aplicada como se muestra en la figura 17b.

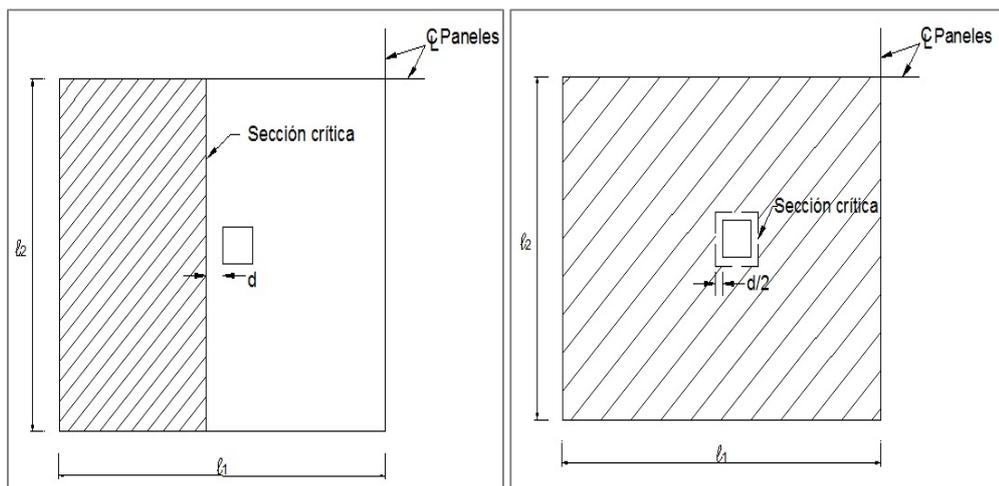


Figura 17. Cortante directo en el apoyo interior de la losa-columna

Adaptado de: James K. Wigth, James G. MacGregor "Reinforced Concrete, Mechanics & Design" Editorial Pearson, Sexta edición

(a) Cortante de Viga

$$V_u \leq \phi V_c$$

$$V_u \leq \phi 0.53 \sqrt{f'_c} l_2 d$$

Donde:

V_u : es la fuerza cortante factorizada (carga factorizada total en el área sombreada)



(b) Cortante en dos sentidos o punzonamiento

Adaptado de: James K. Wight, James G. MacGregor "Reinforced Concrete, Mechanics & Design" Editorial Pearson, Sexta edición

$$V_u \leq \phi V_c$$

Donde:

$$\phi V_c = \text{Menor} \begin{cases} \phi 0.27 \left(2 + \frac{4}{\beta_c} \right) \sqrt{f'_c} b_o d \\ \phi 0.27 \left(\frac{\alpha_s d}{b_o} + 2 \right) \sqrt{f'_c} b_o d \\ \phi 1.1 \sqrt{f'_c} b_o d \end{cases}$$

V_u : es la fuerza cortante factorizada (carga factorizada total en el área sombreada)

b_o : Perímetro crítico de la sección.

β_c : es la relación del lado largo al lado corto de la columna, la carga concentrada o el área de reacción.

α_s : es 40 para columnas interiores, 30 para columnas de borde y 20 para columna en esquina.

- **Procedimientos de diseño**

Se permite diseñar un sistema de losas mediante cualquier procedimiento que satisfaga las condiciones de equilibrio y compatibilidad geométrica, si se demuestra que la resistencia de diseño en cada sección es por lo menos igual a la resistencia requerida en 9.2 Resistencia Requerida y 9.3 Resistencia de Diseño del Código ACI y se cumplen todas las condiciones de funcionamiento incluyendo los límites especificados para las deflexiones



El diseño para cargas gravitacionales de sistema de losas, incluyendo la losa y las vigas (cuando las hay) entre apoyos, y las columnas de apoyo o muros que formen pórticos ortogonales, se puede hacer mediante el Método de diseño directo o el Método del Pórtico Equivalente.

Para cargas laterales, el análisis de la estructura debe tomar en cuenta los efectos de la fisuración y el acero de refuerzo en la rigidez de los elementos del pórtico.

Se permite combinar los resultados del análisis de cargas gravitacionales con los resultados del análisis de cargas laterales. La losa y las vigas (si las hay) entre los apoyos deben diseñarse para los momentos mayorados dominantes en cada sección.

- **Transferencia de momentos en las conexiones losa-columna:**

El análisis para cortante por punzonamiento en placas planas y en losas planas suponía que la fuerza cortante V_u era resistida por esfuerzos cortantes uniformemente distribuidos alrededor del perímetro b_o de la sección crítica a una distancia igual a $d/2$ de la cara de la columna de apoyo.

Para el caso cuando deben transferirse momentos significativos de la losa a las columnas, como los que resultaría con cargas gravitacionales no balanceados en un lado de una columna o de cargas horizontales producidos por viento o por efectos sísmicos, el esfuerzo cortante en la sección crítica no tendría una distribución uniforme.

Las losas que cuentan con vigas no tienen mayores problemas para transferir momentos flectores no balanceados, no así las que están desprovistas de ellas. En este último caso, se asume que una fracción del momento no balanceado debe ser transferida por flexión (mencionado en el Código ACI – 13.5.3) y el resto debe transmitirse por excentricidad de corte. El mecanismo general de transferencia, es mostrado en la Figura 18

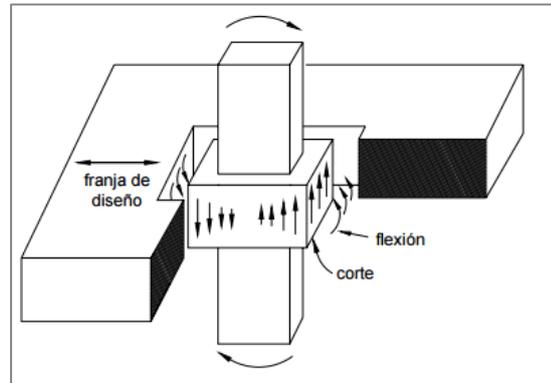


Figura 18. Corte directo y transmisión de momentos

Adaptado de: Teodoro Harmsen “Diseño de Estructuras de Concreto Armado”, Cuarta Edición, PUCP.

Una fracción del momento no balanceado dado por $y_f M_u$ debe considerarse transmitida por flexión sobre una franja de losa cuyo ancho efectivo esté comprendido entre ejes localizados a una y media veces el espesor de la losa o del ábaco ($1.5h$) fuera de las caras opuestas de la columna o el capitel, donde M_u es el momento mayorado transmitido y

$$y_f = \frac{1}{1 + \left(\frac{2}{3}\right) \sqrt{\frac{b_1}{b_2}}}$$

Donde b_1 y b_2 son las dimensiones del perímetro de la sección crítica (siendo b_1 paralela a la dirección de análisis) y están definidos en la Figura 19 para columnas interiores, laterales y esquineras.

En ella, se concentra el refuerzo longitudinal calculado para la franja de columna de la losa o se distribuye acero adicional de modo que sea capaz de resistir la porción de momento no balanceado que se le asigne (ver figura 20)

La cuantía del acero dispuesto en el ancho efectivo de losa no deberá ser superior a $0.375\rho_b$

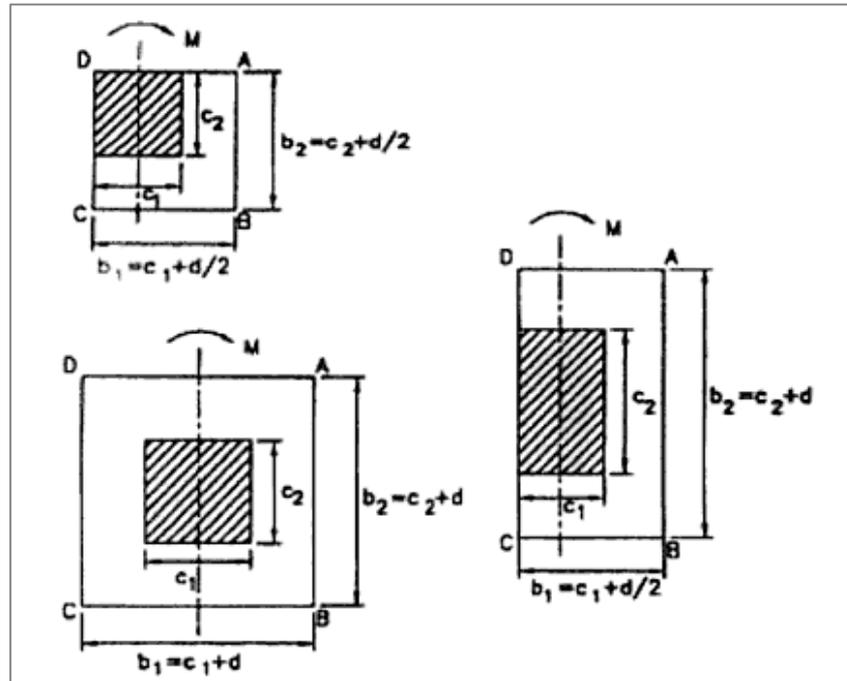


Figura 19. Parámetros b_1 y b_2 en columnas interiores, lateral y esquineras.

Fuente: Teodoro Harmsen "Diseño de Estructuras de Concreto Armado", Cuarta Edición, PUCP.

Se observa que para una columna interior cuadrada con $b_1 = b_2$ el 60% del momento no balanceado se transfiere por flexión a través del perímetro de la sección crítica y el 40% por excentricidad de corte respecto al centroide de la sección crítica.

El término y_f podría ser incrementado a 1.0 cuando el momento no balanceado se presente en los apoyos exteriores y la fuerza cortante V_u en ellos sea menor que $0.75 \phi V_c$ para el caso de apoyos laterales y $0.50 \phi V_c$ para los apoyos en equinas (o columna de borde)

Para momentos no balanceados en apoyos interiores, y para momentos no balanceados alrededor de un eje transversal al borde en apoyos exteriores (es decir, flexión paralela al borde), el término y_f también podrá incrementarse hasta en un 25% y siempre que V_u en el apoyo sea menor que $0.40 \phi V_c$ (mencionado en ACI 13.5.3.3)

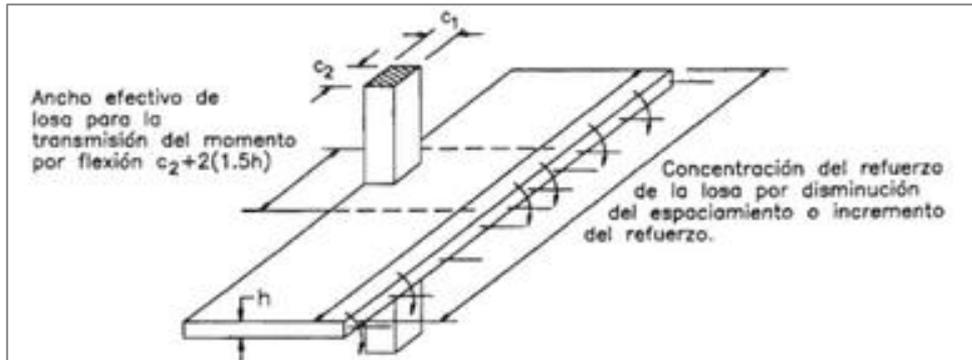


Figura 20. Ancho efectivo de la franja de columna que resiste la fracción de momento no balanceado transmitido por flexión.

Adaptado de: Teodoro Harmsen "Diseño de Estructuras de Concreto Armado", Cuarta Edición, PUCP.

El momento flector transmitido por corte de la losa a la columna es igual a $y_V M_u$ donde:

$$y_V = 1 - y_f$$

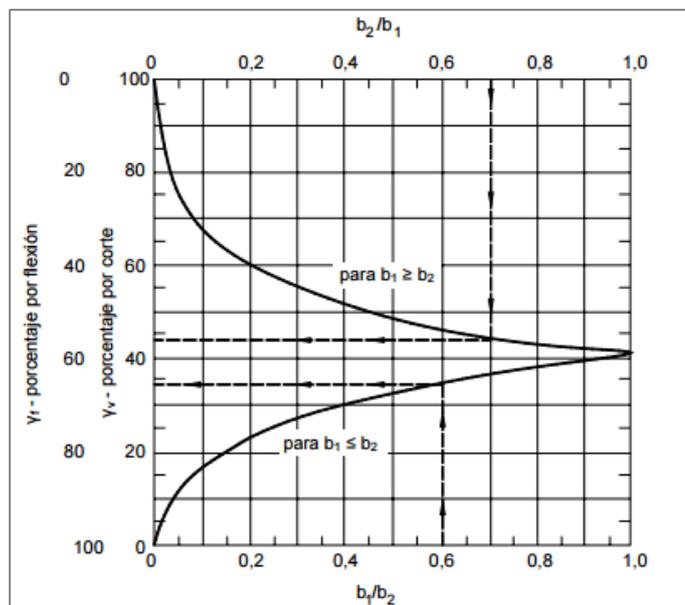


Figura 21 - Solución gráfica de Ecuaciones mencionadas líneas arriba.

Fuente: Reglamento CIRSOC 201, edición Julio 2005, Argentina

La combinación de los esfuerzos de corte provenientes de la transferencia del corte propiamente dicho y de la flexión genera una distribución de esfuerzos en la sección crítica.

El código ACI define la distribución de los esfuerzos por corte en columnas de borde (flexión perpendicular al borde) y en columnas interiores como se muestra en la Figura 22.

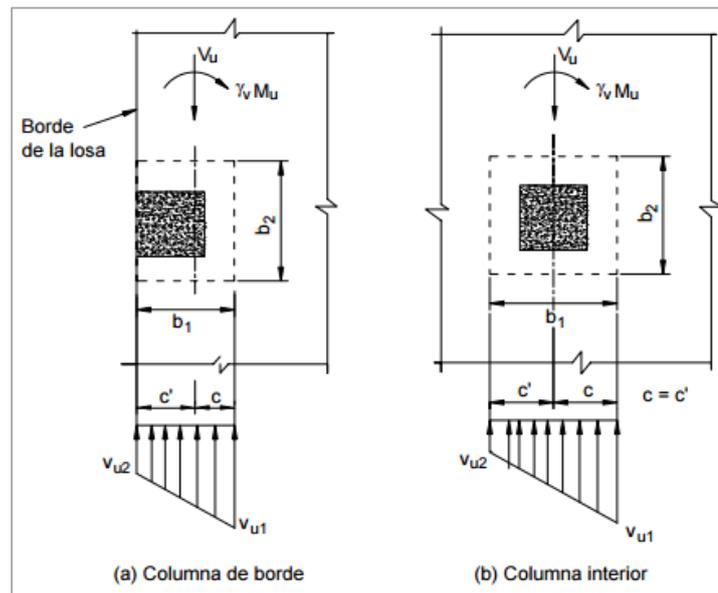


Figura 22 - Distribución de las tensiones de corte por transferencia de momento por excentricidad de corte en una unión losa-columna

Adaptado de: Arthur Nilson "Diseño de Estructuras de Concreto". Duodécima Edición.

El esfuerzo de corte factorizado en la sección crítica es la suma del esfuerzo causado por el corte directo y el momento desbalanceado transferido.

$$V_{u1 (AB)} = \frac{V_u}{A_c} + \frac{\gamma_v M_u c_{AB}}{J}$$

$$V_{u2 (cd)} = \frac{V_u}{A_c} - \frac{\gamma_v M_u c_{CD}}{J}$$

Dónde: La determinación de la combinación de los esfuerzos de corte involucra las siguientes propiedades de la sección crítica transferida.

V_u = Fuerza cortante de punzonamiento en el centroide ABCD

M_u = Momento Flector en el centroide ABCD

A_c : Área de la sección crítica

c y c' : distancia del centroide de la sección crítica a las caras de las secciones donde el esfuerzo se está calculando.

J : Propiedad de la sección crítica análoga al momento polar de inercia.

La figura 23 contiene expresiones para determinar A_c , c , c' , J/c y J/c' para columnas de sección rectangular.

Si hay flexión en las dos direcciones

$$V_u = \frac{V_u}{A_c} + \frac{\gamma_{vx} M_{ux} c_{CB}}{J_x} + \frac{\gamma_{vy} M_{uy} c_{AB}}{J_y}$$

Las expresiones para la determinación del valor de C_{AB} , A_c y J varían si se trata de columnas interiores, laterales o esquineras. Para cada tipo se tiene:

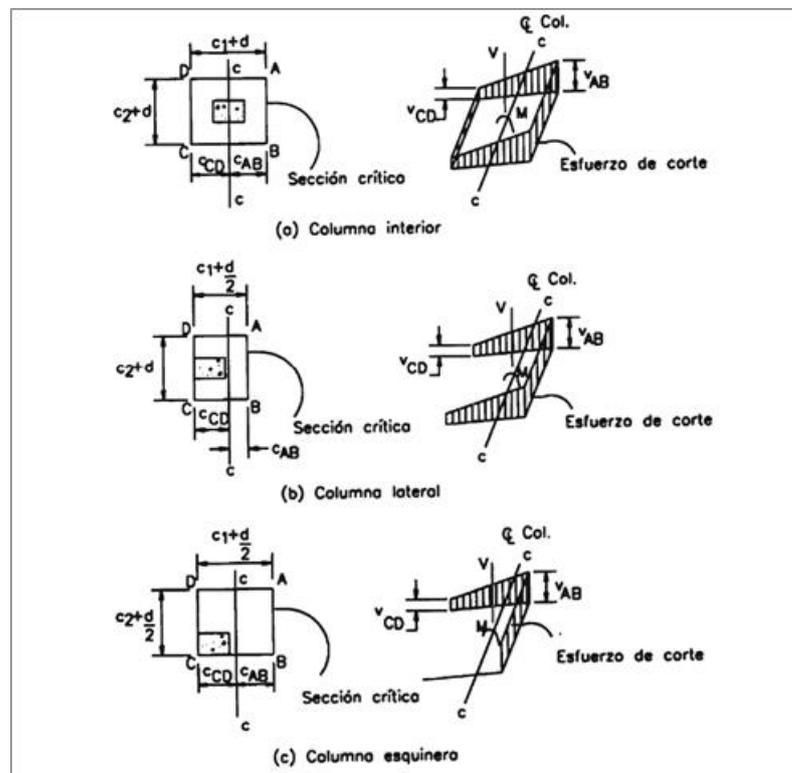
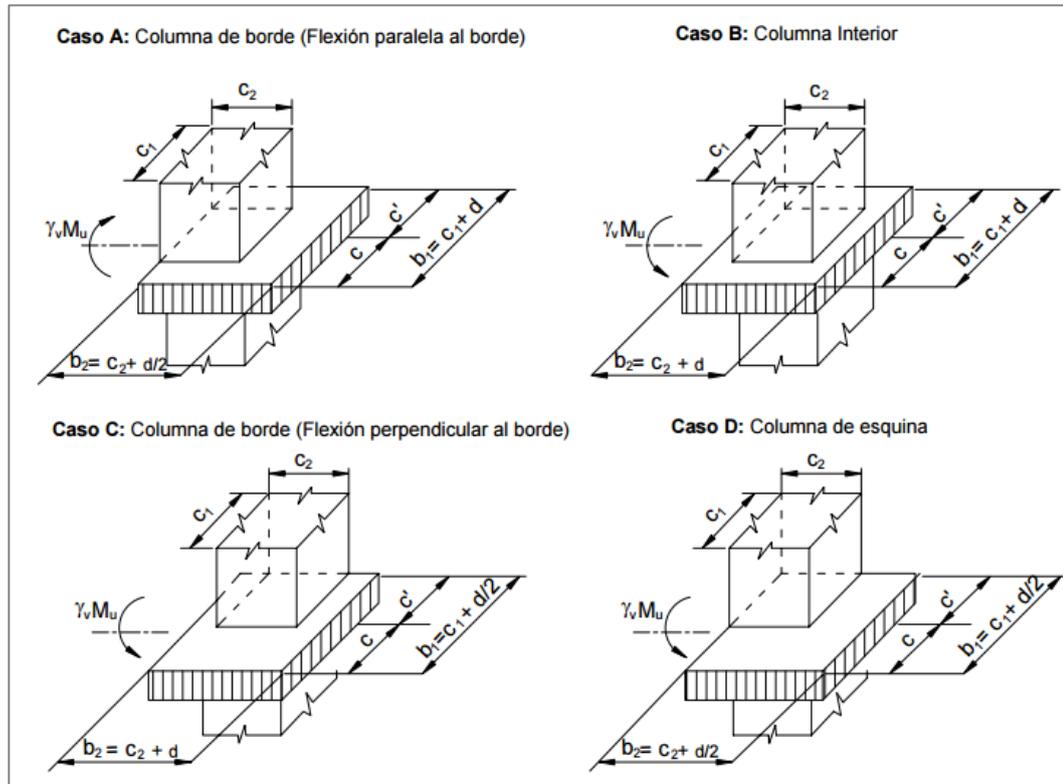


Figura 23. Distribución de los esfuerzos de corte en columnas.

Fuente: Teodoro Harmsen "Diseño de Estructuras de Concreto Armado", Cuarta Edición, PUCP.



Caso	Área de la sección crítica, A_c	Módulo de la sección crítica		c	c'
		J/c	J/c'		
A	$(b_1 + 2b_2) d$	$\frac{b_1 d (b_1 + 6b_2) + d^3}{6}$	$\frac{b_1 d (b_1 + 6b_2) + d^3}{6}$	$\frac{b_1}{2}$	$\frac{b_1}{2}$
B	$2(b_1 + b_2) d$	$\frac{b_1 d (b_1 + 3b_2) + d^3}{3}$	$\frac{b_1 d (b_1 + 3b_2) + d^3}{3}$	$\frac{b_1}{2}$	$\frac{b_1}{2}$
C	$(2b_1 + b_2) d$	$\frac{2b_1^2 d (b_1 + 2b_2) + d^3 (2b_1 + b_2)}{6b_1}$	$\frac{2b_1^2 d (b_1 + 2b_2) + d^3 (2b_1 + b_2)}{6(b_1 + b_2)}$	$\frac{b_1^2}{2b_1 + b_2}$	$\frac{b_1 (b_1 + b_2)}{2b_1 + b_2}$
D	$(b_1 + b_2) d$	$\frac{b_1^2 d (b_1 + 4b_2) + d^3 (b_1 + b_2)}{6b_1}$	$\frac{b_1^2 d (b_1 + 4b_2) + d^3 (b_1 + b_2)}{6(b_1 + 2b_2)}$	$\frac{b_1^2}{2(b_1 + b_2)}$	$\frac{b_1 (b_1 + 2b_2)}{2(b_1 + b_2)}$

Figura 24. Propiedades de las secciones para el cálculo de las tensiones de corte - Columnas rectangulares

Fuente: Reglamento CIRSOC 201, edición Julio 2005, Argentina

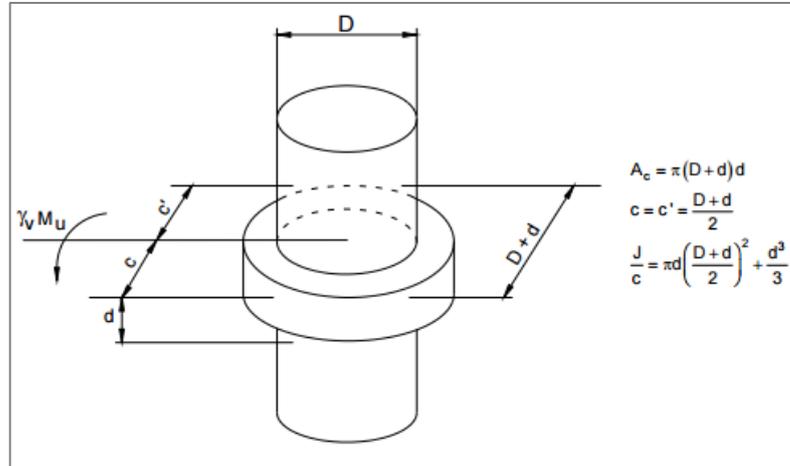


Figura 25. Propiedades de las secciones para el cálculo de las tensiones de corte - Columnas circulares interiores

Fuente: Reglamento CIRSOC 201, edición Julio 2005, Argentina

2.2 COMPORTAMIENTO

Cuando las losas se apoyan en dos direcciones perpendiculares, se desarrollan esfuerzos y deformaciones en ambas direcciones, recibiendo el nombre de losas en dos direcciones.

La ecuación general que describe el comportamiento de las losas macizas en dos direcciones, de espesor constante, es conocida como la ecuación de Lagrange o ecuación de Placas, que se presenta a continuación:

$$\Delta \Delta w = \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} = \frac{q}{D}$$

$$D = \frac{Eh^3}{12(1-\mu^2)}$$



Donde

W = ordenada de la elástica de deformación de la placa en un punto de coordenadas (x,y)

D = rigidez a la flexión de la placa

E = módulo de elasticidad longitudinal del concreto

h = espesor de la placa

μ = coeficiente de Poisson del Concreto (su valor esta comprendido entre 0.15 y 0.20)

La ecuación de Lagrange utiliza como fundamento la Ley de Deformacion Plana de Kirchhoff que establece que una placa plana delgada, sometida a cargas perpendiculares a su plano principal, se deformará de modo que todos los puntos materiales que pertenecen a una recta normal a la superficie sin deformarse permanecerán dentro de la correspondiente recta normal a la superficie deformada (la versión simplificada para vigas diría que las secciones transversales planas antes de la deformación permanecen planas después de la deformación)

Las solicitaciones unitarias internas que se desarrollan en las placas quedan definidas por las siguientes expresiones

$$m_x = -D \left[\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \mu \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right]$$

$$m_y = -D \left[\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \mu \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right]$$

$$m_{xy} = -D (1 - \mu) \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y}$$

$$v_x = -D \frac{\partial}{\partial x} \left[\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right]$$



$$v_y = -D \frac{\partial}{\partial y} \left[\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right]$$

m_x : Momento flector alrededor del eje x, por unidad de ancho de losa

m_y : Momento flector alrededor del eje y, por unidad de ancho de losa

m_{xy} : Momento torsor, por unidad de ancho de losa

v_x : Esfuerzo cortante en la dirección x, por unidad de ancho de losa

v_y : Esfuerzo cortante en la dirección y, por unidad de ancho de losa

Es importante notar que las deformaciones producidas por flexión en una de las direcciones generan esfuerzos flexionantes en la dirección perpendicular debido al efecto de Poisson. También debe tomarse en consideración de que simultáneamente a la flexión en las dos direcciones, aparecen momentos torsionantes que actúan sobre la losa.

Las dos primeras ecuaciones son análogas a la ecuación general de la flexión en vigas, pero se incluye la deformación provocada por los momentos flexionantes transversales.

Las solicitaciones de diseño para los sistemas de losas en dos direcciones dependen de las cargas y las condiciones de apoyo.

Existen tablas de diseño de losas para las cargas y las condiciones de apoyo (o de carencia de apoyo) más frecuentes (empotramiento o continuidad total; apoyo fijo con posibilidad de rotación, borde libre o voladizo) y en casos de geometrías y cargas excepcionales se pueden utilizar los métodos de las diferencias finitas o de los Elementos finitos.

Las losas en dos direcciones a diferencia de las losas en una dirección que se deforman bajo carga conformando una superficie cilíndrica. Cuando se aplica la carga, estas losas se deflectan para conformar una superficie en

forma de plato en vez de una en forma cilíndrica. Esto significa que en cualquier punto la losa tiene curvatura en las dos direcciones principales y puesto a que los momentos flectores son proporcionales a las curvaturas, también existen momentos en ambas direcciones. Para resistir estos momentos, la losa debe reforzarse en las dos direcciones al menos por dos capas de barras perpendiculares con respecto a los dos pares de bordes. La losa debe diseñarse para tomar parte proporcional de la carga en cada dirección.

El tipo más simple de losa con acción en dos direcciones, lo constituye una losa apoyada a lo largo de sus cuatro bordes por vigas monolíticas de concreto relativamente altas y rígidas, como se muestra en la figura 26. Para visualizar su comportamiento a flexión es conveniente pensar que está conformada por dos conjuntos de franjas paralelas, en cada una de las direcciones que se intersectan entre sí:

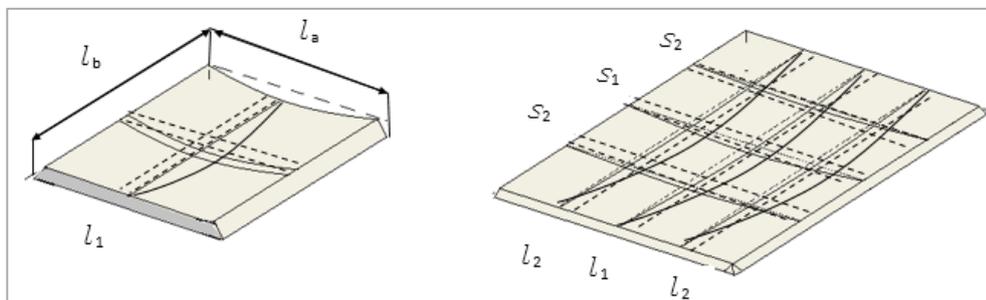


Figura 26 – Losa armada en dos direcciones sobre apoyos simples
(a) flexión de franja de losa (b) modelo reticular de losa.

Fuente: Elaboración propia

Evidentemente, parte de la carga es tomada por uno de estos conjuntos y se trasmite a un par de soportes de borde y el resto de la carga lo toma el otro. La figura 26 Expone las dos franjas de una placa rectangular con luz corta L_a y luz larga L_b . Si la carga uniforme es w por metro cuadrado de losa, cada una de las dos franjas actúa casi como viga simple cargada de manera uniforme por parte de la carga w que le corresponde. Puesto que estas franjas imaginarias son, en realidad, parte de la misma losa



monolítica, sus deflexiones en los puntos de intersección deben ser las mismas. Si se igualan las deflexiones en el centro de la franja corta y de la carga se obtiene

$$\frac{5w_a l^4 a}{384 EI} = \frac{5w_b l^4 b}{384 EI}$$

Donde w_a es la fracción de la carga w que se trasmite en dirección corta y w_b es la otra fracción que se transmite en dirección larga. En consecuencia:

$$\frac{w_a}{w_b} = \frac{l^4 b}{l^4 a}$$

Se observa que la mayor fracción de carga se transmite en la dirección corta y que la relación entre las dos porciones de la carga total es inversamente proporcional a la relación de las luces elevada a cuarta potencia.

Este resultado es aproximado puesto que el comportamiento real de una losa es más complejo que el de las dos franjas que se intersectan. Con base en la figura 26 b que expone un modelo de losa conformado por dos conjuntos de tres franjas cada uno, se puede lograr una mejor interpretación del comportamiento de la losa misma. Se observa que las dos franjas centrales s_1 y l_1 se doblan de manera similar a la de la figura 26 a. Sin embargo, las franjas externas s_2 y l_2 no solo se doblan sino que también se tuercen. Ténganse en cuenta por ejemplo, una de las intersecciones de s_2 y l_2 . Se considera que, en el punto de intersección, el borde exterior de la franja l_2 está más elevado que el borde interior, mientras que el extremo próximo de la franja l_2 los dos bordes se encuentran a la misma elevación; la franja está sometida a torsión. Esta torcedura produce esfuerzos y momentos de torsión que son más pronunciados cerca de las esquinas. En consecuencia la carga total de la losa es tomada no solo por los momentos flectores en las dos direcciones, sino también por los momentos de torsión. Por esta razón, los momentos flectores en losas elásticas son menores que los que resultarían del cálculo que supone en conjunto de franjas desconectadas y cargadas con w_a y w_b .



2.3 CONSIDERACIONES SOBRE LOS PROCEDIMIENTOS DE DISEÑO:

Los principios fundamentales de diseño contenidos en el capítulo 13 del código ACI se aplican a todo el sistema estructural plano sujeto a cargas transversales. Sin embargo algunas de las reglas específicas de diseño, así como los precedentes históricos, limitan los tipos de estructuras a los cuales se aplica el Capítulo 13.

Para el análisis por carga gravitatoria de sistemas de losas en dos direcciones, se especifican dos métodos de análisis en la sección 13.6 (método de diseño directo) y 13.7 (método del pórtico equivalente). Las disposiciones específicas de ambos métodos están limitadas en su aplicación a pórticos ortogonales sometidos a cargas solo a la gravedad. Ambos métodos se aplican a losas en dos direcciones con vigas, así como a losas planas y placas planas. En ambos métodos la distribución de momento a las secciones críticas de la losa reflejan los efectos de la reducción de rigidez de los elementos debido al agrietamiento y la geometría del apoyo.



2.4 METODO DEL DISEÑO DIRECTO

2.4.1 DESCRIPCIÓN DEL MÉTODO:

Es un procedimiento simplificado que permite determinar los momentos de diseño de losas armadas en dos direcciones y de las vigas y columnas que le sirven de apoyo.

Los elementos diseñados haciendo uso de este procedimiento satisfacen los requerimientos de resistencia de la estructura y también la mayor parte de las condiciones necesarias para un adecuado comportamiento bajo cargas de servicio.

Este método compatibiliza la simplicidad de su procedimiento con los resultados obtenidos a través de procedimientos teóricos para determinación de los momentos en losas con y sin vigas y las observaciones efectuadas a lo largo de los años en que se ha trabajado con este tipo de estructuras.

El método de Diseño Directo consta de tres pasos fundamentales como se muestra a continuación:

- 1.- Determinación del momento estático factorizado total (ítem ACI-13.6.2).
- 2.- Distribución del momento estático factorizado total de las secciones de momentos negativos y positivos (ítem ACI-13.6.3)
- 3.- Distribución de los momentos factorizados negativos y positivos en las franjas de columna e intermedias y en las vigas, si las hay (sección 13.6.4 a la 13.6.6)



2.4.2 REQUISITOS PARA LA APLICACIÓN DEL MÉTODO:

El Método de diseño Directo para losas armadas en dos direcciones es aplicable siempre y cuando la estructura propuesta satisfaga cada una de las seis restricciones referentes a la geometría y a la carga que indica el método.

- 1.- Debe haber un mínimo de tres luces continuas en cada dirección.
- 2.- Los paneles de las losas deben ser rectangulares con una relación de las luces largas a las cortas dentro de un panel no mayor que 2.
- 3.- Las longitudes de las luces sucesivas, medidas centro a centro de los apoyos en cada dirección no deben diferir en más de un tercio de la luz más larga.
- 4.- Las columnas pueden correrse con respecto a cualquier eje de columnas sucesivas un máximo del 10% de la luz respectiva en la dirección del desplazamiento.
- 5.- Las cargas las genera únicamente la gravedad y deben estar uniformemente distribuidas en todo el panel. La carga viva no debe exceder de 2 veces la carga muerta.
- 6.- Para un panel con vigas entre los apoyos en todos los lados, debe satisfacerse la ecuación (indicada líneas abajo) para las dos direcciones perpendiculares. (Ítem 13.6.1.6)

$$0.2 \leq \frac{\alpha_{f1} l_2^2}{\alpha_{f2} l_1^2} \leq 5.0$$

Donde α_{f1} y α_{f2} se calculan de acuerdo con la ecuación

$$\alpha_f = \frac{E_{cb} I_b}{E_{cs} I_s}$$

α_f = Parámetro que define la rigidez relativa de la viga y de la losa.



2.4.3 DETERMINACIÓN DEL MOMENTO ESTÁTICO TOTAL EN AMBOS SENTIDOS DE LA LOSA:

Con el fin de calcular el momento estático factorizado total M_o (o momento estático mayorado) en un panel, se utiliza la luz libre l_n en dirección de análisis de los momentos. La luz libre se define como la distancia entre las caras de las columnas, capiteles o muros, pero no debe ser menor que $0.65 l_1$. Si los apoyos no son rectangulares se considerará para la determinación de l_n que estos son equivalentes a apoyos cuadrados de igual área.

El momento estático factorizado total para un tramo debe determinarse en una franja limitada lateralmente por el eje central de los paneles adyacentes al eje que une los apoyos.

La suma absoluta del momento mayorado positivo y el promedio de los momentos mayorados negativos, en cada dirección, no debe ser menor que:

$$M_o = \frac{W_u l_2 l_n^2}{8}$$

Donde:

W_u = carga ultima factorizada total por unidad de área

l_n = luz libre en la dirección de análisis de los momentos

l_2 = luz perpendicular en la dirección de análisis

Si las luces perpendiculares a la dirección del análisis, l_2 varían, se tomará el promedio de ambos.

Si se analiza un paño adyacente al extremo de la losa, el término l_2 será sustituido por la distancia entre el eje central del paño extremo y el borde.

Si un elemento de apoyo no tiene una sección transversal rectangular o si los lados del rectángulo no son paralelos a los vanos, debe ser tratado como un apoyo cuadrado que tenga la misma área, como se ilustra en la Figura 27.

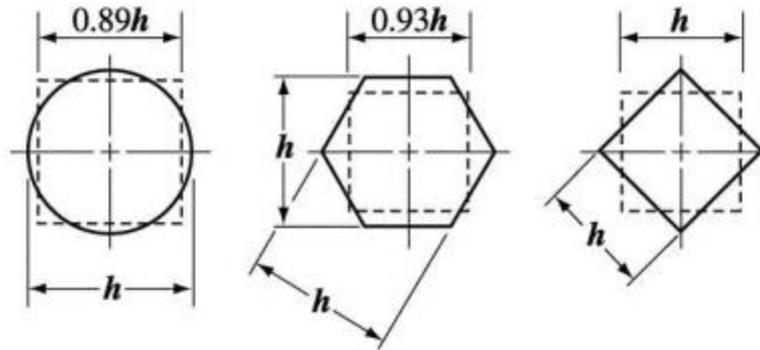


Figura 27. Ejemplos de sección cuadrada equivalente para elementos de apoyo

Fuente: Requisitos de Reglamento para Concreto Estructural (ACI 318S-11) y Comentario (ACI 318SR-11), American Concrete Institute, Farmington Hills, Michigan 2011.

Momentos factorizados (mayorados) positivos y negativos (ítem 13.6.3)

El momento estático para un tramo es dividido en momentos de diseños negativos y positivos.

Los momentos negativos mayorados deben determinarse en el borde de los apoyos, si estos son rectangulares. Los apoyos circulares o en forma de polígono regular deben tratarse como apoyos cuadrados que tengan la misma área

En luces interiores, el momento estático factorizado total M_o se reparte entre las secciones críticas a flexión positiva y negativa de acuerdo con las relaciones siguientes:

Momento negativo mayorado.....0.65

Momento positivo mayorado.....0.35

Como se muestra en la figura 28. La sección crítica para flexión negativa se toma en la cara de los apoyos rectangulares:

En el caso de luces extremas, la repartición del momento estático total entre las secciones críticas a momento (negativo interior, positivo y negativo exterior, como en la figura 28) depende de la restricción a flexión suministrada a la losa por la columna exterior o muro exterior, según el caso y depende también de la presencia o ausencia de vigas en los ejes de columnas.

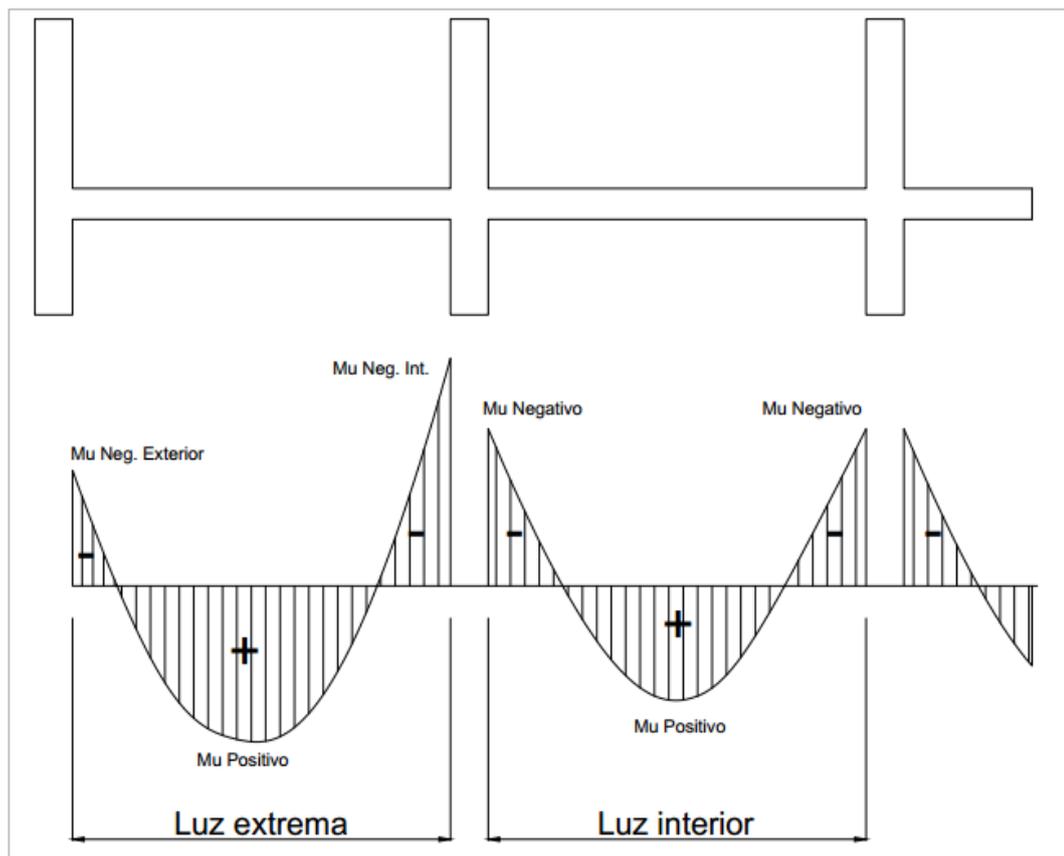


Figura 28. Distribución del momento estático total M_o a las secciones críticas para flexión positiva y negativa.

Fuente: Elaboración Propia.



Los apoyos internos deberán ser diseñados para resistir el mayor de los dos momentos negativos interiores factorizados, determinados para los tramos con un apoyo común.

Las vigas de borde y los bordes de la losa deben diseñarse para resistir la torsión que desarrollan para transmitir los momentos negativos exteriores a la columna

El ítem 13.6.3.3, indica que: En un vano final, el momento estático mayorado total, M_o , debe distribuirse como se indica a continuación:

Tabla 2.4.3.1
Distribución del momento estático mayorado en un vano final:

	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)
	Borde exterior no restringido	Losa con vigas entre todos los apoyos	Losa sin vigas entre los apoyos interiores		Borde exterior totalmente restringido
			Sin viga de borde	Con viga de borde	
Momento negativo mayorado interior	0.75	0.70	0.70	0.70	0.65
Momento positivo mayorado	0.63	0.57	0.52	0.50	0.35
Momento negativo mayorado exterior	0	0.16	0.26	0.30	0.65

Fuente: Requisitos de Reglamento para Concreto Estructural (ACI 318S-11) y Comentario (ACI 318SR-11), American Concrete Institute, Farmington Hills, Michigan 2011.

Los coeficientes para un borde no restringido se emplean por ejemplo, cuando la losa este simplemente apoyada sobre un muro de albañilería o de concreto.

Los coeficientes correspondientes a un borde restringido son aplicables cuando la losa se construye integralmente con un muro de concreto con una rigidez a la flexión tan grande, en comparación con la de la losa, que se presente poca rotación en la unión losa-muro.



Para bordes diferentes a los no restringidos o a los completamente restringidos, los coeficientes en la tabla se seleccionaron de manera que estuvieran cerca del límite superior del rango para momentos positivos y momentos negativos interiores. Como resultado, los momentos negativos exteriores usualmente están más cerca del límite inferior. La capacidad a momento negativo exterior, en la mayoría de los sistemas de losas, está regido por el refuerzo mínimo para controlar el agrietamiento. Los coeficientes finales seleccionados se han ajustado para que la suma absoluta de los momentos positivos y los momentos promedio sea igual a M_o .

Para sistemas de losas en dos direcciones con vigas entre los apoyos en todos los lados, se aplican los coeficientes de momento de la columna (2) de la tabla. Para sistemas de losas sin vigas entre los apoyos interiores (placas planas y losas planas), se aplican los coeficientes de momento de la columna (3) ó (4) de la tabla, sin viga de borde (perimetral) o con ella, respectivamente.

En el reglamento de 1977 se emplearon factores de distribución como función de la relación de rigidez del apoyo exterior equivalente, para distribuir el momento estático total M_o en un vano extremo. Este enfoque puede ser usado en vez de los valores de 13.6.3.3

El ítem 13.6.3.4 del código ACI indica que las secciones sometidas a momento negativo deben diseñarse para resistir el mayor de los dos momentos mayorados negativos interiores, determinados para los vanos con un apoyo común, a menos que se haga un análisis para distribuir el momento no balanceado de acuerdo con las rigideces de los elementos concurrentes

Para las vigas de borde o los bordes de la losa, se debe tener en consideración lo que indica el ítem 13.6.3.5, deben ser diseñados para resistir por torsión su parte de los momentos exteriores negativos mayorados.



Momentos factorizados en las franjas de columnas (ítem 13.6.4 del Código ACI)

El ítem 13.6.4.1 indica que las franjas de columna deben ser diseñadas para resistir las siguientes fracciones, en porcentaje, del momento negativo mayorado interior:

Tabla 2.4.3.2
Momento negativo mayorado interior:

l_2/l_1	0.5	1.0	2.0
$(\alpha_f l_2/l_1) = 0$	75	75	75
$(\alpha_f l_2/l_1) \geq 1.0$	90	75	45

Fuente: Requisitos de Reglamento para Concreto Estructural (ACI 318S-11) y Comentario (ACI 318SR-11), American Concrete Institute, Farmington Hills, Michigan 2011.

Una vez distribuido el momento factorizado total M_o a las secciones de momento positivo y negativo, todavía se debe distribuir estos momentos de diseño a través del ancho de las secciones críticas. Para propósitos de diseño, es conveniente tener en cuenta los momentos constantes dentro de los límites de una franja central u otra de columna. El código presenta una serie de tablas que permiten determinar directamente los porcentajes de momento positivo y negativo que son resistidos por la franja de columna. La fracción restante es dividida, proporcionalmente a sus dimensiones, entre las dos medias franjas centrales.

La distribución del momento total negativo o positivo entre las franjas centrales de la losa, las franjas de columna de la losa y las vigas, depende de la relación l_2/l_1 , de la rigidez relativa de la viga y de la losa, y del grado de restricción rotacional que suministra la viga de borde.

Para el momento negativo exterior, el ítem 13.6.4.2 indica que Las franjas de columnas deben ser diseñadas para resistir las siguientes fracciones en porcentaje, del momento negativo exterior mayorado:



Tabla 2.4.3.3

Momento negativo exterior mayorado

l_2/l_1		0.5	1.0	2.0
$(\alpha_1 l_2/l_1) = 0$	$\beta_t = 0$	100	100	100
	$\beta_t \geq 25$	75	75	75
$(\alpha_1 l_2/l_1) \geq 1.0$	$\beta_t = 0$	100	100	100
	$\beta_t \geq 25$	90	75	45

Deben hacerse interpolaciones lineales entre los valores dados, donde β_t se calcula en la ecuación (13-5) y C se calcula en (13-6).

$$\beta_t = \frac{E_{cb} C}{2E_{cs} I_s} \quad (13-6)$$

$$C = \sum \left(1 - 0.63 \frac{x}{y} \right) \frac{x^3 y}{3} \quad (13-5)$$

Fuente: Requisitos de Reglamento para Concreto Estructural (ACI 318S-11) y Comentario (ACI 318SR-11), American Concrete Institute, Farmington Hills, Michigan 2011.

Donde:

β_t = Relación entre la rigidez a torsión de la sección de la viga de borde y la rigidez a flexión de una franja de losa cuyo ancho es igual a la longitud de la luz de la viga medida centro a centro de los apoyos

La constante C para secciones en forma de T o L puede evaluarse dividiendo la sección en sectores rectangulares, como se define en 13.2.4, y sumando los valores de C de cada porción

El Ítem 13.6.4.3 del Código ACI indica que cuando los apoyos consistan en columnas o muros que se extienden por una distancia igual o mayor que $(3/4) l_2$ utilizada para calcular M_o , los momentos negativos deben considerarse uniformemente distribuidos a lo largo de l_2 .



El ítem 13.6.4.4 , indica que las franjas de columnas deben diseñarse para resistir las siguientes fracciones, en porcentaje, de los momentos positivos mayorados:

Tabla 2.4.3.4

Momentos positivos mayorados

l_2/l_1	0.5	1.0	2.0
$(\alpha_{f1}l_2/l_1) = 0$	60	60	60
$(\alpha_{f1}l_2/l_1) \geq 1.0$	90	75	45

Fuente: Requisitos de Reglamento para Concreto Estructural (ACI 318S-11) y Comentario (ACI 318SR-11), American Concrete Institute, Farmington Hills, Michigan 2011.

Debe interpolarse linealmente entre los valores dados.

El ítem 13.6.4.5 indica que para losas con vigas entre los apoyos, la porción de la losa localizada en la franja de columnas debe ser diseñada para resistir la porción de los momentos de la franja de columna que no sean resistidos por las vigas.

- **Momento factorizado en viga (ítem 13.6.5)**

Cuando una franja de diseño contiene vigas entre las columnas, el momento factorizado asignado a la franja de columna debe distribuirse entre la losa y una porción de la viga de la franja de columna.

La cantidad de momento factorizado resistido por la viga en la franja de columna varía linealmente entre 0 y 85% como $\alpha_1 l_2/l_1$ varía entre 0 y 1.0. Cuando $\alpha_1 l_2/l_1$ es igual o mayor que 1.0 el 85 % del momento total de la franja de columna debe ser resistido por la viga. Además la sección de la viga debe resistir los efectos de las cargas aplicadas directamente a la viga, incluso el peso del alma de la viga que se proyecta sobre o debajo de la losa.



- **Momentos factorizados en las franjas centrales (ítem 13.6.6)**

La fracción de los momentos mayorados positivo y negativo no resistida por las franjas de columnas debe asignarse proporcionalmente a cada mitad de las franjas centrales correspondientes. (13.6.6.1)

Cada franja central debe ser diseñada para resistir la suma de los momentos asignados a sus dos mitades de franja. (13.6.6.2)

Una franja central adyacente y paralela a un borde apoyado en un muro, debe ser diseñada para resistir el doble del momento asignado a la mitad de la franja central correspondiente al primer eje de apoyos interiores. (13.6.6.3)

- **Modificación de los momentos factorizados (ítem 13.6.7)**

Se permite que los momentos factorizados o mayorados positivo y negativo sean modificados hasta en un 10%, siempre que el momento estático total para un panel, o M , en la dirección considerada, no sea menor que el requerido en la ecuación (13-4).

$$M_o = \frac{q_u \ell_2 \ell_n^2}{8}$$

- **Cortante en sistema de losas con vigas (ítem 13.6.8)**

Cuando se diseña por el Método de Diseño Directo, debe darse especial atención para proporcionar una adecuada resistencia a cortante, al igual que a momento. De acuerdo con la sección 13.6.8 del Código ACI, las vigas con $\alpha_1 l_2/l_1$, igual o mayor que 1.0 deben calcularse las dimensiones para resistir el cortante producido por las cargas sobre un área tributaria definida como aparece en la figura 29

Al diseñar vigas con $\alpha_1 l_2/l_1$, menor a 1.0 para resistir cortante, se permite intepolar linealmente suponiendo que la viga no toma carga para $\alpha_1 = 0$.

La fracción restante de carga sobre el área sombreada se supone que se trasmite directamente a través de la losa hacia las columnas en las cuatro esquinas del panel y los esfuerzos cortantes en la losa se calculan con este supuesto.

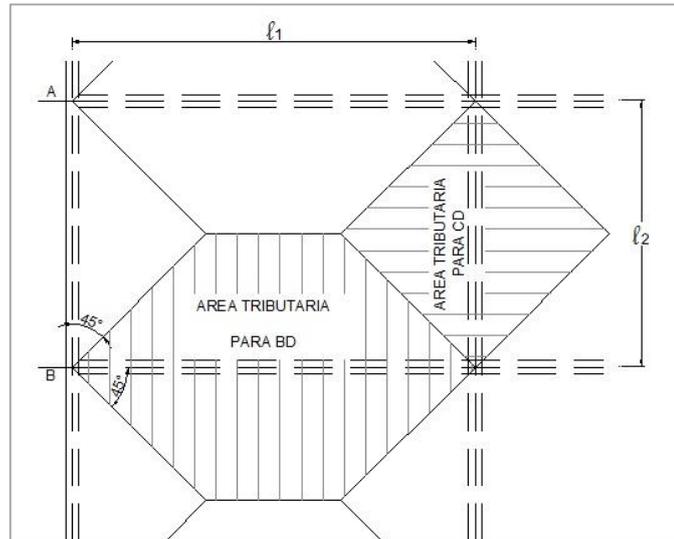


Figura 29: Áreas tributarias para cálculo de cortante

Fuente: Arthur Nilson "Diseño de Estructuras de Concreto". Duodécima Edición.

- Momentos en las columnas (ítem 13.6.9)

Las columnas y los muros construidos monolíticamente con un sistema de losas deben resistir los momentos producidos por las cargas factorizadas o mayoradas que actúan sobre el sistema de losas.

En un apoyo interior, los elementos de apoyo arriba y debajo de la losa deben resistir el momento especificado por la ecuación:

$$M = 0.07 [(w_d + 0.5 w_l) l_2 l_n^2 - w_d' l_2' (l_n')^2]$$

Donde las cantidades con primas se refieren a la más corta de las luces adyacentes (que se supone soporta solo la carga muerta) y las cantidades sin primas se concretan a la luz más larga (que se supone sostiene la carga muerta y la mitad de la carga viva). Para el caso más usual en el que las luces transversales y adyacentes son iguales, la ecuación reduce:

$$M = 0.07 (0.5 w_l l_2 l_n^2)$$

Donde:

w_l : Carga viva factorizada

l_2 : Longitud de la luz transversal a l_n

l_n : Longitud de la luz libre en la dirección de análisis.

2.5 MÉTODO DEL PÓRTICO EQUIVALENTE:

2.5.1 DESCRIPCIÓN DEL MÉTODO

Es un procedimiento para el análisis de sistemas de losas armadas en dos direcciones más elaborado que el método directo, el cual considera un análisis elástico para la determinación de momentos. En este método la estructura se divide, para efectos analíticos, en pórticos continuos centrados en los ejes de columnas y extendiéndose, tanto longitudinal como transversalmente.

Este método se basa en la transformación de la estructura tridimensional en una serie de sistemas bidimensionales denominados pórticos equivalentes (ver figura 30) centrados en los ejes de las columnas o de los apoyos, con cada pórtico extendiéndose hasta la altura total de la estructura.

El ancho de cada pórtico equivalente está limitado por los ejes centrales de los paneles adyacentes, además de que estos son capaces de reproducir el comportamiento del conjunto si se toman algunas previsiones en la determinación de sus propiedades.

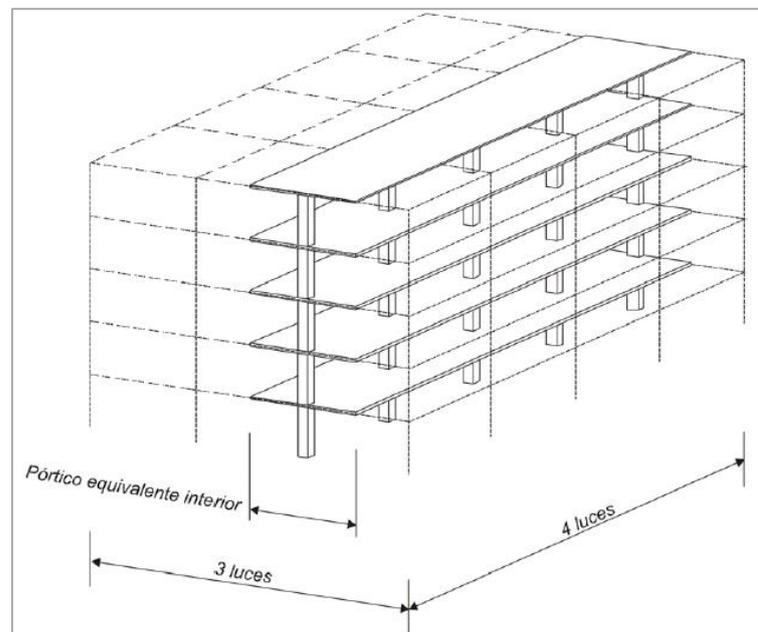


Figura 30. Sistema de pórticos bidimensionales

Adaptado de: Teodoro Harmsen "Diseño de Estructuras de Concreto Armado",
Cuarta Edición, PUCP.

El pórtico equivalente, está constituido por tres elementos básicos los cuales se presentan en la Figura 31 y son:

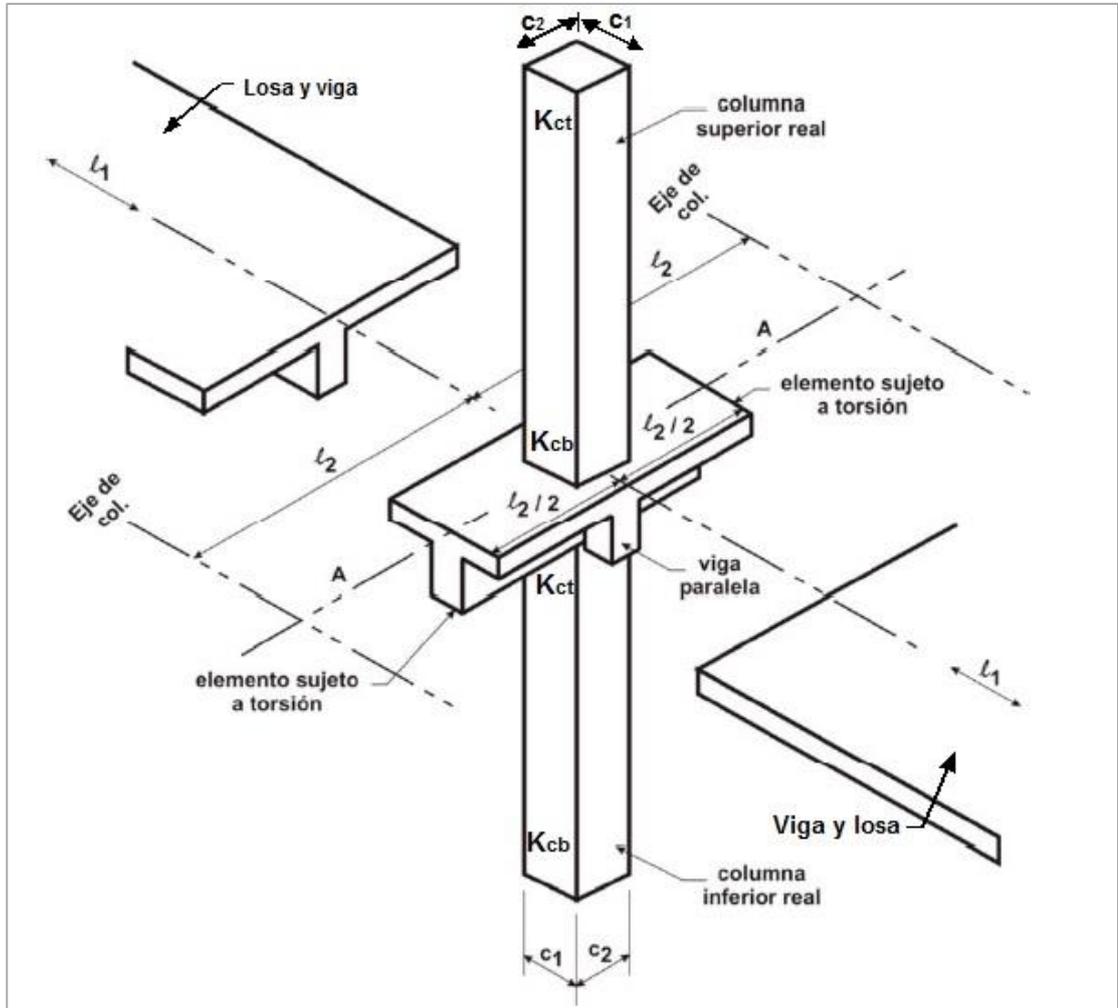


Figura 31. Elementos del pórtico equivalente

Adaptado de: Teodoro Harmsen "Diseño de Estructuras de Concreto Armado", Cuarta Edición, PUCP.

Elementos que constituyen el pórtico equivalente:

1.- Las franjas de losa limitadas por las líneas centrales de los paños adyacentes al eje en estudio

Las vigas dirigidas en la dirección del pórtico se consideran parte de ellas al igual que los ábacos que pudieran existir sobre las columnas.



2.- Las columnas u otros soportes verticales alineados a lo largo del eje analizado. En caso de que la losa sea sostenida por capiteles, se considera que estos forman parte de la columna. La longitud de la columna es evaluada al eje de las losas de niveles consecutivos.

3.- Los elementos de la estructura que transmiten los momentos de la losa a la columna, son transversales a la dirección de análisis y se extiendan a todo lo ancho de la franja de losa. Son denominados también elementos de rigidez torsional.

2.5.2 CONSIDERACIONES PARA LA APLICACIÓN DEL MÉTODO:

1.- Debe considerarse que la estructura está constituida por pórticos equivalentes a lo largo de ejes de columnas tomadas longitudinal y transversalmente a través de la estructura.

2.- Cada pórtico debe consistir en una hilera de columnas o apoyos y franjas de viga-losa limitadas lateralmente por el eje central de la losa a cada lado del eje de las columnas o los apoyos.

3.- Debe suponerse que las columnas o apoyos están unidos a la franjas de viga – losa mediante elementos torsionales (ACI-13-7-5) transversales a la dirección del tramo para el cual se están determinando los momentos, extendiéndose hasta los ejes centrales de las losas laterales a cada lado de la columna.

4.- Los pórticos adyacentes y paralelos a un borde deben estar limitados por dicho borde y el eje central de la losa adyacente.

5.- Se permite el análisis de cada pórtico equivalente en su totalidad. Alternativamente para cargas gravitacionales, se permite un análisis de cada piso o techo con sus extremos lejanos considerados empotrados.

6.- Cuando las vigas-losa son analizadas separadamente, se permite determinar el momento en un apoyo dado suponiendo que la viga losa esta empotrada en cualquier apoyo distante dos vanos del considerado, siempre que la losa continúe más allá de dicho punto.

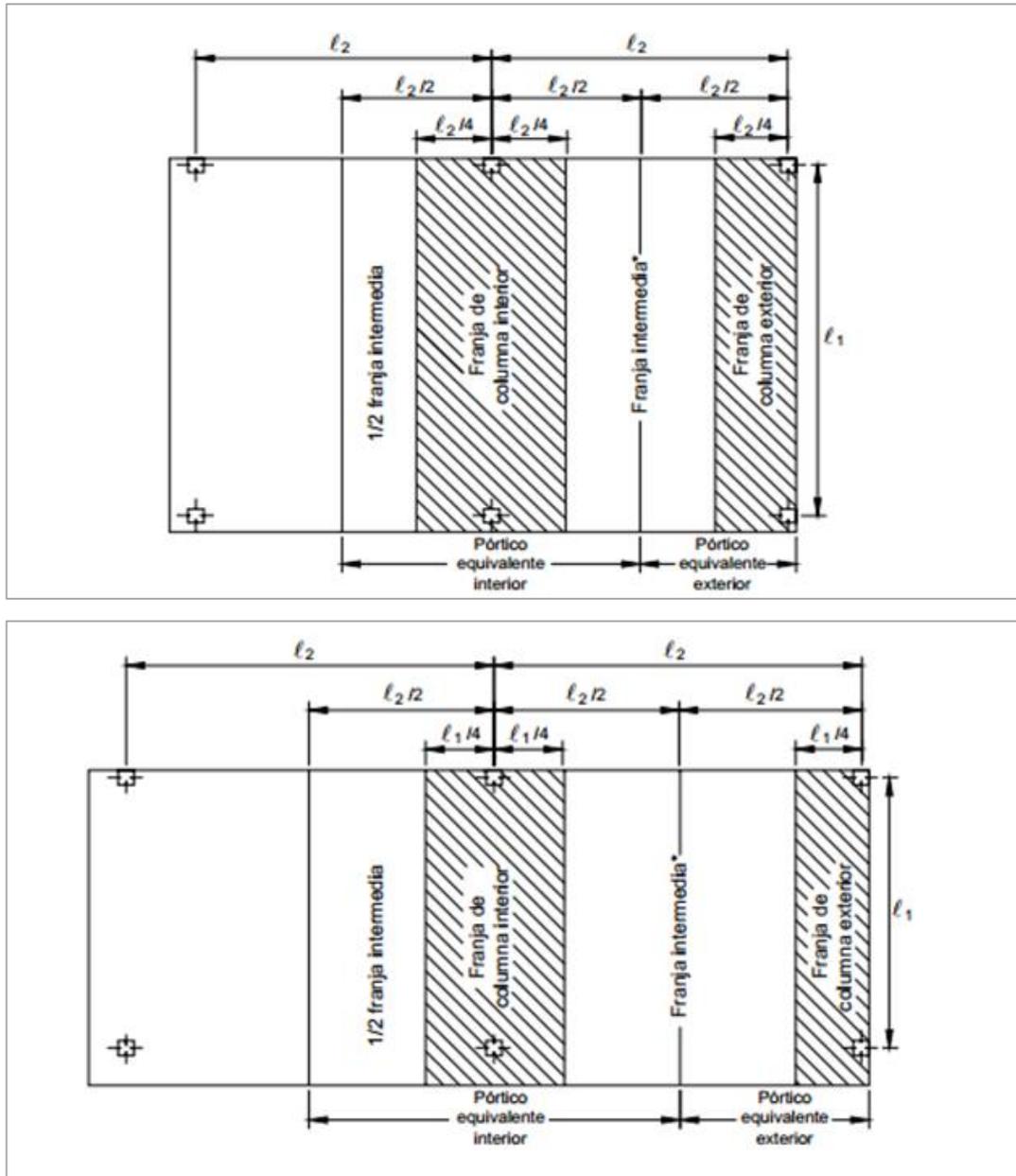


Figura 32. Franjas de diseño de un pórtico equivalente

Fuente: Requisitos de Reglamento para Concreto Estructural (ACI 318S-11) y Comentario (ACI 318SR-11), American Concrete Institute, Farmington Hills, Michigan 2011.



2.5.3 CALCULO DEL MOMENTO TOTAL EN AMBOS SENTIDOS DE LA LOSA

Definida la geometría y las rigideces efectivas de la franja de la viga losa y de los apoyos el análisis del pórtico equivalente puede llevarse a cabo mediante el método de distribución de momentos. En general el pórtico se analiza en su totalidad, sin embargo, si solo se consideran cargas de gravedad, es posible analizar cada nivel por separado. En este caso, se asume que los extremos de las columnas del nivel correspondiente se encuentran empotrados en los extremos opuestos a la losa.

Una vez determinados los momentos de diseños positivos y negativos, falta distribuirlos a lo ancho de las secciones críticas. Para fines de diseño, el ancho total de la franja se divide en franjas de columna y medias franjas centrales adyacentes definidas previamente y los momentos se suponen constantes y dentro de los límites de cada una de ellas. La distribución de momentos a las franjas de columna y a las franjas centrales se realiza utilizando los mismos porcentajes determinados con relación al método de diseño directo.

La distribución de momentos y cortantes a vigas en los ejes de columnas, si estas existen, se realiza también según los procedimientos del Método de Diseño directo, La restricción N°6 para la aplicación del Método del Diseño Directo, relacionada con la rigidez relativa de vigas en los ejes de columnas en las dos direcciones también es aplicable en este caso si se utilizan estas relaciones de distribución. En apoyos interiores, la sección crítica para el momento negativo factorizado (tanto en la franja de columna como en las franjas intermedias) se debe tomar en el borde de los apoyos rectilíneos, pero a no más de $0.175 l_1$ del centro de la columna. En los apoyos exteriores provistos de ménsulas o capiteles, la sección crítica para el momento negativo factorizado en el tramo perpendicular a un borde, debe considerarse situada a una distancia del borde del elemento de soporte no mayor de $\frac{1}{2}$ de la proyección de la ménsula o capitel más allá de la cara del elemento de apoyo.

A través de las tablas 3.2.3.1 hasta la 3.2.3.6 del capítulo III se obtienen los coeficientes de rigidez, factores de transporte y los coeficientes de momento de empotramiento para las diferentes geometrías y configuraciones de carga. Una amplia gama de proporciones de tamaño - luces de columnas en ambas direcciones longitudinales y transversales es abarcado en las tablas.

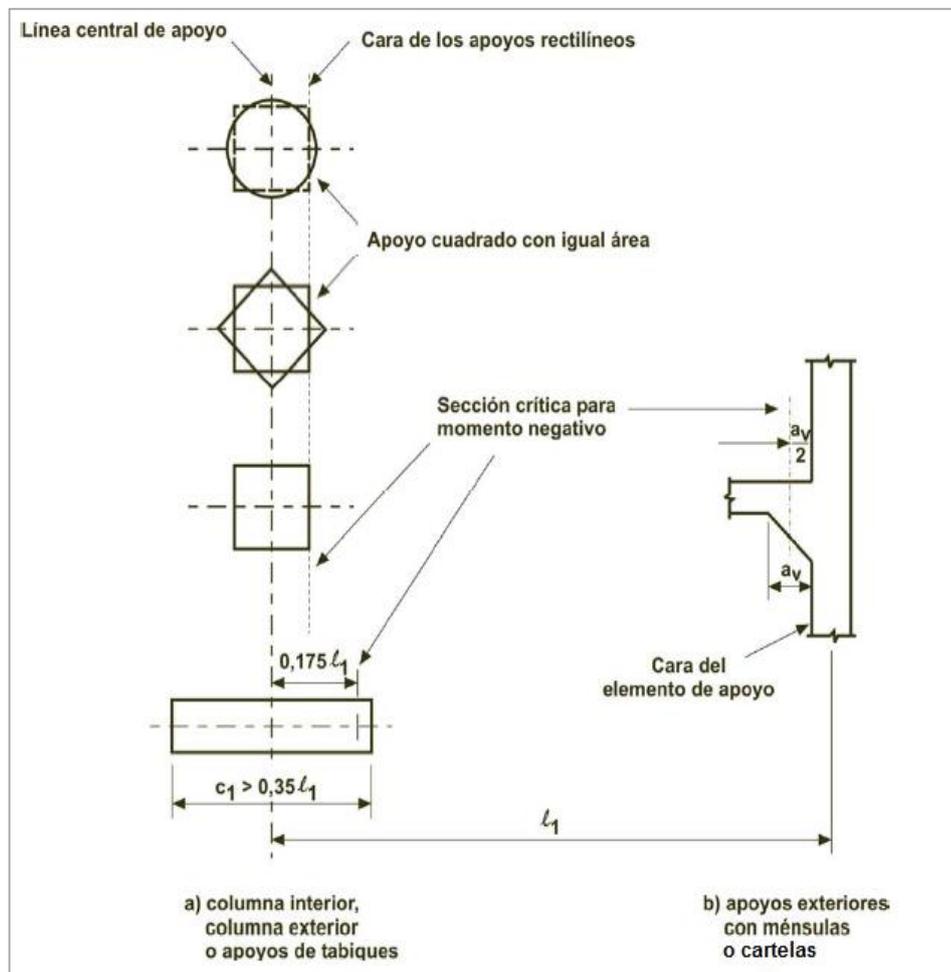


Figura 33. Sección crítica para la determinación del momento negativo de diseño

Fuente: Teodoro Harmsen "Diseño de Estructuras de Concreto Armado", Cuarta Edición, PUCP.



- **Columnas (ítem 13.7.4 del Código ACI)**

Se permite determinar el momento de inercia de las columnas en cualquier sección transversal fuera de nudos o capiteles de columnas, usando el área bruta de concreto.

Los tipos comunes de columnas y condiciones de apoyo en los extremos para los sistemas de losas se muestran en la figura 34. La rigidez de las columnas está basada en la longitud de estas l_c , desde la mitad del espesor de la losa superior hasta la mitad del espesor de la losa inferior.

Los diagramas de rigidez de las columnas pueden usarse para determinar la rigidez a flexión de la columna, K_c . Los diagramas de rigidez están basados en las consideraciones siguientes:

- a) El método de inercia de la columna, exterior al nudo losa-viga se basa en la sección transversal (área) bruta del concreto. La variación del momento de inercia a lo largo de los ejes de las columnas entre los nudos de viga-losa se tiene en cuenta. Para columnas con capiteles se asume que el momento de inercia varía linealmente desde la base del capitel al fondo de la losa-viga, dicha consideración explicadas en el Reglamento ACI 13.7.4.1 y 13.7.4.2)
- b) El momento de inercia es asumido infinito ($I = \infty$) desde la parte superior de la losa hasta la parte inferior de la conexión losa- viga. Como en los elementos de la losa-viga, el factor de rigidez K_c para las columnas no pueden basarse en la superposición de miembros prismáticos uniformes (13.7.4.3)

La tabla 3.2.3.7 del capítulo III, puede usarse para determinar la rigidez de la columna real y factores de transporte.

Cuando las vigas-losa se analizan por separado para cargas gravitacionales, se usa el concepto de una columna equivalente, que combina en un elemento



compuesto la rigidez de la viga-losa y la del elemento torsional. La flexibilidad de la columna se modifica para tomar en cuenta la flexibilidad torsional de la conexión losa-columna, lo cual reduce su eficiencia para la transmisión de momentos. La columna equivalente consiste en la columna real sobre y bajo la viga-losa más elementos torsionales adheridos a cada lado de la columna que se extienden hasta el eje central del panel adyacente, como se muestra en la Figura 32 (3.2)

- **Elementos torsionales (ítem 13.7.5)**

El cálculo de la rigidez de los elementos torsionales requiere varias suposiciones simplificadoras.

Si no existen vigas que formen pórticos con la columna, se supone como viga efectiva una porción de la losa igual al ancho de la columna o capitel. Si existen vigas que lleguen a la columna, se asume un comportamiento de viga T o viga L, con alas que se prolongan a cada lado de la viga una distancia igual a la proyección de la viga hacia arriba o hacia debajo de la losa, pero no mayor de cuatro veces el espesor de la losa. Además se supone que no ocurre ninguna rotación por torsión en la viga sobre el ancho del apoyo.

Estos elementos transmiten los momentos de la losa hacia los apoyos lo cual genera torsión en ellos. La sección de los elementos torsionales se asumirá constante a lo largo de su luz.

El código ACI, en el ítem 13-7.5, recomienda considerar, para el análisis, la mayor de las tres secciones propuestas a continuación:

- a) La porción de losa con un ancho igual al de la columna, ménsula o capitel en la dirección en la cual se están determinando los momentos.
- b) En construcciones monolíticas, la porción de losa anteriormente definida incluyendo, además, la sección de la viga perpendicular a la dirección de análisis sobre y por debajo de la losa.
- c) La sección de la viga perpendicular a la dirección de análisis considera el aporte de la losa.



Los elementos torsionales para las conexiones comunes de losa-viga se muestran en la figura 35.

El primer criterio se aplica a losas sin vigas entre apoyos mientras que el segundo y el tercero se utilizan cuando existen vigas en la dirección perpendicular al eje en estudio.

La rigidez K_t de los elementos torsionales es calculado por la siguiente expresión:

$$K_t = \sum \frac{9E_{cs}C}{\left[l_2 \left(1 - \frac{c_2}{l_2}\right)^3\right]}$$

Donde la sumatoria es aplicable al caso común cuando hay vigas de borde a ambos lados de la columna.

El termino C es una sección transversal constante que define las propiedades torsionales de cada elemento torsional que conforma la conexión.

$$C = \sum \left(1 - 0.63 \frac{x}{y}\right) \left(\frac{x^3 y}{3}\right)$$

Donde x es la dimensión menor e y es la dimensión mayor de una parte rectangular.

El valor de C es calculado dividiendo la sección transversal de un elemento torsional en partes rectangulares separadas y sumando los valores de C para las componentes de los rectángulos.

Es apropiado subdividir la sección transversal de una manera que en lo posible resulte valores grandes de C .

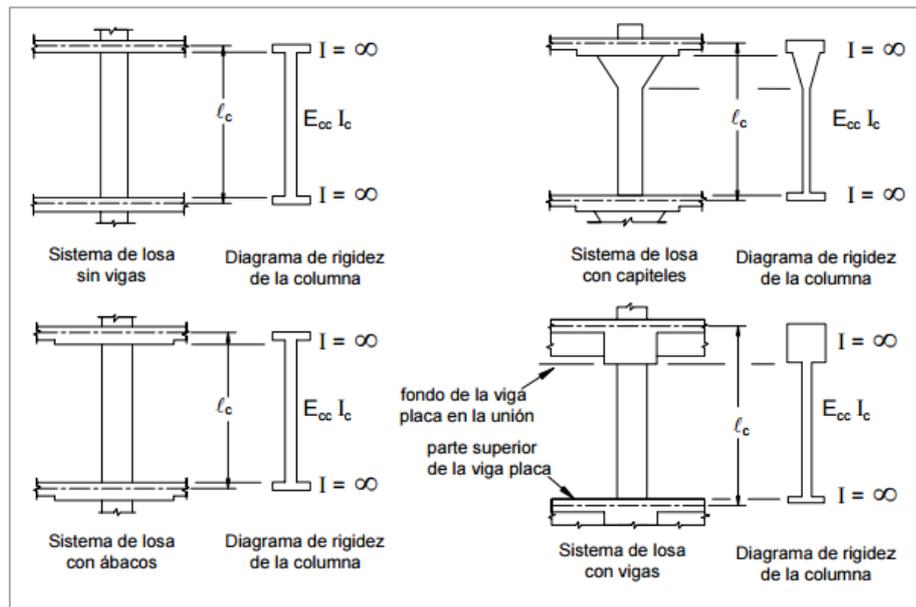


Figura 34 – Secciones para calcular la rigidez de las columnas, K_c

Fuente: Reglamento CIRSOC 201, edición Julio 2005, Argentina

Cuando las vigas forman pórticos con las columnas en la dirección de tramo para el cual se determinan los momentos, la rigidez torsional K_t debe multiplicarse por la relación entre el momento de inercia de la losa con esta viga y el momento de inercia de la losa sin ella.

$$K_{ta} = \frac{K_t I_{sb}}{I_s}$$

Donde:

K_{ta} : incremento de la rigidez torsional debido a la viga paralela (note que la viga paralela se muestra en la figura 31).

I_s : Momento de inercia del ancho de la losa igual al ancho total entre las líneas centrales del panel, l_2 , excluyendo esa porción del alma de la viga que se extiende sobre y debajo de la losa

$$I_s = \frac{l_2 h^3}{12}$$

I_{sb} : Momento de inercia de sección de la losa especificada por I_{sb} que incluye esa porción del alma de la viga que se extiende sobre y debajo de la losa.

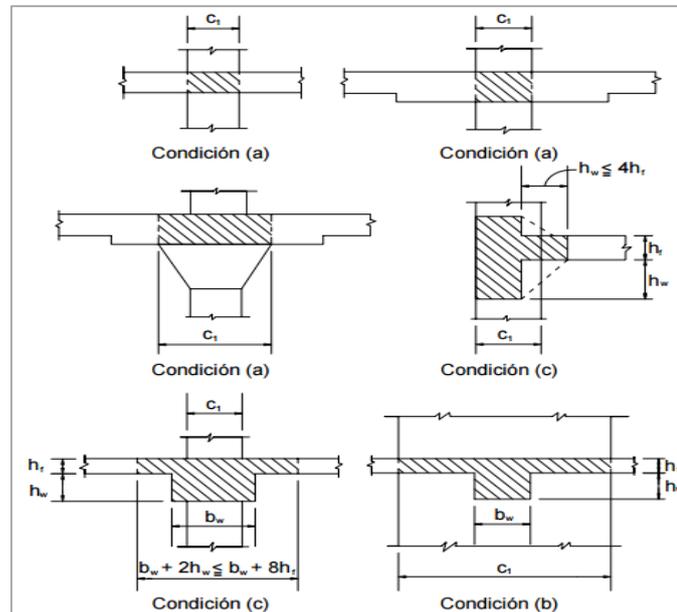


Figura 35. Criterios para la determinación de la sección transversal de los elementos torsionales

Fuente: Teodoro Harmsen “Diseño de Estructuras de Concreto Armado”, Cuarta Edición, PUCP.

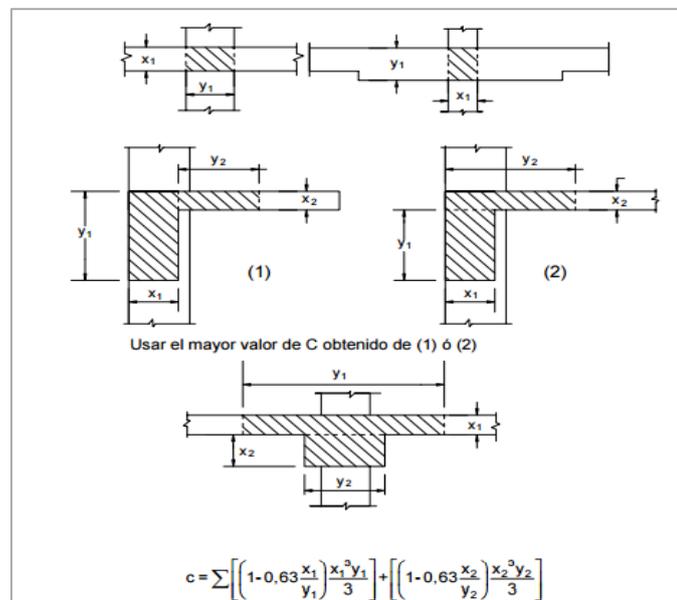


Figura 36. Contante C, que define las propiedades torsionales de un elemento torsional

Fuente: Teodoro Harmsen “Diseño de Estructuras de Concreto Armado”, Cuarta Edición, PUCP.



- Columna equivalente

La columna equivalente se retuvo en el comentario hasta la edición del Código 1989, como una ayuda de análisis donde la losa-viga para diferentes niveles de piso son analizados separadamente para cargas de gravedad, especialmente cuando se usa la distribución de momentos.

El concepto de la columna equivalente modifica la rigidez de la columna para tomar en cuenta la flexibilidad torsional de la conexión losa-columna. La columna equivalente consiste de columnas reales sobre y debajo de la losa – viga, más elementos torsionales “agregados” a cada lado de la columna y que se extiende hasta los ejes de los paneles adyacentes.

Note que para un pórtico exterior, el elemento torsional agregado está en un solo lado. La presencia de vigas paralelas también influirá en la rigidez.

La rigidez a flexión de la columna equivalente K_{ec} es dada en términos de su inversa o flexibilidad, como sigue.

$$\frac{1}{K_{ec}} = \frac{1}{\sum K_c} + \frac{1}{\sum K_t}$$

Para propósitos de cálculo, el diseñador puede preferir que la expresión anterior se dé directamente en términos de las rigideces como sigue:

$$K_{ec} = \frac{\sum K_c \times \sum K_{ta}}{\sum K_c + \sum K_{ta}}$$

Las rigideces de las columnas reales K_c y elementos torsionales, K_t deben cumplir con la sección 13.7.4 y 13.7.5 del Código ACI.

Después de que los valores de K_c y K_t son determinados, se calcula la rigidez de la columna equivalente K_{ec} . Usando la figura 31, se tiene:

$$K_{ec} = \frac{(K_{ct} + K_{cb})(K_{ta} + K_{ta})}{K_{ct} + K_{cb} + K_{ta} + K_{ta}}$$

Donde:

K_{ct} : Rigidez a flexión en la superficie de la columna

K_{cb} : Rigidez a flexión en la base de la columna superior que conforma la conexión



K_{ta} : Rigidez a flexión de cada elemento torsional, uno en cada lado de la columna, incrementado debido a la viga paralela (si la hubiera)

- **Disposición de la carga viva (ítem 13.7.6)**

En el caso usual donde el patrón exacto de la carga no es conocido, los máximos momentos factorizados se desarrollan con las condiciones de carga mostrados en la figura 3.7 para los tres tramos del pórtico parcial y se describe como sigue:

- a) Cuando la carga viva de servicio no excede de $3/4$ de la carga muerta de servicio, para determinar los momentos factorizados negativos y positivos sólo es necesario analizar la distribución de cargas (1) suponiendo que en todos los tramos actúa la totalidad de la sobrecarga mayorada.
- b) Cuando la relación de la carga viva de servicio y la carga muerta excede los $3/4$, para determinar todos los momentos factorizados o mayorados en los elementos de la losa-viga es necesario considerar las cinco distribuciones de carga mostradas.

Las distribuciones de cargas (2) a (5) consideran la carga viva o sobrecarga factorizada parciales para determinar los momentos factorizados sin embargo, cuando hay sobrecargas parciales, los momentos factorizados no pueden tomarse menores de aquellos que ocurren con la carga viva factorizada total en todos los tramos; por lo tanto el patrón de carga (1) necesita ser incluido en el análisis.

Para los sistemas de losas con vigas, las cargas apoyadas directamente por las vigas (como el peso propio del alma de la viga apoyado directamente por las vigas) Puede ser inconveniente incluir en el análisis del pórtico para la carga de la losa, $w_d + w_l$.

Un análisis adicional del pórtico puede requerirse con la sección de la viga diseñada para llevar estas cargas además de la porción de los momentos de la losa asignada a las vigas

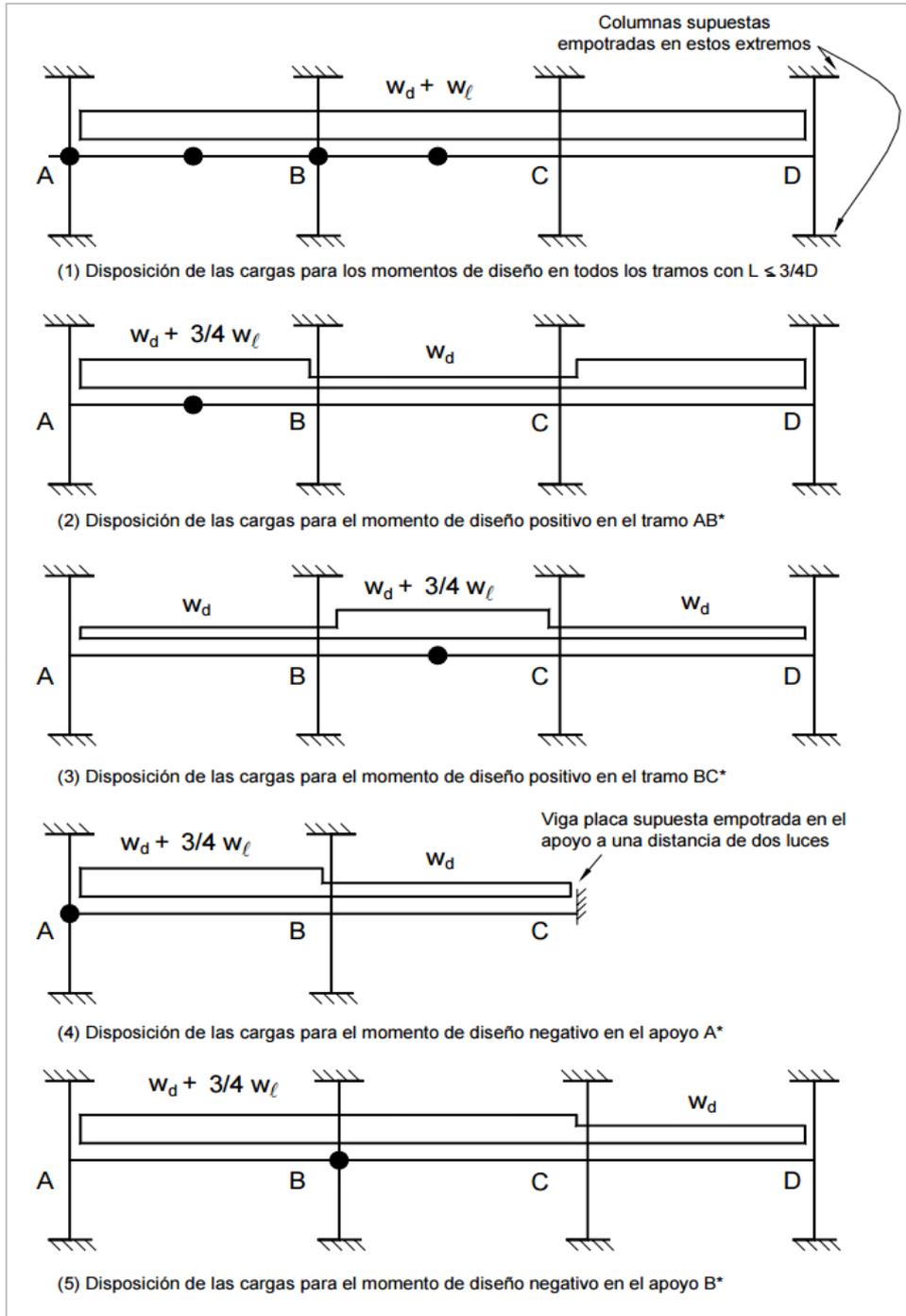


Figura 37. Análisis del pórtico parcial para la carga vertical.

Fuente: Teodoro Harmsen "Diseño de Estructuras de Concreto Armado", Cuarta Edición, PUCP.

- **Momentos factorizados o mayorados (ítem 13.7.7)**

La distribución de momentos probablemente es el método de cálculo manual más conveniente para analizar pórticos parciales que involucran varios tramos continuos con los extremos lejanos de las columnas superiores e inferiores fijos. Los mecanismos del método no se describirán aquí, salvo una discusión breve de los siguientes dos puntos (1) el uso del concepto de la columna equivalente para determinar los factores de distribución en la conexión y (2) el procedimiento apropiado para distribuir el momento de la columna equivalente obtenido en el análisis del pórtico de las columnas reales sobre y debajo de la conexión losa-viga.

Un nudo del pórtico con los factores de rigidez K mostrados para cada elemento que conforma la conexión se muestra en la figura 38.

Las expresiones que se dan debajo para los factores de distribución del momento DF en la conexión, usan la rigidez de la columna equivalente K_{ec} . Estos factores de distribución son usados directamente en el procedimiento de distribución de momentos.

Rigidez de la columna equivalente,

$$K_{ec} = \frac{\sum K_c \times \sum K_t}{\sum K_c + \sum K_t}$$

$$K_{ec} = \frac{(K_{ct} + K_{cb}) (K_t + K_t)}{K_{ct} + K_{cb} + K_t + K_t}$$

Factor de distribución de la losa-viga,

DF (Tramo 2-1) =

$$= \frac{K_{b1}}{K_{b1} + K_{b2} + K_{ec}}$$

DF (Tramo 2-3) =

$$= \frac{K_{b2}}{K_{b1} + K_{b2} + K_{ec}}$$

Factor de distribución de la columna equivalente (momento desbalanceado de la losa-viga)

$$DF = \frac{K_{ec}}{K_{b1} + K_{b2} + K_{ec}}$$

El momento desbalanceado determinado para la columna equivalente mediante las iteraciones de distribución de momento se distribuyen a las columnas reales sobre y debajo de la losa-viga en proporción a las rigideces de las columnas reales en la conexión.

Refiriéndose a la figura 38:

Porción del momento desbalanceado en la columna superior = $\frac{K_{cb}}{K_{cb} + K_{ct}}$

Porción del momento desbalanceado en la columna inferior = $\frac{K_{ct}}{K_{cb} + K_{ct}}$

Las columnas “reales” se diseñan entonces para estos momentos.

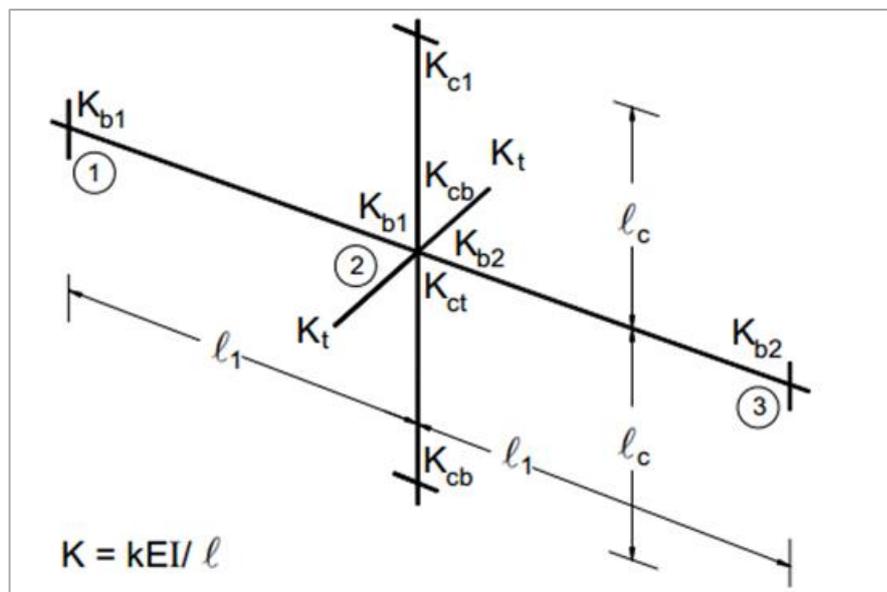


Figura 38. Factores de distribución de momento. (DF)

Fuente: Reglamento CIRSOC 201, edición Julio 2005, Argentina



- **Momentos factorizados negativos (ítem 13.7.7.1-13.7.7.3)**

Los momentos negativos factorizados para el diseño deben tomarse en la cara de los apoyos rectilíneos, pero no a una distancia mayor que $0.175 l_1$ del centro de un apoyo. Este valor absoluto es un límite en los apoyos estrechos largos para prevenir la reducción indebida en el momento de diseño. El elemento de apoyo se define como una columna, capitel, ménsula o muro.

En los apoyos exteriores provistos de ménsulas o capiteles, la sección crítica para el momento negativo mayorado en el vano perpendicular a un borde, debe considerarse situada a una distancia del borde del elemento de soporte no mayor de $1/2$ de la proyección de la ménsula o capitel más allá de la cara del elemento de apoyo

Los apoyos no rectangulares deben tratarse como apoyos cuadrados que tienen la misma área de sección transversal. Note que para los sistemas de losas con vigas, las caras de las vigas no son consideradas en las localizaciones de la cara de los apoyos. Las localizaciones de la sección crítica para el momento negativo factorizado para las distintas condiciones de apoyo se muestra en la figura 33. Note los requisitos especiales mostrados para los apoyos exteriores.

- **Redistribución de momentos (ítem 13.7.7.4)**

Si un diseñador debe escoger usar el Método del Pórtico Equivalente para analizar un sistema de losas que cumple con las limitaciones del Método de Diseño Directo, los momentos factorizados pueden reducirse para que el momento estático total factorizado (suma de los momentos positivos y promedio de los momentos negativos) no necesita exceder M_o :

$$M_o = \left(\frac{M_{u1} + M_{u2}}{2} \right) + M_{u3}$$



No necesitan ser mayores que $w_u l_2 l_n^2 / 8$

Reducción permisible para los momentos M_{u1} , M_{u2} y $M_{u3} = \frac{\left(\frac{w_u l_2 l_1^2}{8}\right)}{M_{u1} + \frac{M_{u2} + M_{u3}}{2}}$

Puesto que el Método de Pórtico Equivalente para el análisis no es un método aproximado, la redistribución del momento permitida en la sección 8.4. Del Código ACI (Redistribución de momentos negativos en elementos continuos sometidos a flexión) puede usarse. El agrietamiento excesivo puede producirse si estas provisiones son imprudentemente aplicados. Se deja a decisión del diseñador el cuidado acerca de eso, si la hubiera, y si es garantizada la redistribución.

Momentos Factorizados en las franjas de columnas y las franjas centrales (ítem 13.7.7.5)

Se permite la distribución de los momentos en las secciones críticas de la franja viga-losa de cada pórtico a las franjas de columna, vigas y franjas centrales de acuerdo con lo establecido para Momentos mayorados en franjas de columna (13.6.4), Momentos mayorados en vigas (13.6.5), Momentos mayorados en las franjas Centrales (13.6.6) si se cumple con los requisitos de 13.6.1.6:

13.6.1.6 indica lo siguiente:

Para un panel con vigas entre los apoyos en todos los lados, debe satisfacerse la ecuación (indicada líneas abajo) para las dos direcciones perpendiculares.

$$0.2 \leq \frac{\alpha_{f1} l_2^2}{\alpha_{f2} l_1^2} \leq 5.0$$

Donde α_{f1} y α_{f2} se calculan de acuerdo con la ecuación

$$\alpha_f = \frac{E_{cb} I_b}{E_{cs} I_s}$$



CAPÍTULO III

TABLAS Y GRÁFICOS PARA EL DISEÑO DE LOSAS



CAPITULO III TABLAS Y GRAFICOS PARA EL DISEÑO DE LOSAS

3.1 MÉTODO DE DISEÑO DIRECTO

3.1.1 Momentos en la franja de columnas como porcentaje del momento total en la sección crítica (Tabla):

El método del diseño directo del Código ACI distribuye los momentos negativos y positivos entre las franjas de columna y las centrales, asignando a las de la columna los porcentajes de momentos positivos y negativos que se muestra en la tabla 3.1.1.1 Pueden realizarse interpolaciones lineales entre estos valores.

Tabla 3.1.1.1

Porcentaje de momento positivo y negativo que corresponden a la franja de columna.

l_2/l_1		0.50	1.00	2.00
Momento negativo interior				
$(\alpha_{f1}l_2/l_1) = 0$		75	75	75
$(\alpha_{f1}l_2/l_1) \geq 1.0$		90	75	45
Momento negativo exterior				
$(\alpha_{f1}l_2/l_1) = 0$	$\beta_t = 0$	100	100	100
	$\beta_t \geq 25$	75	75	75
$(\alpha_{f1}l_2/l_1) \geq 1.0$	$\beta_t = 0$	100	100	100
	$\beta_t \geq 25$	90	75	45
Momento positivo				
$(\alpha_{f1}l_2/l_1) = 0$		60	60	60
$(\alpha_{f1}l_2/l_1) \geq 1.0$		90	75	45

Adaptado de: James K. Wigth, James G. MacGregor "Reinforced Concrete, Mechanics & Design" Editorial Pearson, Sexta edición.

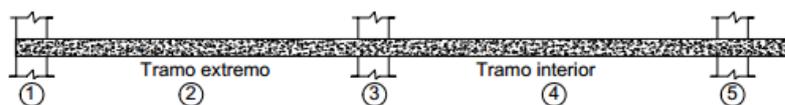
3.1.2 Tablas y gráficos para el diseño

La distribución del momento total M_o para la luz libre en momentos negativos y positivos, y luego en momentos en franjas de columna y franjas centrales, involucra la aplicación directa de los coeficientes de momento al momento total M_o . Los coeficientes de momento son una función de la situación de la luz (interior o extrema), condiciones de apoyo de la losa y tipos de sistemas de losas en dos direcciones. Para la conveniencia del diseño, los coeficientes de momentos para los sistemas de la losa en dos direcciones típicos se dan en las tablas 3.1.1.2 hasta la 3.1.1.6. Las tablas 3.1.1.2 hasta la 3.1.1.5 se aplican a placas planas o losas planas con diferentes condiciones de apoyo en el extremo.

La tabla 3.1.1.6 se aplica losas en dos direcciones apoyadas en vigas en sus cuatro lados. Los momentos últimos para la franja de columna y franja central son directamente tabulados.

Tabla 3.1.1.2

Coeficientes de momentos de diseño para placas planas o losas planas apoyadas directamente sobre columnas.



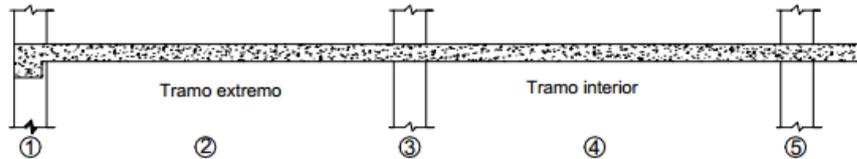
Momentos en la losa	Tramo extremo			Tramo interior	
	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)
	Negativo exterior	Positivo	Primer negativo interior	Positivo	Negativo interior
Momento total	0,26 M_o	0,52 M_o	0,70 M_o	0,35 M_o	0,65 M_o
Franja de columna	0,26 M_o	0,31 M_o	0,53 M_o	0,21 M_o	0,49 M_o
Franja intermedia	0	0,21 M_o	0,17 M_o	0,14 M_o	0,16 M_o

Nota: Todos los momentos negativos corresponden a la cara del apoyo.

Adaptado de: James K. Wigth, James G. MacGregor "Reinforced Concrete, Mechanics & Design" Editorial Pearson, Sexta edición.

Tabla 3.1.1.3.

Coeficientes de momentos de diseño para placas planas o losas planas con vigas de borde.



Momentos en la losa	Tramo extremo			Tramo interior	
	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)
	Negativo exterior	Positivo	Primer negativo interior	Positivo	Negativo interior
Momento total	0,30 M_o	0,50 M_o	0,70 M_o	0,35 M_o	0,65 M_o
Franja de columna	0,23 M_o	0,30 M_o	0,53 M_o	0,21 M_o	0,49 M_o
Franja intermedia	0,07 M_o	0,20 M_o	0,17 M_o	0,14 M_o	0,16 M_o

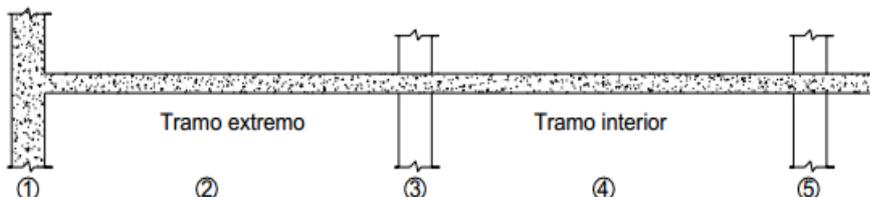
Notas: (1) Todos los momentos negativos corresponden a la cara del apoyo.

(2) La rigidez torsional de la viga de borde es tal que se verifica $\beta_t \geq 2,5$. Para valores de β_t menores que 2,5 el momento negativo exterior de la franja de columna se incrementa a $(0,30 - 0,03\beta_t) M_o$.

Adaptado de: James K. Wigth, James G. MacGregor "Reinforced Concrete, Mechanics & Design" Editorial Pearson, Sexta edición.

Tabla 3.1.1.4

Coeficientes de momentos de diseño para placas planas o losas planas con la luz extrema integra al muro.



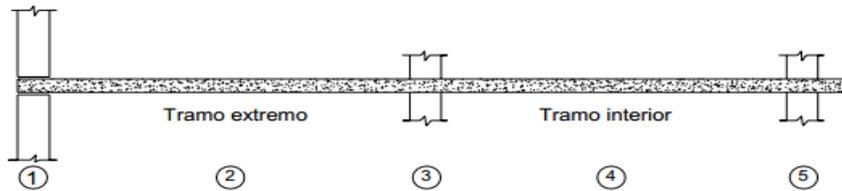
Momentos en la losa	Tramo extremo			Tramo interior	
	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)
	Negativo exterior	Positivo	Primer negativo interior	Positivo	Negativo interior
Momento total	0,65 M_o	0,35 M_o	0,65 M_o	0,35 M_o	0,65 M_o
Franja de columna	0,49 M_o	0,21 M_o	0,49 M_o	0,21 M_o	0,49 M_o
Franja intermedia	0,16 M_o	0,14 M_o	0,16 M_o	0,14 M_o	0,16 M_o

Nota: Todos los momentos negativos corresponden a la cara del apoyo.

Adaptado de: James K. Wigth, James G. MacGregor "Reinforced Concrete, Mechanics & Design" Editorial Pearson, Sexta edición.

Tabla 3.1.1.5

Coeficientes de momentos de diseño para placas planas o losas planas con la luz extrema apoyada simplemente en el muro.



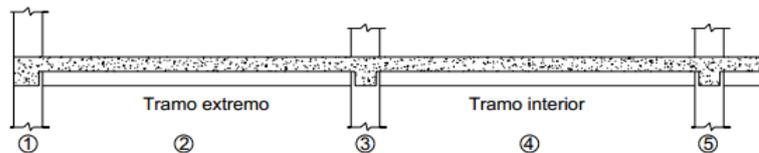
Momentos en la losa	Tramo extremo			Tramo interior	
	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)
	Negativo exterior	Positivo	Primer negativo interior	Positivo	Negativo interior
Momento total	0	0,63 M_o	0,75 M_o	0,35 M_o	0,65 M_o
Franja de columna	0	0,38 M_o	0,56 M_o	0,21 M_o	0,49 M_o
Franja intermedia	0	0,25 M_o	0,19 M_o	0,14 M_o	0,16 M_o

Nota: Todos los momentos negativos corresponden a la cara del apoyo.

Adaptado de: James K. Wigth, James G. MacGregor "Reinforced Concrete, Mechanics & Design" Editorial Pearson, Sexta edición.

Tabla 3.1.1.6

Coeficientes de momentos de diseño para losas en dos direcciones apoyadas sobre vigas.



Relación de luces ℓ_2/ℓ_1	Momentos		Tramo extremo			Tramo interior	
			(1)	(2)	(3)	(4)	5
			Negativo exterior	Positivo	Primer negativo interior	Positivo	Negativo interior
		Momento total	0,16 M_o	0,57 M_o	0,70 M_o	0,35 M_o	0,65 M_o
0,5	Franja de columna	Viga	0,12 M_o	0,43 M_o	0,54 M_o	0,27 M_o	0,50 M_o
		Losa	0,02 M_o	0,08 M_o	0,09 M_o	0,05 M_o	0,09 M_o
		Franja intermedia	0,02 M_o	0,06 M_o	0,07 M_o	0,03 M_o	0,06 M_o
1,0	Franja de columna	Viga	0,10 M_o	0,37 M_o	0,45 M_o	0,22 M_o	0,42 M_o
		Losa	0,02 M_o	0,06 M_o	0,08 M_o	0,04 M_o	0,07 M_o
		Franja intermedia	0,04 M_o	0,14 M_o	0,17 M_o	0,09 M_o	0,16 M_o
2,0	Franja de columna	Viga	0,06 M_o	0,22 M_o	0,27 M_o	0,14 M_o	0,25 M_o
		Losa	0,01 M_o	0,04 M_o	0,05 M_o	0,02 M_o	0,04 M_o
		Franja intermedia	0,09 M_o	0,31 M_o	0,38 M_o	0,19 M_o	0,36 M_o

Notas: (1) Todos los momentos negativos corresponden a la cara del apoyo.
(2) La rigidez torsional de la viga de borde es tal que se verifica $\beta_1 \geq 2,5$.
(3) $\alpha_1 \ell_2 / \ell_1 \geq 1,0$.

Adaptado de: James K. Wigth, James G. MacGregor "Reinforced Concrete, Mechanics & Design" Editorial Pearson, Sexta edición.



3.1.3 Factores de distribución aplicados al momento estático total para calcular momentos positivos y negativos en la luz extrema (tabla):

Tabla 3.1.1.7 Distribución del momento estático total para un tramo extremo.

	Borde exterior sin restricción	Losas con vigas entre todos los apoyos	Losas sin vigas entre los apoyos interiores		Borde exterior totalmente restringido
			Sin viga de borde	Con viga de borde	
Momento negativo interior	0.75	0.70	0.70	0.70	0.65
Momento positivo	0.63	0.57	0.52	0.50	0.35
Momento negativo exterior	0.00	0.16	0.26	0.30	0.65

Adaptado de: Requisitos de Reglamento para Concreto Estructural (ACI 318S-11) y Comentario (ACI 318SR-11), American Concrete Institute, Farmington Hills, Michigan 2011.

3.2 METODO DEL PORTICO EQUIVALENTE

3.2.1 Características geométricas de los elementos del pórtico: (Losa – Viga)

Los tipos comunes de sistemas de losas con y sin vigas entre los apoyo se muestran en las figuras 39 y 40.

Se muestran las secciones transversales para determinar la rigidez de los elementos de la losa-viga K_{sb} entre los centros de los apoyos por cada tipo.

Para el cálculo de esta propiedad geométrica, el código recomienda lo descrito en el ítem 13.7.3.3:

- El momento de inercia del sistema de vigas- losa desde el centro de la columna hasta la cara de la columna, ménsula o capitel, debe suponerse igual al momento de inercia del sistema de vigas-losa en la

cara de la columna, ménsula o capitel, dividido por $(1 - \frac{c_2}{l_2})^2$ donde c_2 y l_2 se miden transversalmente a la dirección del vano para el cual se determinan los momentos

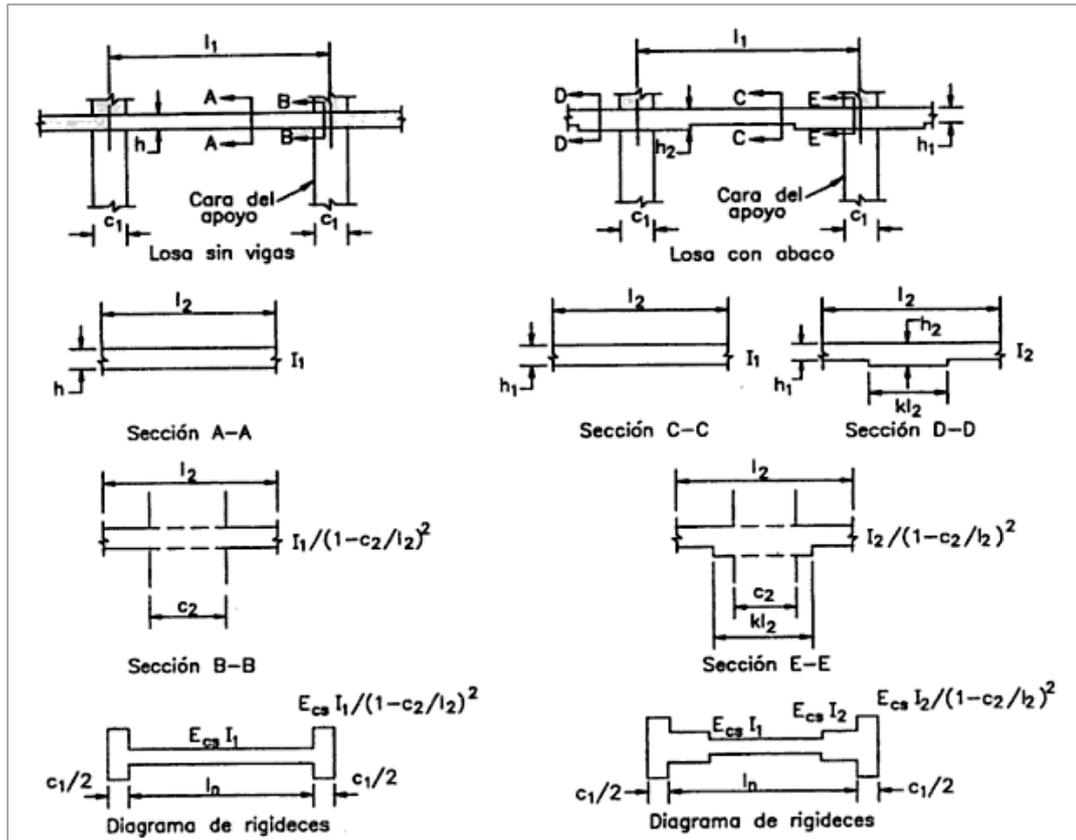


Figura 39. Características geométricas de los elementos horizontales del pórtico equivalente.

Fuente: Teodoro Harmsen "Diseño de Estructuras de Concreto Armado", Cuarta Edición, PUCP

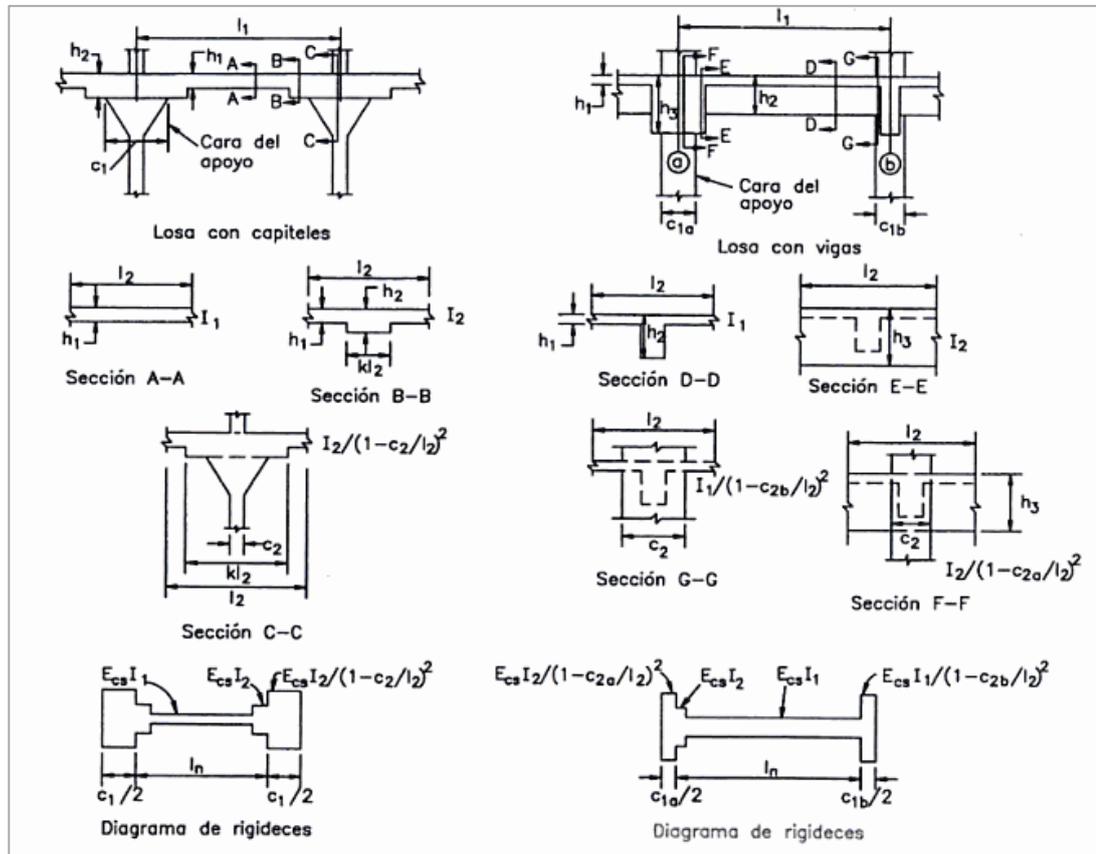


Figura 40. Características geométricas de los elementos horizontales del pórtico equivalente.

Fuente: Teodoro Harmsen “Diseño de Estructuras de Concreto Armado”, Cuarta Edición, PUCP

3.2.2 Aberturas en losas:

Casi invariablemente, los sistemas de losa deben incluirse aberturas. Estas pueden ser de tamaño considerable cuando se requieren para escaleras o núcleos de ascensores o más pequeñas como las necesarias para conductos ascendentes de calefacción, plomería, ventilación, drenajes de piso, cubiertas y compuertas de acceso.

Casi siempre, las aberturas relativamente pequeñas no tienen efectos perjudiciales en losas apoyadas en vigas. Como regla general, un refuerzo equivalente al refuerzo interrumpido debe adicionarse a ambos lados de la



abertura. Además deben incluirse otras barras diagonales en las esquinas para controlar el agrietamiento que ocurrirá casi inevitablemente en estos sitios.

Según el código ACI- 11.12.5, si la abertura está cerca de la columna, situadas a una distancia de la zona de carga concentrada o de reacción menor a 10 veces la altura de la losa, o cuando las aberturas de las losas planas están localizadas dentro de las franjas de columnas que se definen en el Capítulo 13, las secciones críticas de la losa para cortante, que se definen en 11.12.1.2 y 11.12.4.7, deben modificarse como sigue:

En losas sin cabezas de cortante, no debe considerarse efectiva aquella parte del perímetro de la sección crítica que esté circunscrita por líneas rectas que se proyectan desde el centroide de la columna, de la carga concentrada o del área de la reacción y que son tangentes a los límites de las aberturas.

En losas con cabezas de cortante, la parte del perímetro que se considera no efectiva debe ser 1/2 de la que se define en 11.12.5.1.

También debe mantenerse el área a compresión del concreto para preveer la resistencia requerida; por lo general esto será restrictivo únicamente cerca de las columnas. Según el código ACI 13.4.2, pueden localizarse aberturas de cualquier tamaño en el área común de intersección de las franjas centrales. En el área común de intersección de las franjas de columna, las aberturas no pueden interrumpir más de un octavo del ancho de la franja de columna en cada luz. En el área común a una franja central y a una franja de columna, las aberturas no pueden interrumpir más de un cuarto del refuerzo en cada franja. El código ACI-13.4.1 permite dejar aberturas de cualquier tamaño si mediante análisis puede demostrarse que la resistencia de la losa es, por lo menos, igual a la requerida y que se cumplen todas las condiciones de funcionamiento, es decir, los límites de agrietamiento y de deflexión.

Las aberturas muy grandes deben enmarcarse preferiblemente con vigas o bandas de losa de espesor aumentado para restaurar la continuidad de la losa.

Las vigas deben diseñarse para soportar una porción de la carga de piso, además de las cargas aplicadas por muros, vigas de soporte de ascensores o losas de escaleras.

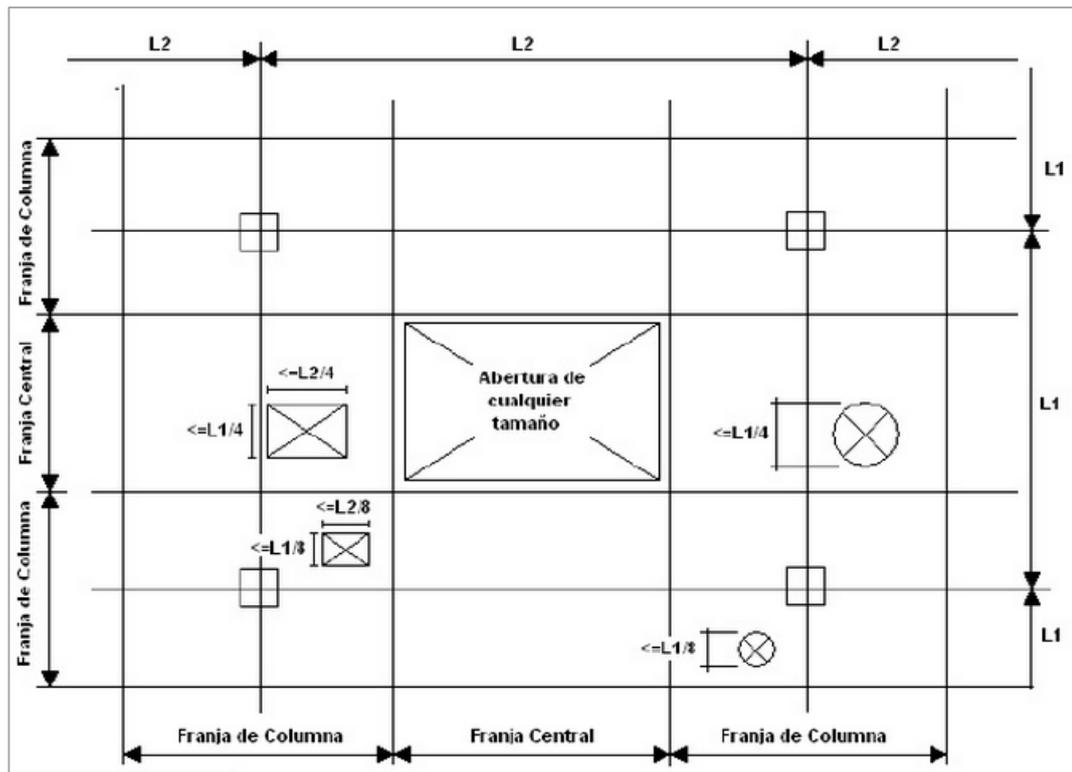
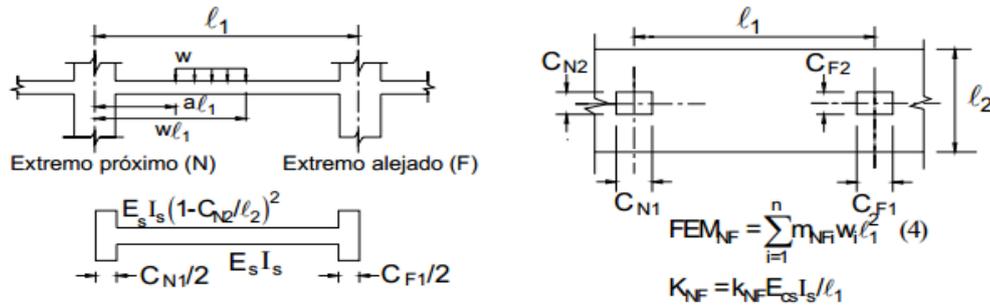


Figura 41. Aberturas en los sistemas de losas sin vigas.

Adaptado de: Teodoro Harmsen "Diseño de Estructuras de Concreto Armado", Cuarta Edición, PUCP

3.2.3 Tablas de Diseño:

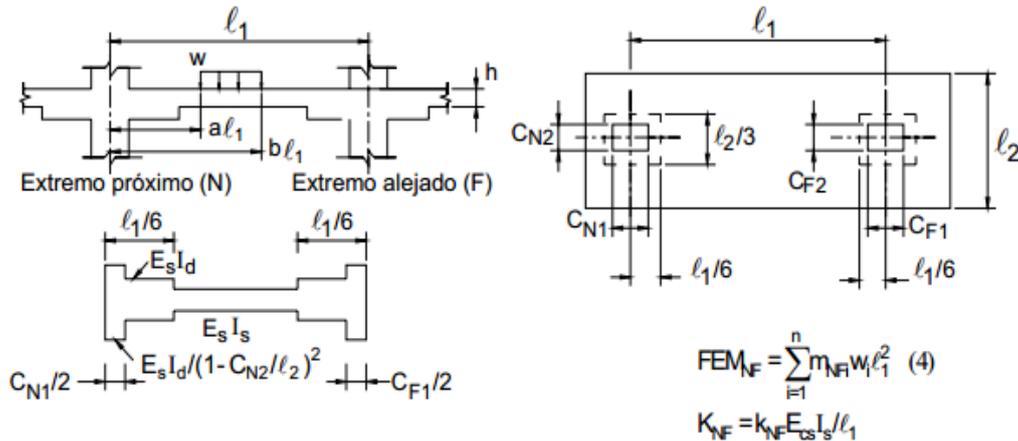
Tabla 3.2.3.1 – Constantes De Distribución De Momentos de la losa



C_{N1}/l_1	C_{N2}/l_2	(1) K_{NF}	(2) C_{NF}	(3) m_{NF}	Coeficiente m_{NF} para $(b-a) = 0,2$					
					$a = 0,0$	$a = 0,2$	$a = 0,4$	$a = 0,6$	$a = 0,8$	
$C_{F1} = C_{N1}; C_{F2} = C_{N2}$										
0,00	---	4,00	0,50	0,0833	0,0151	0,0287	0,0247	0,0127	0,00226	
	0,00	4,00	0,50	0,0833	0,0151	0,0287	0,0247	0,0127	0,00226	
	0,10	4,18	0,51	0,0847	0,0154	0,0293	0,0251	0,0126	0,00214	
	0,20	4,36	0,52	0,0860	0,0158	0,0300	0,0255	0,0126	0,00201	
	0,30	4,53	0,54	0,0872	0,0161	0,0301	0,0259	0,0125	0,00188	
0,10	0,40	4,70	0,55	0,0882	0,0165	0,0314	0,0262	0,0124	0,00174	
	0,00	4,00	0,50	0,0833	0,0151	0,0287	0,0247	0,0127	0,00226	
	0,10	4,35	0,52	0,0857	0,0155	0,0299	0,0254	0,0127	0,00213	
	0,20	4,72	0,54	0,0880	0,0161	0,0311	0,0262	0,0126	0,00197	
	0,30	5,11	0,56	0,0901	0,0166	0,0324	0,0269	0,0125	0,00178	
0,20	0,40	5,51	0,58	0,0921	0,0171	0,0336	0,0276	0,0123	0,00156	
	0,00	4,00	0,50	0,0833	0,0151	0,0287	0,0247	0,0127	0,00226	
	0,10	4,49	0,53	0,0863	0,0155	0,0301	0,0257	0,0128	0,00219	
	0,20	5,05	0,56	0,0893	0,0160	0,0317	0,0267	0,0128	0,00207	
	0,30	5,69	0,59	0,0923	0,0165	0,0334	0,0278	0,0127	0,00190	
0,30	0,40	6,41	0,61	0,0951	0,0171	0,0352	0,0287	0,0124	0,00167	
	0,00	4,00	0,50	0,0833	0,0151	0,0287	0,0247	0,0127	0,00226	
	0,10	4,61	0,53	0,0866	0,0154	0,0302	0,0259	0,0129	0,00225	
	0,20	5,35	0,56	0,0901	0,0158	0,0318	0,0271	0,0131	0,00221	
	0,30	6,25	0,60	0,0936	0,0162	0,0337	0,0284	0,0131	0,00211	
0,40	0,40	7,37	0,64	0,0971	0,0168	0,0359	0,0297	0,0128	0,00195	
	$C_{F1} = 0,5C_{N1}; C_{F2} = 0,5C_{N2}$									
	0,00	---	4,00	0,50	0,0833	0,0151	0,0287	0,0247	0,0127	0,0023
		0,00	4,00	0,50	0,0833	0,0151	0,0287	0,0247	0,0127	0,0023
		0,10	4,16	0,51	0,0857	0,0155	0,0296	0,0254	0,0130	0,0023
0,20		4,31	0,52	0,0879	0,0158	0,0304	0,0261	0,0133	0,0023	
0,30		4,45	0,54	0,0900	0,0162	0,0312	0,0267	0,0135	0,0023	
0,10	0,40	4,58	0,54	0,0918	0,0165	0,0319	0,0273	0,0138	0,0023	
	0,00	4,00	0,50	0,0833	0,0151	0,0287	0,0247	0,0127	0,0023	
	0,10	4,30	0,52	0,0872	0,0156	0,0301	0,0259	0,0132	0,0023	
	0,20	4,61	0,55	0,0912	0,0161	0,0317	0,0272	0,0138	0,0023	
	0,30	4,92	0,57	0,0951	0,0167	0,0332	0,0285	0,0143	0,0024	
0,20	0,40	5,23	0,58	0,0989	0,0172	0,0347	0,0298	0,0148	0,0024	
	0,00	4,00	0,50	0,0833	0,0151	0,0287	0,0247	0,0127	0,0023	
	0,10	4,43	0,53	0,0881	0,0156	0,0305	0,0263	0,0134	0,0023	
	0,20	4,89	0,56	0,0932	0,0161	0,0324	0,0281	0,0142	0,0024	
	0,30	5,40	0,59	0,0986	0,0167	0,0345	0,0300	0,0150	0,0024	
0,30	0,40	5,93	0,62	0,1042	0,0173	0,0367	0,0320	0,0158	0,0025	
	0,00	4,00	0,50	0,0833	0,0151	0,0287	0,0247	0,0127	0,0023	
	0,10	4,54	0,54	0,0884	0,0155	0,0305	0,0265	0,0135	0,0024	
	0,20	5,16	0,57	0,0941	0,0159	0,0326	0,0286	0,0145	0,0025	
	0,30	5,87	0,61	0,1005	0,0165	0,0350	0,0310	0,0155	0,0025	
0,40	0,40	6,67	0,64	0,1076	0,0170	0,0377	0,0336	0,0166	0,0026	
	$C_{F1} = 2C_{N1}; C_{F2} = 2C_{N2}$									
	0,00	---	4,00	0,50	0,0833	0,0151	0,0287	0,0247	0,0127	0,0023
		0,00	4,00	0,50	0,0833	0,0151	0,0287	0,0247	0,0127	0,0023
		0,10	4,27	0,51	0,0817	0,0153	0,0289	0,0241	0,0116	0,0018
0,10	0,20	4,56	0,52	0,0798	0,0156	0,0290	0,0234	0,0103	0,0013	
	0,00	4,00	0,50	0,0833	0,0151	0,0287	0,0247	0,0127	0,0023	
0,20	0,10	4,49	0,51	0,0819	0,0154	0,0291	0,0240	0,0114	0,0019	
	0,20	5,11	0,53	0,0789	0,0158	0,0293	0,0228	0,0096	0,0014	

Fuente: James K. Wight, James G. MacGregor "Reinforced Concrete, Mechanics & Design" Editorial Pearson, Sexta edición.

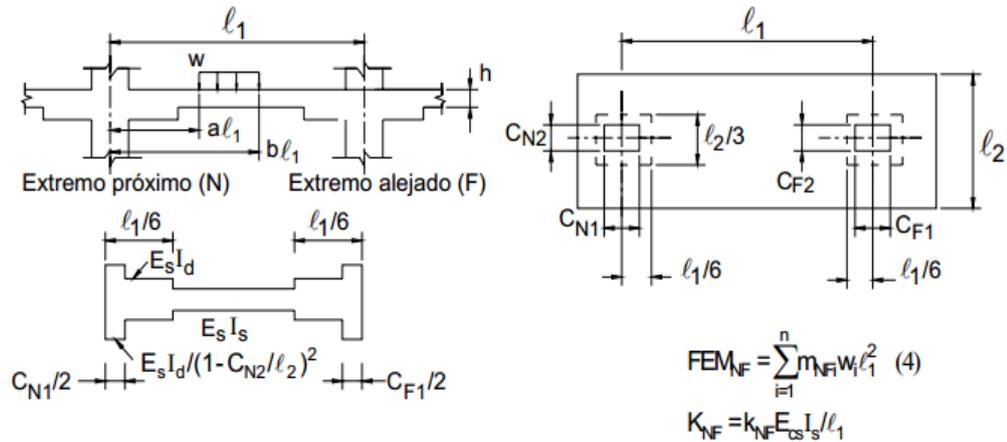
Tabla 3.2.3.2 – Constantes De Distribución De Momentos de la Losa
(Altura de ábaco = 0.25h)



C_{N1}/l_1	C_{N2}/l_2	(1) K_{NF}	(2) C_{NF}	(3) m_{NF}	Coeficiente m_{NF} para $(b-a) = 0,2$					
					$a = 0,0$	$a = 0,2$	$a = 0,4$	$a = 0,6$	$a = 0,8$	
$C_{F1} = C_{N1}; C_{F2} = C_{N2}$										
0,00	---	4,79	0,54	0,0879	0,0157	0,0309	0,0263	0,0129	0,0022	
	0,00	4,79	0,54	0,0879	0,0157	0,0309	0,0263	0,0129	0,0022	
	0,10	4,99	0,55	0,0890	0,0160	0,0316	0,0266	0,0128	0,0020	
	0,20	5,18	0,56	0,0901	0,0163	0,0322	0,0270	0,0127	0,0019	
0,10	0,30	5,37	0,57	0,0911	0,0167	0,0328	0,0273	0,0126	0,0018	
	0,00	4,79	0,54	0,0879	0,0157	0,0309	0,0263	0,0129	0,0022	
	0,10	5,17	0,56	0,0900	0,0161	0,0320	0,0269	0,0128	0,0020	
	0,20	5,56	0,58	0,0918	0,0166	0,0332	0,0276	0,0126	0,0018	
0,20	0,30	5,96	0,60	0,0936	0,0171	0,0344	0,0282	0,0124	0,0016	
	0,00	4,79	0,54	0,0879	0,0157	0,0309	0,0263	0,0129	0,0022	
	0,10	5,32	0,57	0,0905	0,0161	0,0323	0,0272	0,0128	0,0021	
	0,20	5,90	0,59	0,0930	0,0166	0,0338	0,0281	0,0127	0,0019	
0,30	0,30	6,55	0,62	0,0955	0,0171	0,0354	0,0290	0,0124	0,0017	
	$C_{F1} = 0,5C_{N1}; C_{F2} = 0,5C_{N2}$									
	0,00	---	4,79	0,54	0,0879	0,0157	0,0309	0,0263	0,0129	0,0022
	0,10	0,00	4,79	0,54	0,0879	0,0157	0,0309	0,0263	0,0129	0,0022
0,10		4,96	0,55	0,0900	0,0160	0,0317	0,0269	0,0131	0,0022	
0,20		5,12	0,56	0,0920	0,0164	0,0325	0,0276	0,0134	0,0022	
0,20	0,00	4,79	0,54	0,0879	0,0157	0,0309	0,0263	0,0129	0,0022	
	0,10	5,11	0,56	0,0914	0,0162	0,0323	0,0275	0,0133	0,0022	
	0,20	5,43	0,58	0,0950	0,0167	0,0337	0,0286	0,0138	0,0022	
$C_{F1} = 2C_{N1}; C_{F2} = 2C_{N2}$										
0,00	---	4,79	0,54	0,0879	0,0157	0,0309	0,0263	0,0129	0,0022	
0,10	0,00	4,79	0,54	0,0879	0,0157	0,0309	0,0263	0,0129	0,0022	
	0,10	5,10	0,55	0,0860	0,0159	0,0311	0,0256	0,0117	0,0017	

Fuente: James K. Wight, James G. MacGregor "Reinforced Concrete, Mechanics & Design" Editorial Pearson, Sexta edición.

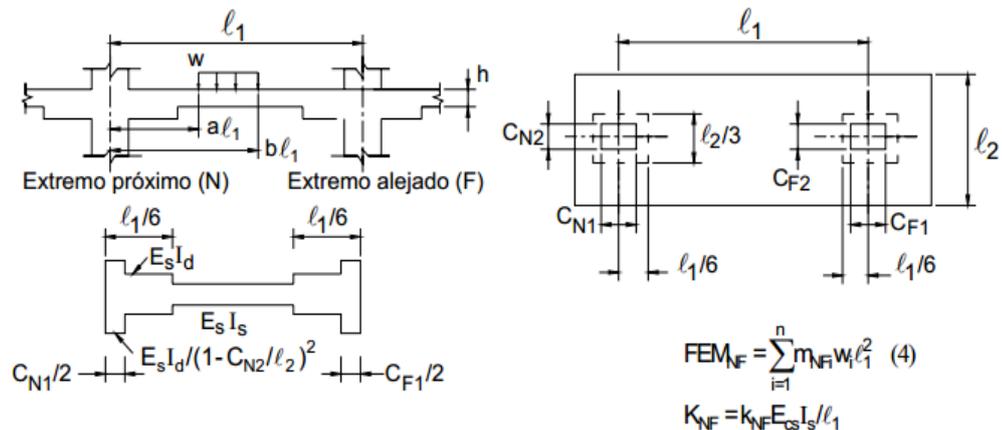
**Tabla 3.2.3.3 – Constantes De Distribución De Momentos de la Losa
(Altura de ábaco = 0.50h)**



C_{N1}/l_1	C_{N2}/l_2	(1) K_{NF}	(2) C_{NF}	(3) m_{NF}	Coeficiente m_{NF} para $(b-a) = 0,2$				
					$a = 0,0$	$a = 0,2$	$a = 0,4$	$a = 0,6$	$a = 0,8$
$C_{F1} = C_{N1}; C_{F2} = C_{N2}$									
0,00	---	5,84	0,59	0,0926	0,0164	0,0335	0,0279	0,0128	0,0020
	0,00	5,84	0,59	0,0926	0,0164	0,0335	0,0279	0,0128	0,0020
	0,10	6,04	0,60	0,0936	0,0167	0,0341	0,0282	0,0126	0,0018
	0,20	6,24	0,61	0,0940	0,0170	0,0347	0,0285	0,0125	0,0017
0,10	0,30	6,43	0,61	0,0952	0,0173	0,0353	0,0287	0,0123	0,0016
	0,00	5,84	0,59	0,0926	0,0164	0,0335	0,0279	0,0128	0,0020
	0,10	6,22	0,61	0,0942	0,0168	0,0346	0,0285	0,0126	0,0018
	0,20	6,62	0,62	0,0957	0,0172	0,0356	0,0290	0,0123	0,0016
0,20	0,30	7,01	0,64	0,0971	0,0177	0,0366	0,0294	0,0120	0,0014
	0,00	5,84	0,59	0,0926	0,0164	0,0335	0,0279	0,0128	0,0020
	0,10	6,37	0,61	0,0947	0,0168	0,0348	0,0287	0,0126	0,0018
	0,20	6,95	0,63	0,0967	0,0172	0,0362	0,0294	0,0123	0,0016
0,30	0,30	7,57	0,65	0,0986	0,0177	0,0375	0,0300	0,0119	0,0014
	0,00	5,84	0,59	0,0926	0,0164	0,0335	0,0279	0,0128	0,0020
	0,10	6,37	0,61	0,0947	0,0168	0,0348	0,0287	0,0126	0,0018
	0,20	6,95	0,63	0,0967	0,0172	0,0362	0,0294	0,0123	0,0016
$C_{F1} = 0,5C_{N1}; C_{F2} = 0,5C_{N2}$									
0,00	---	5,84	0,59	0,0926	0,0164	0,0335	0,0279	0,0128	0,0020
	0,00	5,84	0,59	0,0926	0,0164	0,0335	0,0279	0,0128	0,0020
	0,10	6,00	0,60	0,0945	0,0167	0,0343	0,0285	0,0130	0,0020
	0,20	6,16	0,60	0,0962	0,0170	0,0350	0,0291	0,0132	0,0020
0,10	0,00	5,84	0,59	0,0926	0,0164	0,0335	0,0279	0,0128	0,0020
	0,10	6,15	0,60	0,0957	0,0169	0,0348	0,0290	0,0131	0,0020
	0,20	6,47	0,62	0,0987	0,0173	0,0360	0,0300	0,0134	0,0020
	0,00	5,84	0,59	0,0926	0,0164	0,0335	0,0279	0,0128	0,0020
$C_{F1} = 2C_{N1}; C_{F2} = 2C_{N2}$									
0,00	---	5,84	0,59	0,0926	0,0164	0,0335	0,0279	0,0128	0,0020
	0,10	5,84	0,59	0,0926	0,0164	0,0335	0,0279	0,0128	0,0020
0,10	0,10	6,17	0,60	0,0907	0,0166	0,0337	0,0273	0,0116	0,0015

Fuente: James K. Wigth, James G. MacGregor "Reinforced Concrete, Mechanics & Design" Editorial Pearson, Sexta edición.

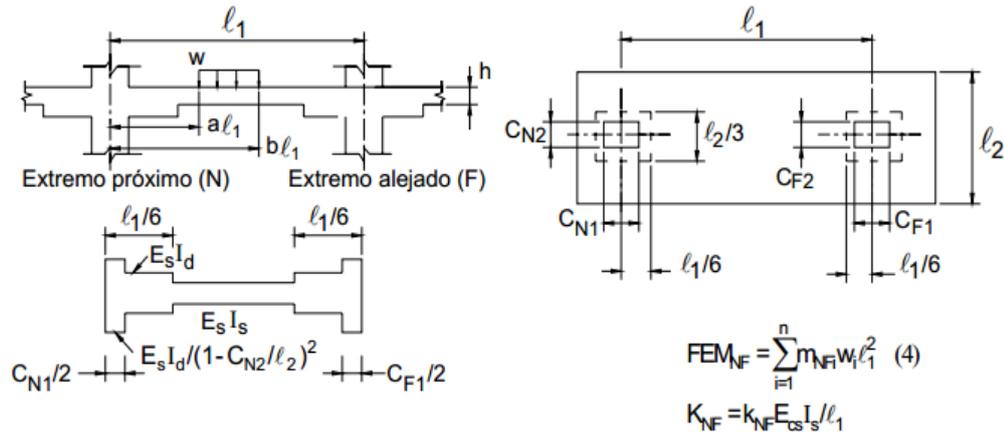
**Tabla 3.2.3.4 – Constantes De Distribución De Momentos de la Losa
(Altura de ábaco = 0.75h)**



C_{N1}/l_1	C_{N2}/l_2	(1) k_{NF}	(2) C_{NF}	(3) m_{NF}	Coeficiente m_{NF} para $(b-a) = 0,2$				
					$a = 0,0$	$a = 0,2$	$a = 0,4$	$a = 0,6$	$a = 0,8$
$C_{F1} = C_{N1}; C_{F2} = C_{N2}$									
0,00	---	6,92	0,63	0,0965	0,0171	0,0360	0,0293	0,0124	0,0017
0,10	0,00	6,92	0,63	0,0965	0,0171	0,0360	0,0293	0,0124	0,0017
	0,10	7,12	0,64	0,0972	0,0174	0,0365	0,0295	0,0122	0,0016
	0,20	7,31	0,64	0,0978	0,0176	0,0370	0,0297	0,0120	0,0014
0,20	0,30	7,48	0,65	0,0984	0,0179	0,0375	0,0299	0,0118	0,0013
	0,00	6,92	0,63	0,0965	0,0171	0,0360	0,0293	0,0124	0,0017
	0,10	7,12	0,64	0,0977	0,0175	0,0369	0,0297	0,0121	0,0015
0,30	0,20	7,31	0,65	0,0988	0,0178	0,0378	0,0301	0,0118	0,0013
	0,30	7,48	0,67	0,0999	0,0182	0,0386	0,0304	0,0115	0,0011
	0,00	6,92	0,63	0,0965	0,0171	0,0360	0,0293	0,0124	0,0017
0,30	0,10	7,29	0,65	0,0981	0,0175	0,0371	0,0299	0,0121	0,0015
	0,20	7,66	0,66	0,0996	0,0179	0,0383	0,0304	0,0117	0,0013
	0,30	8,02	0,68	0,1009	0,0182	0,0394	0,0309	0,0113	0,0011
$C_{F1} = 0,5C_{N1}; C_{F2} = 0,5C_{N2}$									
0,00	---	6,92	0,63	0,0965	0,0171	0,0360	0,0293	0,0124	0,0017
0,10	0,00	6,92	0,63	0,0965	0,0171	0,0360	0,0293	0,0124	0,0017
	0,10	7,08	0,64	0,0980	0,0174	0,0366	0,0298	0,0125	0,0017
	0,20	7,23	0,64	0,0993	0,0177	0,0372	0,0302	0,0126	0,0016
0,20	0,00	6,92	0,63	0,0965	0,0171	0,0360	0,0293	0,0124	0,0017
	0,10	7,21	0,64	0,0991	0,0175	0,0371	0,0302	0,0126	0,0017
	0,20	7,51	0,65	0,1014	0,0179	0,0381	0,0310	0,0128	0,0016
$C_{F1} = 2C_{N1}; C_{F2} = 2C_{N2}$									
0,00	---	6,92	0,63	0,0965	0,0171	0,0360	0,0293	0,0124	0,0017
0,10	0,00	6,92	0,63	0,0965	0,0171	0,0360	0,0293	0,0124	0,0017
	0,10	7,26	0,64	0,0946	0,0173	0,0361	0,0287	0,0112	0,0013

Fuente: James K. Wigth, James G. MacGregor "Reinforced Concrete, Mechanics & Design" Editorial Pearson, Sexta edición.

**Tabla 3.2.3.5– Constantes De Distribución De Momentos de la Losa
(Altura de ábaco = h)**

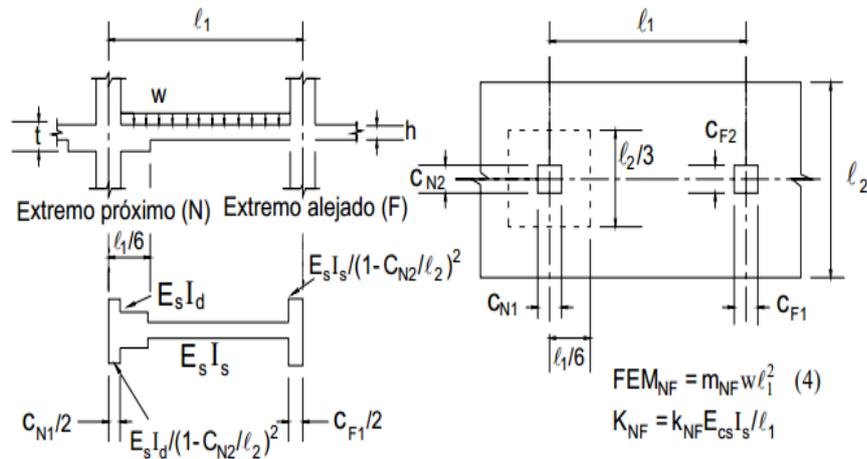


C_{N1}/ℓ_1	C_{N2}/ℓ_2	(1) k_{NF}	(2) C_{NF}	(3) (m_{NF})	Coeficiente (m_{NF}) para $(b-a) = 0,2$					
					$a = 0,0$	$a = 0,2$	$a = 0,4$	$a = 0,6$	$a = 0,8$	
$C_{F1} = C_{N1}; C_{F2} = C_{N2}$										
0,00	---	7,89	0,66	0,0993	0,0177	0,0380	0,0303	0,0118	0,0014	
	0,10	0,00	7,89	0,66	0,0993	0,0177	0,0380	0,0303	0,0118	0,0014
		0,10	8,07	0,66	0,0998	0,0180	0,0385	0,0305	0,0116	0,0013
		0,20	8,24	0,67	0,1003	0,0182	0,0389	0,0360	0,0115	0,0012
0,20	0,30	8,40	0,67	0,1007	0,0183	0,0393	0,0307	0,0113	0,0011	
	0,10	0,00	7,89	0,66	0,0993	0,0177	0,0380	0,0303	0,0118	0,0014
		0,10	8,22	0,67	0,1002	0,0180	0,0388	0,0306	0,0115	0,0012
		0,20	8,55	0,68	0,1010	0,0183	0,0395	0,0309	0,0112	0,0011
0,30	0,30	9,87	0,69	0,1018	0,0186	0,0402	0,0311	0,0109	0,0009	
	0,10	0,00	7,89	0,66	0,0993	0,0177	0,0380	0,0303	0,0118	0,0014
		0,10	8,35	0,67	0,1005	0,0181	0,0390	0,0307	0,0115	0,0012
		0,20	8,82	0,68	0,1016	0,0184	0,0399	0,0311	0,0111	0,0011
0,20	0,30	9,28	0,70	0,1026	0,0187	0,0409	0,0314	0,0107	0,0009	
	$C_{F1} = 0,5C_{N1}; C_{F2} = 0,5C_{N2}$									
	0,00	---	7,89	0,66	0,0993	0,0177	0,0380	0,0303	0,0118	0,0014
		0,10	0,00	7,89	0,66	0,0993	0,0177	0,0380	0,0303	0,0118
0,10			8,03	0,66	0,1006	0,0180	0,0386	0,0307	0,0119	0,0014
0,20	0,20	8,16	0,67	0,1016	0,0182	0,0390	0,0310	0,0120	0,0014	
	0,00	7,89	0,66	0,0993	0,0177	0,0380	0,0303	0,0118	0,0014	
	0,10	8,15	0,67	0,1014	0,0181	0,0389	0,0310	0,0120	0,0014	
0,20	0,20	8,41	0,68	0,1032	0,0184	0,0398	0,0316	0,0121	0,0013	
	$C_{F1} = 2C_{N1}; C_{F2} = 2C_{N2}$									
0,00	---	7,89	0,66	0,0993	0,0177	0,0380	0,0303	0,0118	0,0014	
	0,10	0,00	7,89	0,66	0,0993	0,0177	0,0380	0,0303	0,0118	0,0014
0,10		8,20	0,67	0,0981	0,0179	0,0382	0,0297	0,0113	0,0010	

Fuente: James K. Wigth, James G. MacGregor "Reinforced Concrete, Mechanics & Design" Editorial Pearson, Sexta edición.

Tabla 3.2.3.6– Constantes De Distribución De Momentos de la Losa. Las columnas en los extremos N y F tienen las mismas dimensiones

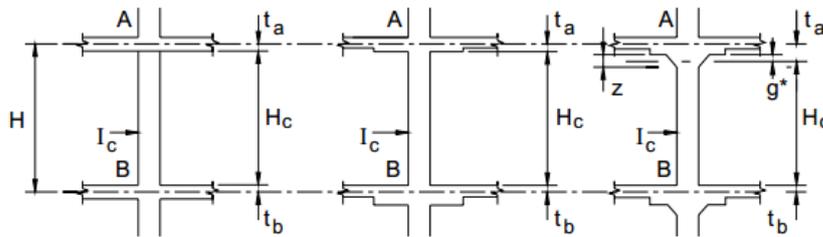
(Se asume que las dimensiones en ambos extremos de la columna son iguales – $C_{F1} = C_{N1}$, $C_{F2} = C_{N2}$)



C_{N1}/ℓ_1	C_{N2}/ℓ_2	$t = 1,5h$						$t = 2h$					
		k_{NF}	C_{NF}	m_{NF}	k_{FN}	C_{FN}	m_{FN}	k_{NF}	C_{NF}	m_{NF}	k_{FN}	C_{FN}	m_{FN}
0,00	---	5,39	0,49	0,1023	4,26	0,60	0,0749	6,63	0,49	0,1190	4,49	0,65	0,0676
	0,00	5,39	0,49	0,1023	4,26	0,60	0,0749	6,63	0,49	0,1190	4,49	0,65	0,0676
	0,10	5,65	0,52	0,1012	4,65	0,60	0,0794	7,03	0,54	0,1145	5,19	0,66	0,0757
	0,20	5,86	0,54	0,1012	4,91	0,61	0,0818	7,22	0,56	0,1140	5,43	0,67	0,0778
0,10	0,30	6,05	0,55	0,1025	5,10	0,62	0,0838	7,36	0,56	0,1142	5,57	0,67	0,0786
	0,00	5,39	0,49	0,1023	4,26	0,60	0,0749	6,63	0,49	0,1190	4,49	0,65	0,0676
	0,10	5,88	0,54	0,1006	5,04	0,61	0,0826	7,41	0,58	0,1111	5,96	0,66	0,0823
	0,20	6,33	0,58	0,1003	5,63	0,62	0,0874	7,85	0,61	0,1094	6,57	0,67	0,0872
0,20	0,30	6,75	0,60	0,1008	6,10	0,64	0,0903	8,18	0,63	0,1093	6,94	0,68	0,0892
	0,00	5,39	0,49	0,1023	4,26	0,60	0,0749	6,63	0,49	0,1190	4,49	0,65	0,0676
	0,10	6,08	0,56	0,1003	5,40	0,61	0,085	7,76	0,62	0,1087	6,77	0,67	0,0873
	0,20	6,78	0,61	0,0996	6,38	0,63	0,092	8,49	0,66	0,1055	7,91	0,68	0,0952
0,30	0,30	7,48	0,64	0,0997	7,25	0,65	0,096	9,06	0,68	0,1047	8,66	0,69	0,0991

Fuente: James K. Wight, James G. MacGregor "Reinforced Concrete, Mechanics & Design" Editorial Pearson, Sexta edición.

Tabla 3.2.3.7– Constantes De Distribución De Momentos en las columnas. Factor de rigidez y coeficientes de transporte (o de continuidad) para columnas. Para calcular k_{ta} y c_{ba} considerar t_a/t_b en lugar de t_b/t_a . Se sugiere tomar g igual a $z/2$



$$K_c = k \frac{EI_c}{H}$$

Para los valores de k_{BA} y C_{BA} leer (t_a/t_b) como (t_b/t_a)

* g se puede aproximar como $z/2$.

t_a/t_b		H/H_c									
		1,05	1,10	1,15	1,20	1,25	1,30	1,35	1,40	1,45	1,50
0,00	k_{AB}	4,20	4,40	4,60	4,80	5,00	5,20	5,40	5,60	5,80	6,00
	C_{AB}	0,57	0,65	0,73	0,80	0,87	0,95	1,03	1,10	1,17	1,25
0,2	k_{AB}	4,31	4,62	4,95	5,30	5,65	6,02	6,40	6,79	7,20	7,62
	C_{AB}	0,56	0,62	0,68	0,74	0,80	0,85	0,91	0,96	1,01	1,07
0,4	k_{AB}	4,38	4,79	5,22	5,67	6,15	6,65	7,18	7,74	8,32	8,94
	C_{AB}	0,55	0,60	0,65	0,70	0,74	0,79	0,83	0,87	0,91	0,94
0,6	k_{AB}	4,44	4,91	5,42	5,96	6,54	7,15	7,81	8,50	9,23	10,01
	C_{AB}	0,55	0,59	0,63	0,67	0,70	0,74	0,77	0,80	0,83	0,85
0,8	k_{AB}	4,49	5,01	5,58	6,19	6,85	7,56	8,31	9,12	9,98	10,89
	C_{AB}	0,54	0,58	0,61	0,64	0,67	0,70	0,72	0,75	0,77	0,79
1,0	k_{AB}	4,52	5,09	5,71	6,38	7,11	7,89	8,73	9,63	10,60	11,62
	C_{AB}	0,54	0,57	0,60	0,62	0,65	0,67	0,69	0,71	0,73	0,74
1,2	k_{AB}	4,55	5,16	5,82	6,54	7,32	8,17	9,08	10,07	11,12	12,25
	C_{AB}	0,53	0,56	0,59	0,61	0,63	0,65	0,66	0,68	0,69	0,70
1,4	k_{AB}	4,58	5,21	5,91	6,68	7,51	8,41	9,38	10,43	11,57	12,78
	C_{AB}	0,53	0,55	0,58	0,60	0,61	0,63	0,64	0,65	0,66	0,67
1,6	k_{AB}	4,60	5,26	5,99	6,79	7,66	8,61	9,64	10,75	11,95	13,24
	C_{AB}	0,53	0,55	0,57	0,59	0,60	0,61	0,62	0,63	0,64	0,65
1,8	k_{AB}	4,62	5,30	6,06	6,89	7,80	8,79	9,87	11,03	12,29	13,65
	C_{AB}	0,52	0,55	0,56	0,58	0,59	0,60	0,61	0,61	0,62	0,63
2,0	k_{AB}	4,63	5,34	6,12	6,98	7,92	8,94	10,06	11,27	12,59	14,00
	C_{AB}	0,52	0,54	0,56	0,57	0,58	0,59	0,59	0,60	0,60	0,61
2,2	k_{AB}	4,65	5,37	6,17	7,05	8,02	9,08	10,24	11,49	12,85	14,31
	C_{AB}	0,52	0,54	0,55	0,56	0,57	0,58	0,58	0,59	0,59	0,59
2,4	k_{AB}	4,66	5,40	6,22	7,12	8,11	9,20	10,39	11,68	13,08	14,60
	C_{AB}	0,52	0,53	0,55	0,56	0,56	0,57	0,57	0,58	0,58	0,58
2,6	k_{AB}	4,67	5,42	6,26	7,18	8,20	9,31	10,53	11,86	13,29	14,85
	C_{AB}	0,52	0,53	0,54	0,55	0,56	0,56	0,56	0,57	0,57	0,57
2,8	k_{AB}	4,68	5,44	6,29	7,23	8,27	9,41	10,66	12,01	13,48	15,07
	C_{AB}	0,52	0,53	0,54	0,55	0,55	0,55	0,56	0,56	0,56	0,56
3,0	k_{AB}	4,69	5,46	6,33	7,28	8,34	9,50	10,77	12,15	13,65	15,28
	C_{AB}	0,52	0,53	0,54	0,54	0,55	0,55	0,55	0,55	0,55	0,55
3,2	k_{AB}	4,70	5,48	6,36	7,33	8,40	9,58	10,87	12,28	13,81	15,47
	C_{AB}	0,52	0,53	0,53	0,54	0,54	0,54	0,54	0,54	0,54	0,54
3,4	k_{AB}	4,71	5,50	6,38	7,37	8,46	9,65	10,97	12,40	13,95	15,64
	C_{AB}	0,51	0,52	0,53	0,53	0,54	0,54	0,54	0,53	0,53	0,53
3,6	k_{AB}	4,71	5,51	6,41	7,41	8,51	9,72	11,05	12,51	14,09	15,80
	C_{AB}	0,51	0,52	0,53	0,53	0,53	0,53	0,53	0,53	0,53	0,52
3,8	k_{AB}	4,72	5,53	6,43	7,44	8,56	9,78	11,13	12,60	14,21	15,95
	C_{AB}	0,51	0,52	0,53	0,53	0,53	0,53	0,53	0,52	0,52	0,52



t_a/t_b		H/H _c									
		1,05	1,10	1,15	1,20	1,25	1,30	1,35	1,40	1,45	1,50
4,0	k _{AB}	4,72	5,54	6,45	7,47	8,60	9,84	11,21	12,7	14,32	16,08
	C _{AB}	0,51	0,52	0,52	0,53	0,53	0,52	0,52	0,52	0,52	0,51
4,2	k _{AB}	4,73	5,55	6,47	7,50	8,64	9,90	11,27	12,78	14,42	16,20
	C _{AB}	0,51	0,52	0,52	0,52	0,52	0,52	0,52	0,51	0,51	0,51
4,4	k _{AB}	4,73	5,56	6,49	7,53	8,68	9,95	11,34	12,86	14,52	16,32
	C _{AB}	0,51	0,52	0,52	0,52	0,52	0,52	0,51	0,51	0,51	0,51
4,6	k _{AB}	4,74	5,57	6,51	7,55	8,71	9,99	11,40	12,93	14,61	16,43
	C _{AB}	0,51	0,52	0,52	0,52	0,52	0,52	0,51	0,51	0,50	0,50
4,8	k _{AB}	4,74	5,58	6,53	7,58	8,75	10,03	11,45	13,00	14,69	16,53
	C _{AB}	0,51	0,52	0,52	0,52	0,52	0,51	0,51	0,50	0,50	0,49
5,0	k _{AB}	4,75	5,59	6,54	7,60	8,78	10,07	11,50	13,07	14,77	16,62
	C _{AB}	0,51	0,51	0,52	0,52	0,51	0,51	0,51	0,50	0,49	0,49
6,0	k _{AB}	4,76	5,63	6,60	7,89	8,90	10,24	11,72	13,33	15,10	17,02
	C _{AB}	0,51	0,51	0,51	0,51	0,50	0,50	0,49	0,49	0,48	0,47
7,0	k _{AB}	4,78	5,66	6,65	7,76	9,00	10,37	11,88	13,54	15,35	17,32
	C _{AB}	0,51	0,51	0,51	0,50	0,50	0,49	0,48	0,48	0,47	0,46
8,0	k _{AB}	4,78	5,68	6,69	7,82	9,07	10,47	12,01	13,70	15,54	17,56
	C _{AB}	0,51	0,51	0,50	0,50	0,49	0,49	0,48	0,47	0,46	0,45
9,0	k _{AB}	4,79	5,69	6,71	7,86	9,13	10,55	12,11	13,83	15,70	17,17
	C _{AB}	0,50	0,50	0,50	0,50	0,49	0,48	0,47	0,46	0,45	0,45
10,0	k _{AB}	4,80	5,71	6,74	7,89	9,18	10,61	12,19	13,93	15,83	17,90
	C _{AB}	0,50	0,50	0,50	0,49	0,48	0,48	0,47	0,46	0,45	0,44

Fuente: James K. Wigth, James G. MacGregor "Reinforced Concrete, Mechanics & Design" Editorial Pearson, Sexta edición.

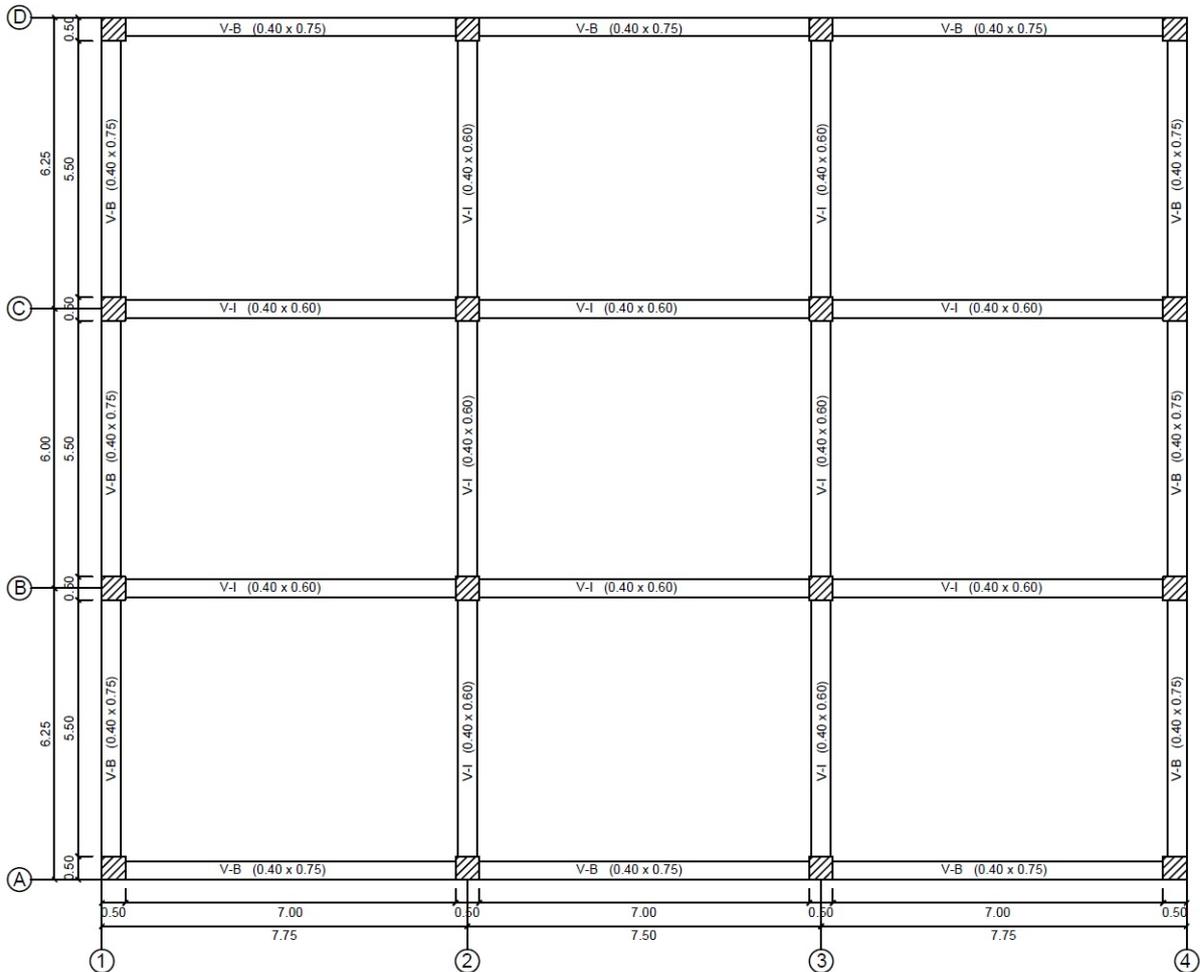


CAPÍTULO IV

EJEMPLOS DE APLICACIÓN

CAPITULO IV: Ejemplos de Aplicación.

4.1 METODO DE DISEÑO DIRECTO: Usando el método del Diseño Directo, se determinará los momentos de diseño en las dos direcciones para el sistema de losa mostrado, para un piso intermedio de un edificio de concreto armado.



DATOS:

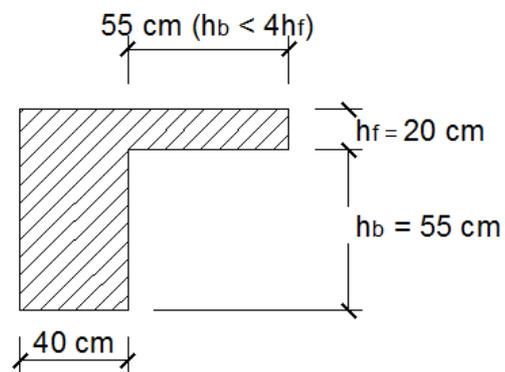
Altura de piso	: 3.00 m	Losa	: 20 cm
Viga de Borde	: 40 cm x 75 cm	Carga Viva	: 500 kg/m ²
Viga Interior	: 40 cm x 60 cm	f'c	: 280 kg/cm ²
Columna	: 50 cm x 50 cm	f _y	: 4200 kg/cm ²

CALCULOS:

1.- Diseño preliminar para el espesor de la losa h:

a) Control de la deflexión:

Viga de Borde:



$$\bar{y} = \frac{(0.95 \times 0.20 \times 0.10) + (0.40 \times 0.55 \times 0.475)}{(0.95 \times 0.20) + (0.40 \times 0.55)}$$

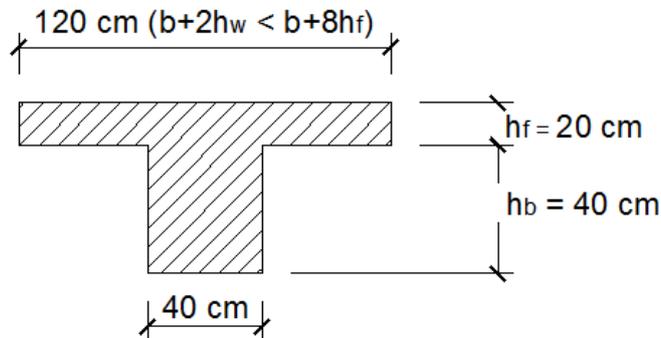
$$\bar{y} = 0.30$$

$$I = \left[\left(\frac{0.95 \times 0.20^3}{12} \right) + (0.95 \times 0.20) \left(0.30 - \frac{0.20}{2} \right)^2 \right] + \left[\left(\frac{0.40 \times 0.55^3}{12} \right) + (0.40 \times 0.55) (0.475 - 0.30)^2 \right]$$

$$I = 0.0205160569 \text{ m}^4$$

$$I = 2,051,605.691 \text{ cm}^4$$

Viga Interior:



$$\bar{y} = \frac{(1.20 \times 0.20 \times 0.10) + (0.40 \times 0.40 \times 0.40)}{(1.20 \times 0.20) + (0.40 \times 0.40)}$$

$$\bar{y} = 0.22$$

$$I = \left[\left(\frac{1.20 \times 0.20^3}{12} \right) + (1.20 \times 0.20) \left(0.22 - \frac{0.20}{2} \right)^2 \right] + \left[\left(\frac{0.40 \times 0.40^3}{12} \right) + (0.40 \times 0.40) (0.40 - 0.22)^2 \right]$$

$$I = 0.011573 \text{ m}^4$$

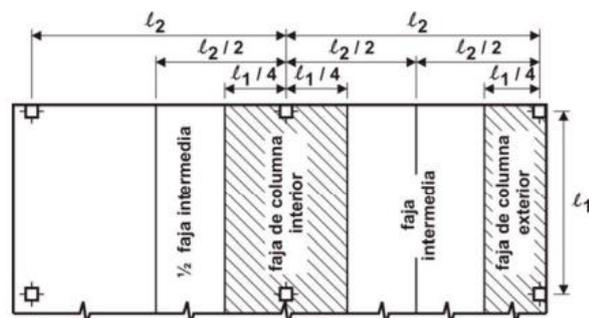
$$I = 1,157,333.33 \text{ cm}^4$$

Franja de columna:

Es una franja de diseño con un ancho a cada lado del eje de la columna igual a l menor valor entre $l_1/4$ y $l_2/4$.

$$\frac{l_1}{4} = \frac{6}{4} = 1.5$$

$$\frac{l_2}{4} = \frac{7.5}{4} = 1.875$$





La Franja de columna sería: 1.5 cm

Debido a que el eje 1 y A están acotados desde el borde, añadimos la mitad de la columna:

$$1.5 + \frac{0.50}{2} = 1.75 \text{ m.}$$

Franja de Losa:

Limitado entre las líneas centrales de los paneles a cada lado de la viga.

- Para un ancho de 4.00 m $\left(\frac{7.50}{2} + \frac{0.50}{2} = 4.00 \text{ m}\right)$ - Viga de Borde en dirección N-S:

$$I_s = \frac{400 \times 20^3}{12} = 266,666.67 \text{ cm}^4$$

- Para un ancho de 7.50 m - Viga Interior dirección NS:

$$I_s = \frac{750 \times 20^3}{12} = 500,000 \text{ cm}^4$$

- Para un ancho de 3.25 m $\left(\frac{6.00}{2} + \frac{0.50}{2} = 3.25 \text{ m}\right)$ - Viga de Borde dirección E-W:

$$I_s = \frac{325 \times 20^3}{12} = 216,666.67 \text{ cm}^4$$

- Para un ancho de 6.00 m - Viga Interior dirección E-W:

$$I_s = \frac{600 \times 20^3}{12} = 400,000 \text{ cm}^4$$



RIGIDEZ RELATIVA DE LA VIGA Y DE LA LOSA (α_f):

Según el ítem 13.6.1.6 del ACI, determinaremos el valor de α_f para todos los paños:

$$\alpha_f = \frac{E_{cb} I_b}{E_{cs} I_s}$$

Viga de borde NS:

$$\alpha_f = \frac{2,051,605.691}{266666.67} = 7.69$$

Viga de borde EW:

$$\alpha_f = \frac{2,051,605.691}{216666.67} = 9.47$$

Viga Interior NS:

$$\alpha_f = \frac{1157333.33}{500000} = 2.31$$

Viga Interior EW:

$$\alpha_f = \frac{1157333.33}{400000} = 2.89$$

Debido a que todos los valores son mayores que 2, el Código ACI indica que el espesor mínimo de la losa será:

$$h = \frac{l_n \left(0.8 + \frac{f_y}{14000} \right)}{36 + 9\beta}$$

$$\beta = \frac{\text{Luz libre en la dirección larga}}{\text{Luz libre en la dirección corta}}$$

$$\beta = \frac{7}{5.5} = 1.27$$

$$h = \frac{700 \left(0.8 + \frac{4200}{14000} \right)}{36 + 9(1.27)} = 16.23$$



El espesor mínimo de la losa será mayor a 16.23 cm, la losa empleada es de 20 cm.

2.- Verificación de la aplicación del Método Directo:

- a) Debe haber un mínimo de tres luces continuas en cada dirección.
- ✓ OK
- b) Los paneles de las losas deben ser rectangulares con una relación de las luces largas a las cortas dentro de un panel no mayor que 2.
- ✓ OK (1.25 < 2.00)
- c) Las longitudes de las luces sucesivas, medidas centro a centro de los apoyos en cada dirección no deben diferir en más de un tercio de la luz más larga.
- ✓ OK Las longitudes de las luces sucesivas son iguales.
- d) Las columnas pueden correrse con respecto a cualquier eje de columnas sucesivas un máximo del 10% de la luz respectiva en la dirección del desplazamiento.
- ✓ OK Todas las columnas están alineadas.
- e) Las cargas las genera únicamente la gravedad y deben estar uniformemente distribuidas en todo el panel. La carga viva no debe exceder de 2 veces la carga muerta.
- ✓ OK La relación entre carga viva y muerta ($\frac{500}{480} = 1.04 < 2.00$)



3.- Momento factorizado o mayorado en la losa:

Para la dirección N-S, en los bordes (Ejes 1 y 4), considerando la franja de diseño desde el borde del edificio:

- Carga Muerta factorizada:

Se considera el peso del alma de la viga de borde por metro, dividido por l_2

$$0.40 \times 0.55 \times \frac{2400}{\left(\frac{7.50}{2} + \frac{0.50}{2}\right)} = 132.00 \text{ kg/m}^2$$

$$W_D = 1.4 \times (480 + 132) = 856.8 \text{ kg/m}^2$$

- Carga viva factorizada:

$$W_L = 1.7 \times 500 = 850 \text{ kg/m}^2$$

- Carga ultima:

$$W_u = W_D + W_L = 856.8 + 850 = 1706.8 \text{ kg/m}^2 = 1.7 \text{ t/m}^2$$

(a) Momento factorizado total por tramo:

$$M_o = \frac{W_u l_2 l_n^2}{8}$$

$$M_o = \frac{1.7 \times 4.00 \times 5.50^2}{8} = 25.71 \text{ t} - \text{m}$$



El código ACI, en el ítem 13.6.1.6 indica que para un panel con vigas entre los apoyos en todos los lados, debe satisfacerse la ecuación para las dos direcciones perpendiculares:

$$0.2 \leq \frac{\alpha_{f1} l_2^2}{\alpha_{f2} l_1^2} \leq 5.0$$

- Panel interior:

$$\frac{\alpha_{f1} l_2^2}{\alpha_{f2} l_1^2} = \frac{7.69 \times 4.0^2}{2.89 \times 6.0^2} = 1.18$$

$0.2 \leq 1.18 \leq 5.0$, si cumple.

- Panel exterior:

$$\frac{\alpha_{f1} l_2^2}{\alpha_{f2} l_1^2} = \frac{7.69 \times 4.0^2}{9.47 \times 6.0^2} = 0.36$$

$0.2 \leq 0.36 \leq 5.0$, si cumple.

(b) Momento factorizado negativo y positivo:

LUZ INTERIOR:

En luces interiores, el momento estático factorizado total M_o se reparte entre las secciones críticas a flexión positiva y negativa de acuerdo con las relaciones siguientes:

Momento negativo mayorado.....0.65 M_o

Momento positivo mayorado.....0.35 M_o

El momento negativo será: $0.65 \times 25.71 = 16.71 t - m$

El momento positivo será: $0.35 \times 25.71 = 9.00 t - m$



LUZ EXTERIOR:

El ítem 13.6.3.3 del Código ACI indica que para un vano final, el momento estático mayorado total, M_o , debe distribuirse como se indica a continuación:

	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)
	Borde exterior no restringido	Losa con vigas entre todos los apoyos	Losa sin vigas entre los apoyos interiores		Borde exterior totalmente restringido
			Sin viga de borde	Con viga de borde	
Momento negativo mayorado interior	0.75	0.70	0.70	0.70	0.65
Momento positivo mayorado	0.63	0.57	0.52	0.50	0.35
Momento negativo mayorado exterior	0	0.16	0.26	0.30	0.65

El momento negativo interior será: $0.70 \times 25.71 = 18.00 t - m$

El momento positivo será: $0.57 \times 25.71 = 14.65 t - m$

El momento negativo exterior será: $0.16 \times 25.71 = 4.11 t - m$

4.- Distribución de momentos factorizados en las franjas de columnas y centrales:

El ítem 13.6.4.1 indica que las franjas de columna deben ser diseñadas para resistir las siguientes fracciones, en porcentaje, del momento negativo factorizado interior:

l_2/l_1	0.5	1.0	2.0
$(\alpha_{f1}l_2/l_1) = 0$	75	75	75
$(\alpha_{f1}l_2/l_1) \geq 1.0$	90	75	45

Hallamos la relación $\frac{l_2}{l_1}$

$$\frac{l_2}{l_1} = \frac{7.50}{6.00} = 1.25$$

Hallamos la relación $\frac{\alpha_{f1}l_2}{l_1}$

$$\frac{\alpha_{f1}l_2}{l_1} = 7.69 \times \frac{7.50}{6.00} = 9.61$$



El código ACI indica que con los valores hallados se debe interpolar linealmente entre los valores dados.

Momento negativo:

Con la interpolación lineal obtenemos el valor de 67.5%, valor que es tomando por la franja de columna del momento negativo, esto sería:

$$16.71 (67.5\%) = 11.28 t - m$$

Para el porcentaje de Momentos en vigas, el ítem 13.6.5.1 indica que las vigas entre los apoyos deben ser diseñadas para resistir el 85% de los momentos de la franja de columna si $\frac{\alpha_f l_2}{l_1} > 1.00$ es igual o mayor que uno.

Las vigas toman el 85%:

$$11.28 (85\%) = 9.59 t - m$$

La losa toma el 15% Restante:

$$11.28 (15\%) = 1.69 t - m$$

La franja central de la losa toma el 32.5 % del Momento negativo:

$$16.71 (32.5\%) = 5.43 t - m$$

Momento positivo:

La franja de columna toma el 67.5 del momento positivo:

$$9.00 (67.5\%) = 6.075 t - m$$

Las vigas toman el 85%:

$$6.075 (85\%) = 5.16 t - m$$

La losa toma el 15% Restante:

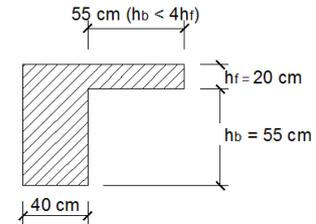
$$6.075 (15\%) = 0.91 t - m$$

La franja central de la losa toma el 32.5 % del Momento positivo:

$$9.00 (32.5\%) = 2.925 t - m$$

- La constante torsional para la viga de borde se encuentra a partir de la siguiente ecuación para una forma rectangular de 40 cm x 75 cm con un ala sobresaliente de 20cm x 55cm.

$$C = \sum \left(1 - 0.63 \frac{x}{y} \right) \left(\frac{x^3 y}{3} \right)$$



x: dimensión menor
y: dimensión mayor

X1= 40	X2= 20	X3= 40	X4= 20
Y1= 55	Y2= 95	Y3= 75	Y4= 55
C1= 635733.33	C2= 219733.33	C3= 1062400.00	C4= 113066.67
$\sum C = 855466.67$		$\sum C = 1175466.67$	

La restricción relativa proporcionada por la resistencia torsional de la viga de borde transversal efectiva se refleja mediante el parámetro β_t .

$$\beta_t = \frac{E_{cb} C}{2E_{cs} I_s}$$

$$I = \frac{l_2 h^3}{12}$$

$$I = \frac{750 \times 20^3}{12} = 500000 \text{ cm}^4$$

$$\beta_t = \frac{1175466.67}{2 \times 500000} = 1.175$$

** Según interpolación se ha obtenido 84.72%



Momento negativo exterior:

La franja de columna toma el 84.72% del momento negativo exterior:

$$4.11 (84.72\%) = 3.48 t - m$$

Las vigas toman el 85%:

$$3.48 (85\%) = 2.96 t - m$$

La losa toma el 15% Restante:

$$3.48 (15\%) = 0.52 t - m$$

La franja central de la losa toma el 15.28 % del Momento negativo exterior:

$$4.11 (15.28\%) = 0.63 t - m$$

Momento positivo:

La franja de columna toma el 67.5 del momento positivo:

$$14.65 (67.5\%) = 9.89 t - m$$

Las vigas toman el 85%:

$$9.89 (85\%) = 8.41 t - m$$

La losa toma el 15% Restante:

$$9.89 (15\%) = 1.48 t - m$$

La franja central de la losa toma el 32.5 % del Momento positivo:

$$14.65 (32.5\%) = 4.76 t - m$$

Momento negativo interior:

La franja de columna toma el 67.5 del momento negativo interior:



$$18.00 (67.5\%) = 12.15 t - m$$

Las vigas toman el 85%:

$$12.15 (85\%) = 10.33 t - m$$

La losa toma el 15% Restante:

$$12.15 (15\%) = 1.82 t - m$$

La franja central de la losa toma el 32.5 % del Momento negativo interior:

$$14.65 (32.5\%) = 5.85 t - m$$

Los momentos factorizados en las franjas de columna y franjas centrales se resumen como sigue:

	Momento Factorizado (t-m)	Franja de Columna			Momento en las dos medias franjas centrales (t-m)	
		%	Momento (t-m)	Momento en la viga (t-m)		Momento en la losa (t-m)
Luz Extrema:						
Negativo exterior	0.16 Mb = 4.11	84.72	3.48	2.96	0.52	0.63
Positivo	0.57 Mb = 14.65	67.5	9.89	8.41	1.48	4.76
Negativo Interior	0.70 Mb = 18.00	67.5	12.15	10.33	1.82	5.85
Luz Interior :						
Negativo	0.65 Mb = 16.71	67.5	11.28	9.59	1.69	5.43
Positivo	0.35 Mb = 9.00	67.5	6.075	5.16	0.91	2.93

Procedemos a realizar el diseño para la Dirección N-S, ejes 2 y 3, considerando la franja de diseño en el eje interior de las columnas:

- Carga Muerta factorizada:

Se considera el peso del alma de la viga interior por metro, dividido por l_2

$$0.40 \times 0.40 \times \frac{2400}{(7.50)} = 51.20 \text{ kg/m}^2$$



$$W_D = 1.4 \times (480 + 51.20) = 743.68 \text{ kg/m}^2$$

- Carga viva factorizada:

$$W_L = 1.7 \times 500 = 850 \text{ kg/m}^2$$

- Carga ultima:

$$W_u = W_D + W_L = 743.68 + 850 = 1593.68 \text{ kg/m}^2 = 1.59 \text{ t/m}^2$$

- a) Momento factorizado total por tramo:

$$M_o = \frac{W_u l_2 l_n^2}{8}$$

$$M_o = \frac{1.59 \times 7.50 \times 5.50^2}{8} = 45.09 \text{ t} - \text{m}$$

El código ACI, en el ítem 13.6.1.6 indica que para un panel con vigas entre los apoyos en todos los lados, debe satisfacerse la ecuación para las dos direcciones perpendiculares:

$$0.2 \leq \frac{\alpha_{f1} l_2^2}{\alpha_{f2} l_1^2} \leq 5.0$$

- Panel interior:

$$\alpha_{f1} = 2.31$$

$$\alpha_{f2} = 2.89$$

$$l_2 = 7.50$$

$$l_1 = 6.00$$

$$\frac{\alpha_{f1} l_2^2}{\alpha_{f2} l_1^2} = \frac{2.31 \times 7.50^2}{2.89 \times 6.00^2} = 1.25$$

$0.2 \leq 1.25 \leq 5.0$, si cumple.

- Panel exterior:

$$\alpha_{f1} = 2.31$$

$$\alpha_{f2} = 9.47$$

$$l_2 = 7.50$$

$$l_1 = 6.00$$

$$\frac{\alpha_{f1} l_2^2}{\alpha_{f2} l_1^2} = \frac{2.31 \times 7.50^2}{9.47 \times 6.00^2} = 0.38$$

$0.2 \leq 0.38 \leq 5.0$, si cumple.

Tenemos los siguientes datos:

$$\frac{l_2}{l_1} = \frac{7.5}{6} = 1.25$$

$$\frac{\alpha_{f1} l_2}{l_1} = \frac{2.31 \times 7.5}{6.00} = 2.89$$

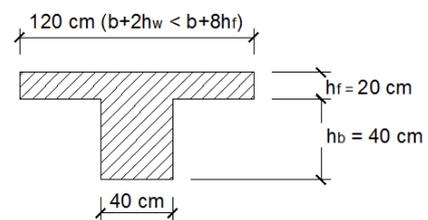
$$\beta_t = \frac{E_{cb} C}{2E_{cs} I_s} = 0.89$$

La constante torsional:

$$C = \sum \left(1 - 0.63 \frac{x}{y} \right) \left(\frac{x^3 y}{3} \right)$$

x: dimensión menor

y: dimensión mayor





X1= 40	X2= 20	X3= 40	X4= 20
Y1= 40	Y2= 120	Y3= 60	Y4= 40
C1= 315733.33	C2= 286400.00	C3= 742400.00	C4= 73066.67
$\sum C = 602133.33$		$\sum C = 888533.33$	

$$C = 888,533.33 \quad , \quad \beta_t = \frac{888,533.33}{2 \times 500,000.00} = 0.89$$

** Según interpolación se ha obtenido un % de 67.5 para todos los momentos excepto el negativo exterior cuyo valor es de 88.45%.

b) Momento factorizado negativo y positivo:

LUZ INTERIOR:

El momento negativo será: $0.65 \times 45.09 = 29.31 \text{ t} - \text{m}$

El momento positivo será: $0.35 \times 45.09 = 15.78 \text{ t} - \text{m}$

LUZ EXTERIOR:

El momento negativo interior será: $0.70 \times 45.09 = 31.56 \text{ t} - \text{m}$

El momento positivo será: $0.57 \times 45.09 = 25.7 \text{ t} - \text{m}$

El momento negativo exterior será: $0.16 \times 45.09 = 7.21 \text{ t} - \text{m}$

Distribución de momentos factorizados en las franjas de columnas y centrales:

Momento negativo:



La franja de columna toma el 67.5 del momento negativo:

$$29.31 (67.5\%) = 19.78 t - m$$

Las vigas toman el 85%:

$$19.78 (85\%) = 16.81 t - m$$

La losa toma el 15% Restante:

$$19.78 (15\%) = 2.97 t - m$$

La franja central de la losa toma el 32.5 % del Momento negativo:

$$29.31 (32.5\%) = 9.53 t - m$$

Momento positivo:

La franja de columna toma el 67.5 del momento positivo:

$$15.78 (67.5\%) = 10.65 t - m$$

Las vigas toman el 85%:

$$10.65 (85\%) = 9.05 t - m$$

La losa toma el 15% Restante:

$$10.65 (15\%) = 1.60 t - m$$

La franja central de la losa toma el 32.5 % del Momento positivo:

$$15.78 (32.5\%) = 5.13 t - m$$



Momento negativo exterior:

La franja de columna toma el 88.45 % del momento negativo exterior:

$$7.21 (88.45\%) = 6.38 t - m$$

Las vigas toman el 85%:

$$6.38 (85\%) = 5.42 t - m$$

La losa toma el 15% Restante:

$$6.38 (15\%) = 0.96 t - m$$

La franja central de la losa toma el 11.55 % del Momento negativo exterior:

$$7.21 (11.55\%) = 0.83 t - m$$

Momento positivo:

La franja de columna toma el 67.5 del momento positivo:

$$25.7 (67.5\%) = 17.35 t - m$$

Las vigas toman el 85%:

$$17.35 (85\%) = 14.75 t - m$$

La losa toma el 15% Restante:

$$17.35 (15\%) = 2.60 t - m$$

La franja central de la losa toma el 32.5 % del Momento positivo:

$$25.7 (32.5\%) = 8.35 t - m$$



Momento negativo interior:

La franja de columna toma el 67.5 del momento negativo interior:

$$31.56 (67.5\%) = 21.30 t - m$$

Las vigas toman el 85%:

$$12.15 (85\%) = 18.11 t - m$$

La losa toma el 15% Restante:

$$12.15 (15\%) = 3.20 t - m$$

La franja central de la losa toma el 32.5 % del Momento negativo interior:

$$31.56 (32.5\%) = 10.26 t - m$$

Los momentos factorizados en las franjas de columna y franjas centrales se resumen como sigue:

	Momento Factorizado (t-m)	Franja de Columna			Momento en las dos medias franjas centrales (t-m)	
		%	Momento (t-m)	Momento en la viga (t-m)		Momento en la losa (t-m)
Luz Extrema:						
Negativo exterior	0.16 Mo = 7.21	88.45	6.38	5.42	0.96	0.83
Positivo	0.57 Mo = 25.7	67.50	17.35	14.75	2.60	8.35
Negativo Interior	0.70 Mo = 31.56	67.50	21.30	18.11	3.20	10.26
Luz Interior :						
Negativo	0.65 Mo = 29.31	67.50	19.78	16.81	2.97	9.53
Positivo	0.35 Mo = 15.78	67.50	10.65	9.05	1.60	5.13



Procedemos a realizar el diseño para la Dirección E-W, ejes A y D, considerando la franja de diseño en el borde del edificio:

- Carga Muerta factorizada:

Se considera el peso del alma de la viga de borde por metro, dividido por l_2

$$0.40 \times 0.55 \times \frac{2400}{\left(\frac{6}{2} + \frac{0.50}{2}\right)} = 162.46 \text{ kg/m}^2$$

$$W_D = 1.4 \times (480 + 162.46) = 899.45 \text{ kg/m}^2$$

- Carga viva factorizada:

$$W_L = 1.7 \times 500 = 850 \text{ kg/m}^2$$

- Carga ultima:

$$W_u = W_D + W_L = 899.45 + 850 = 1749.45 \text{ kg/m}^2 = 1.75 \text{ t/m}^2$$

Momento factorizado total por tramo:

$$M_o = \frac{W_u l_2 l_n^2}{8}$$

$$M_o = \frac{1.75 \times 3.25 \times 7.00^2}{8} = 34.84 \text{ t} - m$$



El código ACI, en el ítem 13.6.1.6 indica que para un panel con vigas entre los apoyos en todos los lados, debe satisfacerse la ecuación para las dos direcciones perpendiculares:

$$0.2 \leq \frac{\alpha_{f1} l_2^2}{\alpha_{f2} l_1^2} \leq 5.0$$

- Panel interior:

$$\alpha_{f1} = 9.47$$

$$\alpha_{f2} = 2.31$$

$$l_2 = 3.25$$

$$l_1 = 7.50$$

$$\frac{\alpha_{f1} l_2^2}{\alpha_{f2} l_1^2} = \frac{9.47 \times 3.25^2}{2.31 \times 7.50^2} = 0.77$$

$0.2 \leq 0.77 \leq 5.0$, si cumple.

- Panel exterior:

$$\alpha_{f1} = 9.47$$

$$\alpha_{f2} = 7.69$$

$$l_2 = 3.25$$

$$l_1 = 7.50$$

$$\frac{\alpha_{f1} l_2^2}{\alpha_{f2} l_1^2} = \frac{9.47 \times 3.25^2}{7.69 \times 7.50^2} = 0.23$$

$0.2 \leq 0.23 \leq 5.0$, si cumple.



Momento factorizado negativo y positivo:

LUZ INTERIOR:

El momento negativo será: $0.65 \times 34.84 = 22.65 \text{ t - m}$

El momento positivo será: $0.35 \times 34.84 = 12.19 \text{ t - m}$

LUZ EXTERIOR:

El momento negativo interior será: $0.70 \times 34.84 = 24.39 \text{ t - m}$

El momento positivo será: $0.57 \times 34.84 = 19.86 \text{ t - m}$

El momento negativo exterior será: $0.16 \times 34.84 = 5.57 \text{ t - m}$

Distribución de momentos factorizados en las franjas de columnas y centrales:

Hallamos la relación $\frac{l_2}{l_1}$

$$\frac{l_2}{l_1} = \frac{6.00}{7.50} = 0.80$$

Hallamos la relación $\frac{\alpha_{f1} l_2}{l_1}$

$$\frac{\alpha_{f1} l_2}{l_1} = 9.47 \times \frac{6.00}{7.50} = 7.576$$



El código ACI indica que con los valores hallados se debe interpolar linealmente entre los valores dados. Como resultado obtenemos que para todos los momentos, excepto el negativo exterior, la franja de columna toma el 81%.

Momento negativo:

La franja de columna toma el 81% del momento negativo:

$$22.65 (81\%) = 18.34 t - m$$

Las vigas toman el 85%:

$$18.34 (85\%) = 15.59 t - m$$

La losa toma el 15% Restante:

$$18.34 (15\%) = 2.75 t - m$$

La franja central de la losa toma el 19 % del Momento negativo:

$$22.65 (19\%) = 4.30 t - m$$

Momento positivo:

La franja de columna toma el 81% del momento positivo:

$$12.19 (81\%) = 9.88 t - m$$

Las vigas toman el 85%:

$$9.88 (85\%) = 8.40 t - m$$

La losa toma el 15% Restante:

$$9.88 (15\%) = 1.48 t - m$$

La franja central de la losa toma el 19 % del Momento positivo:



$$12.19 (19\%) = 2.32 t - m$$

- La constante torsional para la viga de borde es: $C = 1175466.67$

La restricción relativa proporcionada por la resistencia torsional de la viga de borde transversal efectiva se refleja mediante el parámetro β_t .

$$\beta_t = \frac{E_{cb}C}{2E_{cs}I_s}$$

$$I = \frac{l_2 h^3}{12}$$

$$I = \frac{600 \times 20^3}{12} = 400,000 \text{ cm}^4$$

$$\beta_t = \frac{1,175,466.67}{2 \times 400,000} = 1.47$$

** Según interpolación se ha obtenido 88.83%

Momento negativo exterior:

La franja de columna toma el 88.8% del momento negativo exterior:

$$5.57 (88.8\%) = 4.95 t - m$$

Las vigas toman el 85%:

$$4.95 (85\%) = 4.21 t - m$$

La losa toma el 15% Restante:

$$4.95 (15\%) = 0.74 t - m$$

La franja central de la losa toma el 11.2 % del Momento negativo exterior:

$$5.57 (11.2\%) = 0.62 t - m$$



Momento positivo:

La franja de columna toma el 81% del momento positivo:

$$19.86 (81\%) = 16.08 t - m$$

Las vigas toman el 85%:

$$16.08 (85\%) = 13.67 t - m$$

La losa toma el 15% Restante:

$$16.08 (15\%) = 2.41 t - m$$

La franja central de la losa toma el 19 % del Momento positivo:

$$19.86 (19\%) = 3.77 t - m$$

Momento negativo interior:

La franja de columna toma el 81% del momento negativo interior:

$$24.39 (81\%) = 19.75 t - m$$

Las vigas toman el 85%:

$$19.75 (85\%) = 16.79 t - m$$

La losa toma el 15% Restante:

$$19.75 (15\%) = 2.96 t - m$$

La franja central de la losa toma el 19% del Momento negativo interior:

$$24.39 (19\%) = 4.63 t - m$$

Los momentos factorizados en las franjas de columna y franjas centrales se resumen como sigue:



	Momento Factorizado (t-m)	Franja de Columna			Momento en las dos medias franjas	
		%	Momento (t-m)	Momento en la viga (t-m)		Momento en la losa (t-m)
Luz Extrema:						
Negativo exterior	0.16 Mo = 5.57	88.80	4.95	4.21	0.74	0.62
Positivo	0.57 Mo = 19.86	81.00	16.08	13.67	2.41	3.77
Negativo Interior	0.70 Mo = 24.39	81.00	19.75	16.79	2.96	4.63
Luz Interior :						
Negativo	0.65 Mo = 22.65	81.00	18.34	15.59	2.75	4.30
Positivo	0.35 Mo = 12.19	81.00	9.88	8.40	1.48	2.32

Procedemos a realizar el diseño para la Dirección E-W, ejes B y C, considerando la franja de diseño en el eje interior de las columnas.

- Carga Muerta factorizada:

Se considera el peso del alma de la viga de borde por metro, dividido por l_2

$$0.40 \times 0.40 \times \frac{2400}{(6.00)} = 64 \text{ kg/m}^2$$

$$W_D = 1.4 \times (480 + 64) = 761.6 \text{ kg/m}^2$$

- Carga viva factorizada:

$$W_L = 1.7 \times 500 = 850 \text{ kg/m}^2$$

- Carga ultima:

$$W_u = W_D + W_L = 761.6 + 850 = 1611.6 \text{ kg/m}^2 = 1.61 \text{ t/m}^2$$

(c) Momento factorizado total por tramo:



$$M_o = \frac{W_u l_2 l_n^2}{8}$$

$$M_o = \frac{1.61 \times 6.00 \times 7.00^2}{8} = 59.17 \text{ t - m}$$

El código ACI, en el ítem 13.6.1.6 indica que para un panel con vigas entre los apoyos en todos los lados, debe satisfacerse la ecuación para las dos direcciones perpendiculares:

$$0.2 \leq \frac{\alpha_{f1} l_2^2}{\alpha_{f2} l_1^2} \leq 5.0$$

- Panel interior:

$$\alpha_{f1} = 2.89$$

$$\alpha_{f2} = 2.31$$

$$l_2 = 6.00$$

$$l_1 = 7.50$$

$$\frac{\alpha_{f1} l_2^2}{\alpha_{f2} l_1^2} = \frac{2.89 \times 6.0^2}{2.31 \times 7.50^2} = 0.80$$

$0.2 \leq 0.80 \leq 5.0$, si cumple.

- Panel exterior:

$$\alpha_{f1} = 2.89$$

$$\alpha_{f2} = 7.69$$

$$l_2 = 6.00$$

$$l_1 = 7.50$$

$$\frac{\alpha_{f1} l_2^2}{\alpha_{f2} l_1^2} = \frac{2.89 \times 6.0^2}{7.69 \times 7.50^2} = 0.29$$

$0.2 \leq 0.24 \leq 5.0$, si cumple.

Tenemos los siguientes datos:



$$\frac{l_2}{l_1} = \frac{6.00}{7.50} = 0.80$$

$$\frac{\alpha_{f1} l_2}{l_1} = \frac{2.89 \times 6.00}{7.50} = 2.31$$

$$C = 888,533.33$$

$$\beta_t = \frac{888533.33}{2 \times 400,000} = 1.11$$

** Según interpolación se ha obtenido un 81% para todos los momentos excepto el negativo exterior cuyo valor es de 91.55%.

Momento factorizado negativo y positivo:

LUZ INTERIOR:

El momento negativo será: $0.65 \times 59.17 = 38.46 \text{ t - m}$

El momento positivo será: $0.35 \times 59.17 = 20.71 \text{ t - m}$

LUZ EXTERIOR:

El momento negativo interior será: $0.70 \times 59.17 = 41.42 \text{ t - m}$

El momento positivo será: $0.57 \times 59.17 = 33.73 \text{ t - m}$

El momento negativo exterior será: $0.16 \times 59.17 = 9.47 \text{ t - m}$



Distribución de momentos factorizados en las franjas de columnas y centrales:

Momento negativo:

La franja de columna toma el 81 del momento negativo:

$$38.46 (81\%) = 31.15 t - m$$

Las vigas toman el 85%:

$$31.15 (85\%) = 26.48 t - m$$

La losa toma el 15% Restante:

$$31.15 (15\%) = 4.67 t - m$$

La franja central de la losa toma el 19 % del Momento negativo:

$$38.46 (19\%) = 7.31 t - m$$

Momento positivo:

La franja de columna toma el 81 del momento positivo:

$$20.71 (81\%) = 16.77 t - m$$

Las vigas toman el 85%:

$$16.77 (85\%) = 14.26 t - m$$

La losa toma el 15% Restante:

$$16.77 (15\%) = 2.52 t - m$$

La franja central de la losa toma el 19 % del Momento positivo:

$$20.71 (19\%) = 3.93 t - m$$



Momento negativo exterior:

La franja de columna toma el 91.55 % del momento negativo exterior:

$$9.47(91.55\%) = 8.67 t - m$$

Las vigas toman el 85%:

$$8.67 (85\%) = 7.37 t - m$$

La losa toma el 15% Restante:

$$8.67 (15\%) = 1.30 t - m$$

La franja central de la losa toma el 8.45 % del Momento negativo exterior:

$$9.47 (8.45\%) = 0.80 t - m$$

Momento positivo:

La franja de columna toma el 81% del momento positivo:

$$33.73 (81\%) = 27.32 t - m$$

Las vigas toman el 85%:

$$27.32 (85\%) = 23.22 t - m$$

La losa toma el 15% Restante:

$$27.32 (15\%) = 4.10 t - m$$

La franja central de la losa toma el 19% % del Momento positivo:

$$33.73 (19\%) = 6.41 t - m$$



Momento negativo interior:

La franja de columna toma el 81 del momento negativo interior:

$$41.42 (81\%) = 33.55 t - m$$

Las vigas toman el 85%:

$$33.55 (85\%) = 28.52 t - m$$

La losa toma el 15% Restante:

$$33.55 (15\%) = 5.03 t - m$$

La franja central de la losa toma el 19 % del Momento negativo interior:

$$41.42 (19\%) = 7.87 t - m$$

Los momentos factorizados en las franjas de columna y franjas centrales se resumen como sigue:

	Momento Factorizado (t-m)	Franja de Columna			Momento en las dos medias franjas	
		%	Momento (t-m)	Momento en la viga (t-m)		Momento en la losa (t-m)
Luz Extrema:						
Negativo exterior	0.16 Mo = 9.47	91.55	8.67	7.37	1.30	0.80
Positivo	0.57 Mo = 33.73	81.00	27.32	23.22	4.10	6.41
Negativo Interior	0.70 Mo = 41.42	81.00	33.55	28.52	5.03	7.87
Luz Interior :						
Negativo	0.65 Mo = 38.46	81.00	31.15	26.48	4.67	7.31
Positivo	0.35 Mo = 20.71	81.00	16.77	14.26	2.52	3.93



5.- Momento factorizado en las columnas:

Analizando para la dirección N-S, ejes 2 y 3

El ítem 13.6.9.2 del código ACI indica que en un apoyo interior, los elementos de apoyo arriba y abajo de la losa deben resistir el momento mayorado especificado por la siguiente ecuación en proporción directa a sus rigideces:

Para el caso más usual en el que las luces transversales y adyacentes son iguales, la ecuación anterior se reduce a:

$$M_u = 0.07 (0.5w_l l_2 l_n^2)$$

w_l : Carga viva factorizada

l_2 : Longitud de la luz transversal a l_n

l_n : Longitud de la luz libre en la dirección de análisis.

a) Columnas Interiores

$$M_u = 0.07 [0.5 (1.7 \times 0.50) \times 7.5 \times 5.50^2]$$

$$M_u = 6.75 \text{ t - m}$$

Con el mismo tamaño de la columna y la longitud sobre y debajo de la losa

$$M_c = \frac{6.75}{2} = 3.375 \text{ t - m}$$

Este momento se combina con la carga axial factorizada (por cada piso) para el diseño de las columnas interiores.

b) Columnas exteriores

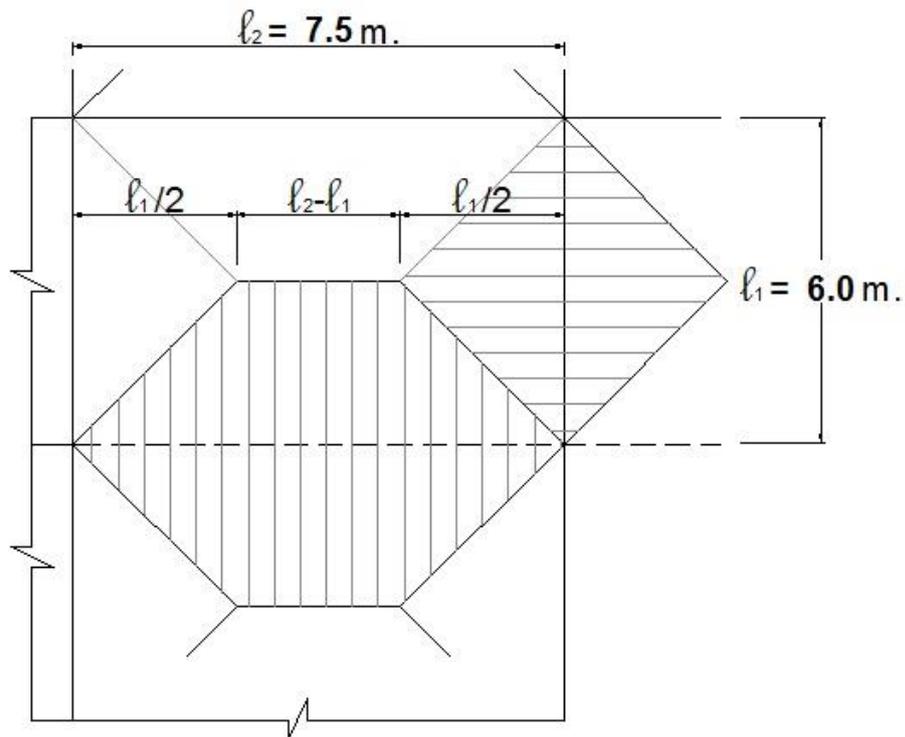
M negativo exterior: 7.21

$$M_c = \frac{7.21}{2} = 3.605 \text{ t - m}$$

6.- Resistencia al corte:

- a) Vigas : El ítem 13.6.8.1 indica que las vigas con $\alpha_1 \frac{l_2}{l_1} \geq 1.00$ deben ser diseñadas para resistir el cortante producido por las cargas mayoradas en áreas aferentes limitadas por líneas a 45° trazadas desde las esquinas del panel y por los ejes centrales de los paneles adyacentes paralelos a los lados largos

Las vigas interiores transportan fuerzas cortantes más altas que las vigas de borde:



Viga N-S

$$V_u = W_u l_1 \frac{l_1}{2} \left(\frac{1}{2} \right) = \frac{W_u l_1^2}{4}$$



DATOS:

$$W_u = 1.59 \text{ (Dirección N-S vigas interiores)}$$

$$b_w = 40 \text{ cm}$$

$$d = (h - 6) = 60 - 6 = 54 \text{ cm}$$

$$V_u = \frac{1.59 \times 6.00^2}{4} = 14.31 \text{ t}$$

$$V_c = 0.53 \sqrt{f'c} b_w d$$

$$\phi V_c = (0.85) 0.53 \sqrt{280} b_w d$$

$$\phi V_c = [(0.85) 0.53 \sqrt{280} \times 40 \times 54] / 1000$$

$$\phi V_c = 16.28 \text{ t} > V_u = 14.31 \text{ t}$$

Solo se requiere refuerzo mínimo de corte.

Viga E-W:

$$V_u = W_u \times 2 \left(\left(\frac{l_2 + (l_2 - l_1)}{2} \right) \times \frac{l_1}{2} \right) \times \frac{1}{2}$$

$$V_u = \frac{W_u l_1 (2l_2 - l_1)}{4}$$

$$V_u = \frac{1.61 \times 6.00 (2 \times 7.50 - 6.00)}{4} = 21.735$$

$$\phi V_c = 16.28 \text{ t} < V_u = 21.735 \text{ t} \rightarrow \text{No cumple}$$



La resistencia requerida al corte, será proporcionada por el refuerzo de corte:

$$\frac{V_u}{\phi} - V_c = V_s$$

$$V_s = \frac{(V_u - \phi V_c)}{\phi}$$

$$V_s = \frac{(21.735 - 16.28)}{0.85} = 6.42 t$$

b) Losas :

$$b_w = 100 \text{ cm}$$

$$d = 17 \text{ cm}$$

$$V_u = \frac{W_u l_1}{2} = \frac{1.61 \times 6}{2} = 4.83 t$$

$$V_c = 0.53 \sqrt{f'c} b_w d$$

$$\phi V_c = (0.85) 0.53 \sqrt{280} 100 \times 17$$

$$\phi V_c = 12.82 t$$

$$\phi V_c = 12.82 t > V_u = 4.83 t$$

La resistencia al cortante de la losa es adecuada sin el refuerzo por corte

DATOS PARA EL DISEÑO DE LOSA:

MÉTODO DEL DISEÑO DIRECTO

Altura de losa = 20 cm

$f'c$ = 280 kg/ cm²

f_y = 4200 kg/ cm²

d (en sentido de la luz larga), considerando acero de 3/8



DIRECCIÓN N-S (LUZ DE 6.00m) y DIRECCIÓN E-W (LUZ DE 7.50m)

- Para la franja de columna exterior:

$$b = 1.75 - 0.40 \text{ (de la viga)} = 1.35 \text{ m.}$$

$$d = 20 - 3 = 17 \text{ cm (debo descontarle el diámetro de la barra, siendo barras de } 3/8\text{'' =}$$

$$\text{Diámetro } \emptyset = \frac{3}{8} \times 2.54 = 0.95 \text{ cm.}$$

$$\text{Para la luz de 6m} = 17 \text{ cm.}$$

$$\text{Para la luz de 7.5 m} = 16.05 \text{ cm.}$$

Con los datos, procedemos a hallar la cantidad de acero necesaria en función a los momentos resultantes obtenidos. Para esto procedemos a hallar el valor de K_u mediante la siguiente relación:

Formula de $K_u =$

$$K_u = \frac{M_u}{b d^2}$$

Con este valor hallamos la cuantía, obtenemos ρ relacionada en la tabla de K_u en función a la resistencia a la compresión del concreto y la fluencia del refuerzo.

Luego la cantidad de acero necesaria será:

$$A_s = \rho b d$$

Una vez obtenido la cantidad de acero a colocar, se determina el espaciamiento:

$$s = \frac{A\emptyset}{A_s}$$



MÉTODO DEL DISEÑO DIRECTO

DIRECCIÓN N-S (LUZ DE 6.00 M)

Ubicación	Mu (t-m)	b (cm)	d(cm)	Ku	ρ	As (cm2)	# (Ø3/8")	s (cm)	
Franja de Columna Exterior									
Negativo exterior	0.52	135	17.00	1.33	0.0018	4.131	6	@	22
Positivo	1.48	135	17.00	3.79	0.0018	4.131	6	@	22
Negativo interior	1.82	135	17.00	4.66	0.0018	4.131	6	@	22
Positivo	0.91	135	17.00	2.33	0.0018	4.131	6	@	22
Franja Central Exterior									
Negativo exterior	0.63	450	17.00	0.48	0.0018	13.77	19	@	23
Positivo	4.76	450	17.00	3.66	0.0018	13.77	19	@	23
Negativo interior	5.85	450	17.00	4.50	0.0018	13.77	19	@	23
Positivo	2.93	450	17.00	2.25	0.0018	13.77	19	@	23
Franja de Columna Interior									
Negativo exterior	0.96	260	17.00	1.28	0.0018	7.956	11	@	23
Positivo	2.60	260	17.00	3.46	0.0018	7.956	11	@	23
Negativo interior	3.20	260	17.00	4.26	0.0018	7.956	11	@	23
Positivo	1.60	260	17.00	2.13	0.0018	7.956	11	@	23
Franja Central Interior									
Negativo exterior	0.83	450	17.00	0.64	0.0018	13.77	19	@	23
Positivo	8.35	450	17.00	6.42	0.0018	13.77	19	@	23
Negativo interior	10.26	450	17.00	7.89	0.0023	17.595	25	@	18
Positivo	5.13	450	17.00	3.94	0.0018	13.77	19	@	23

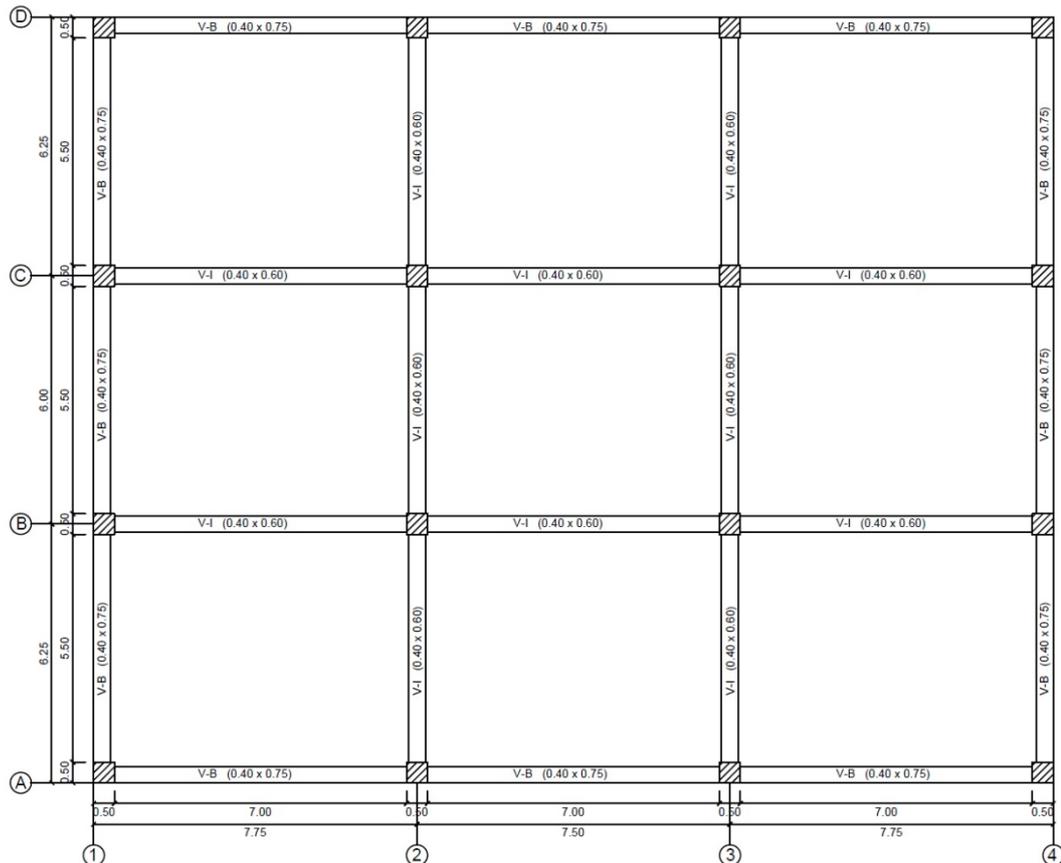
MÉTODO DEL DISEÑO DIRECTO

DIRECCIÓN E-W (LUZ DE 7.50 M)

Ubicación	Mu (t-m)	b (cm)	d(cm)	Ku	ρ	As (cm2)	# (Ø3/8")	s (cm)	
Franja de Columna Exterior									
Negativo exterior	0.74	135	16.05	2.13	0.0018	3.90015	5	@	27
Positivo	2.41	135	16.05	6.93	0.0019	4.116825	6	@	22
Negativo interior	2.96	135	16.05	8.51	0.0025	5.416875	8	@	16
Positivo	1.48	135	16.05	4.26	0.0018	3.90015	5	@	27
Franja Central Exterior									
Negativo exterior	0.62	300	16.05	0.80	0.0018	8.667	12	@	25
Positivo	3.77	300	16.05	4.88	0.0018	8.667	12	@	25
Negativo interior	4.63	300	16.05	5.99	0.0018	8.667	12	@	25
Positivo	2.32	300	16.05	3.00	0.0018	8.667	12	@	25
Franja de Columna Interior									
Negativo exterior	1.30	260	16.05	1.94	0.0018	7.5114	11	@	23
Positivo	4.10	260	16.05	6.12	0.0018	7.5114	11	@	23
Negativo interior	5.03	260	16.05	7.51	0.0022	9.1806	13	@	20
Positivo	2.52	260	16.05	3.76	0.0018	7.5114	11	@	23
Franja Central Interior									
Negativo exterior	0.80	300	16.05	1.04	0.0018	8.667	12	@	25
Positivo	6.41	300	16.05	8.29	0.0023	11.0745	16	@	18
Negativo interior	7.87	300	16.05	10.18	0.0029	13.9635	20	@	15
Positivo	3.93	300	16.05	5.09	0.0018	8.667	12	@	25

4.2. MÉTODO DEL PÓRICO EQUIVALENTE

Usando el método del pórtico equivalente, se determinará los momentos de diseño en las dos direcciones para el sistema de losa mostrado, para un piso intermedio de un edificio de concreto armado.



DATOS:

Altura de piso	: 3.00 m	Carga Viva	: 500 kg/m ²
Viga de Borde	: 40 cm x 75 cm	f'c	: 280 kg/cm ²
Viga Interior	: 40 cm x 60 cm	f'c	: 4200 kg/cm ²
Columna	: 50 cm x 50 cm		



CALCULOS:

1.- Diseño preliminar para el espesor de la losa h:

a) Control de la deflexión:

Los términos para α_f han sido determinados en el ejemplo anterior.

RIGIDEZ RELATIVA DE LA VIGA Y DE LA LOSA (α_f):

Según el ítem 13.6.1.6 del ACI, determinaremos el valor de α_f para todos los paños:

$$\alpha_f = \frac{E_{cb} I_b}{E_{cs} I_s}$$

Viga de borde NS:

$$\alpha_f = 7.69$$

Viga de borde EW:

$$\alpha_f = 9.47$$

Viga Interior NS:

$$\alpha_f = 2.31$$

Viga Interior EW:

$$\alpha_f = 2.89$$

Debido a que todos los valores son mayores que 2, el Código ACI indica que el espesor mínimo de la losa será:

$$h = \frac{l_n \left(0.8 + \frac{f_y}{14000} \right)}{36 + 9\beta}$$

$$\beta = \frac{\text{Luz libre en la dirección larga}}{\text{Luz libre en la dirección corta}}$$

$$\beta = \frac{7}{5.5} = 1.27$$

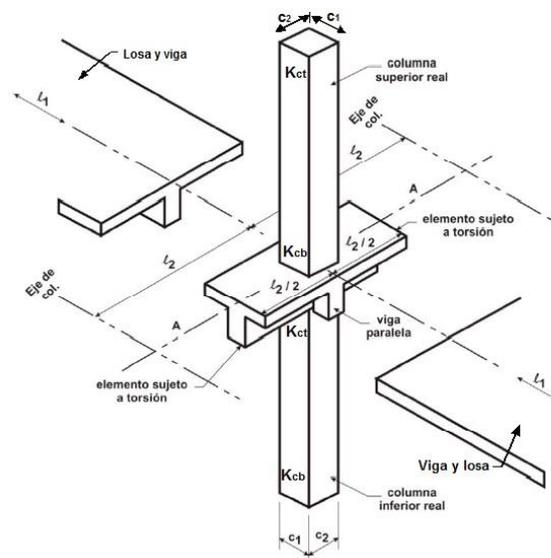
$$h = \frac{700 \left(0.8 + \frac{4200}{14000} \right)}{36 + 9 (1.27)} = 16.23$$

El espesor mínimo de la losa será mayor a 16.23 cm, la losa empleada es de 20 cm.

Pórtico Equivalente Exterior, dirección N-S, ejes 1 y 4:

2.- Elementos del Pórtico Equivalente:

Se determina las constantes de distribución de momentos y los coeficientes de los momentos de empotramiento para los elementos del pórtico equivalente. El procedimiento de distribución de momentos será usado para el análisis del pórtico parcial para cargas verticales. El factor de rigidez k , factor de transporte COF y factores de momento de empotramiento FEM para la losa- viga y los elementos de columna son hallados usando las tablas del capítulo III.



a) Unión losa – viga, rigidez a flexión en ambos extremos K_{sb} :

$$\frac{c_{n1}}{l_1} = \frac{0.50}{6} = 0.083 \rightarrow \text{Aproximamos al valor 0.1 de la tabla}$$

$$\frac{c_{n2}}{l_2} = \frac{0.50}{4} = 0.125$$

Realizamos interpolación con los valores hallados, para obtener:

$$K_{NF} = K_{FN} = 4.23$$

La ecuación indica:

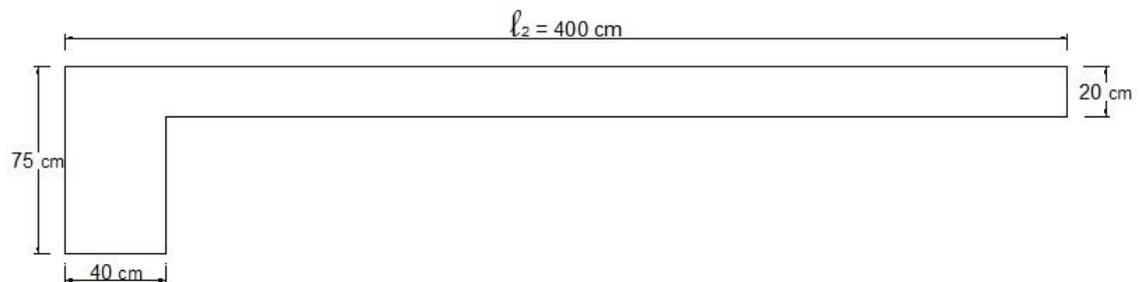
$$K_{NF} = K_{NF} \frac{E_{CS} I_{SB}}{l_1}$$

$$K_{sb} = 4.23 \frac{E_{CS} I_{sb}}{l_1}$$

Donde:

I_{sb} = Es el momento de inercia de la sección losa-viga, mostrada en la Figura líneas abajo:

Hallamos el momento de inercia del tramo del borde, en dirección N-S:



$$\bar{y} = \frac{(4.00 \times 0.20 \times 0.10) + (0.40 \times 0.55 \times 0.475)}{(4.00 \times 0.20) + (0.40 \times 0.55)}$$

$$\bar{y} = 0.1808$$



$$I_{sb} = \left[\left(\frac{4.00 \times 0.20^3}{12} \right) + (4.00 \times 0.20) \left(0.1808 - \frac{0.20}{2} \right)^2 \right] + \left[\left(\frac{0.40 \times 0.55^3}{12} \right) + (0.40 \times 0.55) \left(0.475 - 0.1808 \right)^2 \right]$$

$$I_{sb} = 0.032477 \text{ m}^4$$

$$I_{sb} = 3,247,720.59 \text{ cm}^4$$

$$E_{cs} = 15000 \sqrt{f'c} = 15000 \sqrt{280} = 250,998.008 \text{ kg/cm}^2$$

$$K_{sb} = \frac{4.23 \times 250998.008 \times 3247720.59}{600 \times 10^5} = 57,469.58$$

Factor de transporte COF = 0.513 (se halló interpolando en la tabla 3.2.3.1 con los valores hallados de $\frac{c_{n2}}{l_2}$)

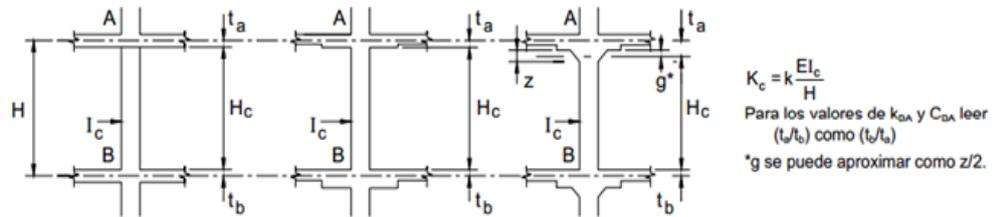
C_{N1}/l_1	C_{N2}/l_2	(1) k_{NF}	(2) C_{NF}	(3) m_{NF}	Coeficiente m_{NF} para (b-a) = 0,2				
					a = 0,0	a = 0,2	a = 0,4	a = 0,6	a = 0,8
$C_{F1} = C_{N1}; C_{F2} = C_{N2}$									
0,00	---	4,00	0,50	0,0833	0,0151	0,0287	0,0247	0,0127	0,00226
0,10	0,00	4,00	0,50	0,0833	0,0151	0,0287	0,0247	0,0127	0,00226
	0,10	4,18	0,51	0,0847	0,0154	0,0293	0,0251	0,0126	0,00214
	0,20	4,36	0,52	0,0860	0,0158	0,0300	0,0255	0,0126	0,00201
	0,30	4,53	0,54	0,0872	0,0161	0,0301	0,0259	0,0125	0,00188
	0,40	4,70	0,55	0,0882	0,0165	0,0314	0,0262	0,0124	0,00174

Con este valor hallado, se interpola para conseguir el valor de momento de empotramiento $FEM = 0.08509 W_u l_2 l_1^2$

b) Elementos de columna, rigidez a flexión K_c

Para columnas interiores:

Factores de rigidez y Coeficientes de continuidad para columnas*



De la tabla 3.2.3.7, tenemos los siguientes datos:

$$t_a = 60 - 10 = 50 \text{ cm}$$

$$t_b = \frac{20}{2} = 10 \text{ cm}$$

De dato tenemos que la altura de piso es 3.00 m

Por lo tanto:

$$H_c = 300 - 50 - 10 = 240 \text{ cm}$$

$$\frac{t_a}{t_b} = 5$$

$$\frac{H}{H_c} = 1.25$$

De esta manera:

El valor de $K_{AB} = 8.78$



t_a/t_b		H/H_c									
		1,05	1,10	1,15	1,20	1,25	1,30	1,35	1,40	1,45	1,50
4,0	K_{AB}	4,72	5,54	6,45	7,47	8,60	9,84	11,21	12,7	14,32	16,08
	C_{AB}	0,51	0,52	0,52	0,53	0,53	0,52	0,52	0,52	0,52	0,51
4,2	K_{AB}	4,73	5,55	6,47	7,50	8,64	9,90	11,27	12,78	14,42	16,20
	C_{AB}	0,51	0,52	0,52	0,52	0,52	0,52	0,52	0,51	0,51	0,51
4,4	K_{AB}	4,73	5,56	6,49	7,53	8,68	9,95	11,34	12,86	14,52	16,32
	C_{AB}	0,51	0,52	0,52	0,52	0,52	0,52	0,51	0,51	0,51	0,51
4,6	K_{AB}	4,74	5,57	6,51	7,55	8,71	9,99	11,40	12,93	14,61	16,43
	C_{AB}	0,51	0,52	0,52	0,52	0,52	0,52	0,51	0,51	0,50	0,50
4,8	K_{AB}	4,74	5,58	6,53	7,58	8,75	10,03	11,45	13,00	14,69	16,53
	C_{AB}	0,51	0,52	0,52	0,52	0,52	0,51	0,51	0,50	0,50	0,49
5,0	K_{AB}	4,75	5,59	6,54	7,60	8,78	10,07	11,50	13,07	14,77	16,62
	C_{AB}	0,51	0,51	0,52	0,52	0,51	0,51	0,51	0,50	0,49	0,49

El valor de $K_{BA} = 5.65$ (Dato: $\frac{t_b}{t_a} = 0.2$)

t_a/t_b		H/H_c									
		1,05	1,10	1,15	1,20	1,25	1,30	1,35	1,40	1,45	1,50
0,00	K_{AB}	4,20	4,40	4,60	4,80	5,00	5,20	5,40	5,60	5,80	6,00
	C_{AB}	0,57	0,65	0,73	0,80	0,87	0,95	1,03	1,10	1,17	1,25
0,2	K_{AB}	4,31	4,62	4,95	5,30	5,65	6,02	6,40	6,79	7,20	7,62
	C_{AB}	0,56	0,62	0,68	0,74	0,80	0,85	0,91	0,96	1,01	1,07

Con los valores hallados, reemplazamos en la fórmula: $K_c = \frac{EI_c}{H}$

K_{ct} : Rigidez a flexión en la superficie de la columna

K_{cb} : Rigidez a flexión en la base de la columna superior que conforma la conexión

$$I_c = \frac{C^4}{12} = \frac{50^4}{12} = 520,833.33 \text{ cm}^4$$

$$K_{ct} = 8.78 \frac{EI_c}{H}$$

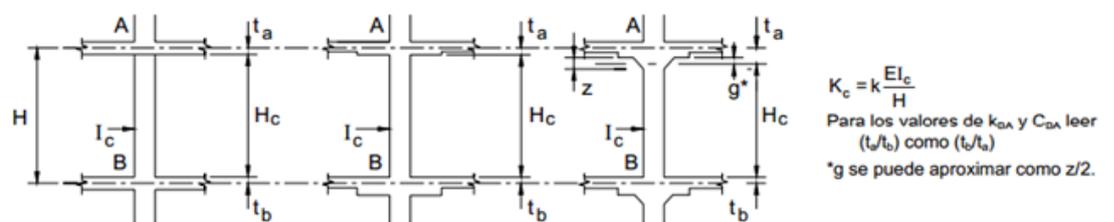
$$K_{ct} = 8.78 \frac{250998.008 \times 520833.33}{300 \times 10^5} = 38,259.77 \text{ t - m}$$

$$K_{ct} = 5.65 \frac{EI_c}{H}$$

$$K_{cb} = 5.65 \frac{250998.008 \times 520833.33}{300 \times 10^5} = 24,620.46 \text{ t - m}$$

Para columnas exteriores:

Factores de rigidez y Coeficientes de continuidad para columnas*



De la tabla 3.2.3.7, tenemos los siguientes datos:

$$t_a = 75 - 10 = 65 \text{ cm}$$

$$t_b = \frac{20}{2} = 10 \text{ cm}$$

De dato tenemos que la altura de piso es 3.00 m

Por lo tanto:

$$H_c = 300 - 65 - 10 = 225 \text{ cm}$$

$$\frac{t_a}{t_b} = 6.5$$

$$\frac{H}{H_c} = 1.33$$



De esta manera:

El valor de $K_{AB} = 11.20$

(Según interpolación de la tabla con los valores de 1.33 y 6.5)

El valor de $K_{BA} = 6.03$ (Dato: $\frac{t_b}{t_a} = 0.15$)

Con los valores hallados, reemplazamos en la fórmula: $K_c = \frac{EI_c}{H}$

K_{ct} : Rigidez a flexión en la superficie de la columna

K_{cb} : Rigidez a flexión en la base de la columna superior que conforma la conexión

$$K_{ct} = 11.20 \frac{250998.008 \times 520833.33}{300 \times 10^5} = 48,805.17 \text{ t - m}$$

$$K_{cb} = 6.03 \frac{250998.008 \times 520833.33}{300 \times 10^5} = 26,276.35 \text{ t - m}$$

c) Elementos torsionales, rigidez torsional K_t

$$K_t = \sum \frac{9E_{cs}C}{\left[l_2 \left(1 - \frac{c_2}{l_2}\right)^3\right]}$$

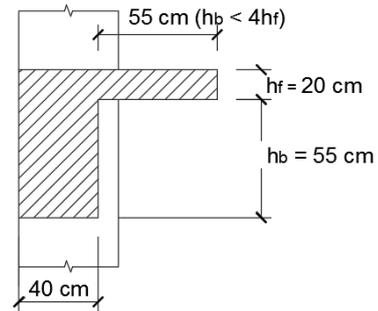
$$C = \sum \left(1 - 0.63 \frac{x}{y}\right) \left(\frac{x^3 y}{3}\right)$$

Datos:

$$c_2 = 50 \text{ cm} , \quad l_2 = 400 \text{ cm}$$

Columnas exteriores:

$$C = 1,175,466.67$$

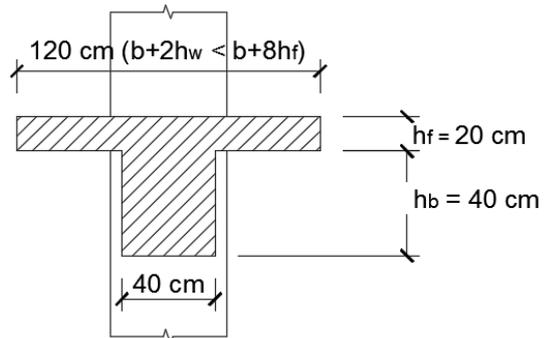


X1= 40	X2= 20	X3= 40	X4= 20
Y1= 55	Y2= 95	Y3= 75	Y4= 55
C1= 635733.33	C2= 219733.33	C3= 1062400.00	C4= 113066.67
$\sum C = 855466.67$		$\sum C = 1175466.67$	

$$K_t = \frac{9 \times 250998.008 \times 1175466.67}{\left[400 \times \left(1 - \frac{50}{400}\right)^3\right] \times 10^5} = 99,092.08 \text{ t - m}$$

Columnas interiores:

$$C = 888,533.33$$



X1= 40	X2= 20	X3= 40	X4= 20
Y1= 40	Y2= 120	Y3= 60	Y4= 40
C1= 315733.33	C2= 286400.00	C3= 742400.00	C4= 73066.67
$\sum C = 602133.33$		$\sum C = 888533.33$	

$$K_t = \frac{9 \times 250998.008 \times 888533.33}{\left[400 \times \left(1 - \frac{50}{400}\right)^3\right] \times 10^5} = 74,903.54 \text{ t - m}$$

d) Incremento de la rigidez torsional

$$K_{ta} = \frac{K_t I_{sb}}{I_s}$$

Donde:

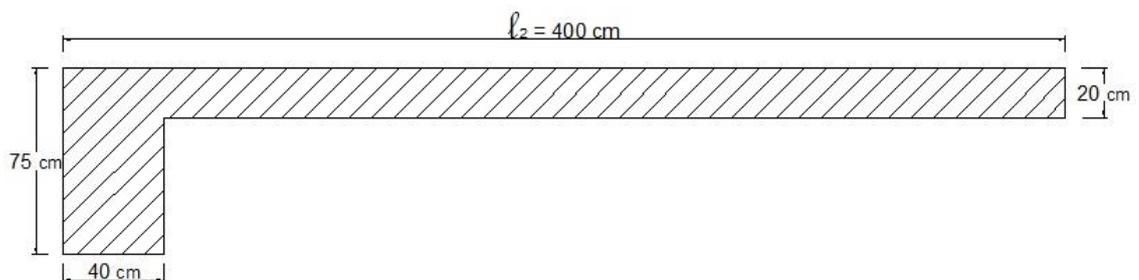
K_{ta} : incremento de la rigidez torsional debido a la viga paralela

I_s : Momento de inercia del ancho de la losa igual al ancho total entre las líneas centrales del panel, l_2 , excluyendo esa porción del alma de la viga que se extiende sobre y debajo de la losa

$$I_s = \frac{l_2 h^3}{12}$$

$$I_s = \frac{400 \times 20^3}{12} = 266,666.67$$

I_{sb} : Momento de inercia de la sección de la losa especificada por I_{sb} que incluye esa porción del alma de la viga que se extiende sobre y debajo de la losa



$$I_{sb} = 3247720.59 \text{ cm}^4$$

Columnas interiores:

$$K_{ta} = \frac{74903.54 \times 3247720.59}{266666.67}$$

$$K_{ta} = 912,246.63 \text{ t - m}$$

Columnas exteriores:

$$K_{ta} = \frac{99092.08 \times 3247720.59}{266666.67}$$

$$K_{ta} = 1,206,837.69 \text{ t - m}$$

e) Rigidez de la columna equivalente (K_{ec})

$$K_{ec} = \frac{\sum K_c \times \sum K_{ta}}{\sum K_c + \sum K_{ta}}$$

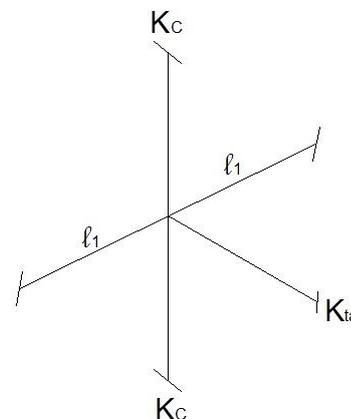
K_{ta} : Rigidez a flexión de cada elemento torsional, uno en cada lado de la columna, incrementado debido a la viga paralela.

$\sum K_c$ = para la columna superior e inferior de la unión losa-viga de un piso intermedio.

Para columnas interiores:

$$K_{ec} = \frac{(38,259.77 + 24,620.46) \times 912,246.63}{(38,259.77 + 24,620.46) + 912,246.63}$$

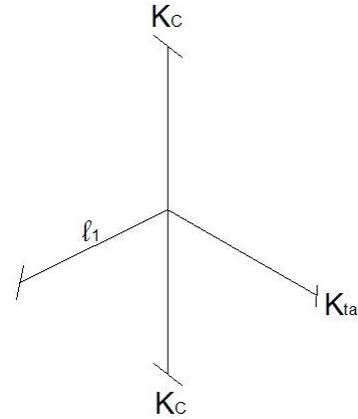
$$K_{ec} = 58,825.45$$



Para columnas exteriores:

$$K_{ec} = \frac{(48,805.17 + 26,276.35) \times 1,206,837.69}{(48,805.17 + 26,276.35) + 1,206,837.69}$$

$$K_{ec} = 70,684.024$$



f) Factor de distribución en la unión losa-viga DF:

Dato:

$$K_{sb} = 57469.58 \text{ t - m}$$

Para el Nudo exterior:

$$DF = \frac{K_{sb}}{K_{sb} + K_{ec}}$$

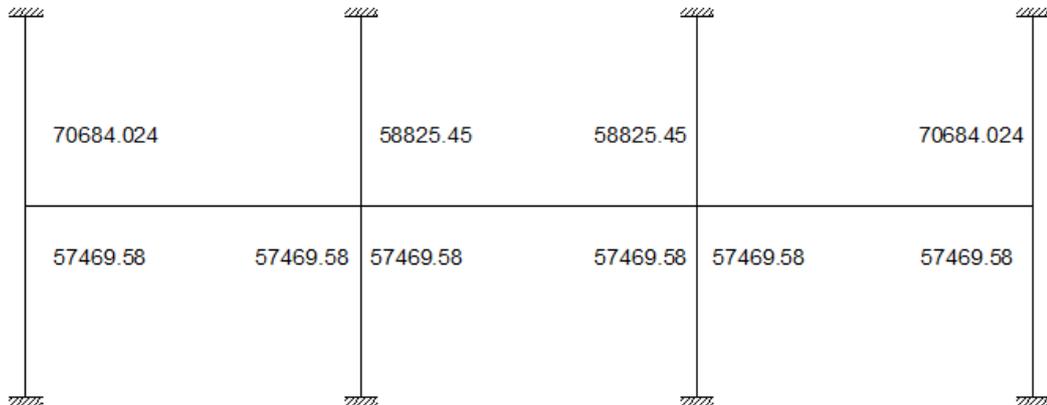
$$DF = \frac{57469.58}{57469.58 + 70684.024} = 0.45$$

Para el Nudo interior:

$$DF = \frac{K_{sb}}{K_{sb} + K_{sb} + K_{ec}}$$

$$DF = \frac{57469.58}{57469.58 + 57469.58 + 58825.45} = 0.33$$

COF (Factor de Transporte) para la losa - viga = 0.513



3.- Análisis del pórtico parcial del pórtico equivalente:

Se determina los máximos momentos positivos y negativos de la losa – viga usando el método de distribución de momentos:

El ítem 13.7.6.3 del ACI indica que cuando la carga viva sea variable y exceda de 3/4 de la carga muerta, los momentos factorizados en los elementos de la losa-viga se hallarán considerando cinco distribuciones de carga.

$$\frac{L}{D} = \frac{500}{480} = 1.04 > \frac{3}{4} = 0.75$$

a) Cargas Factorizadas y momentos de empotramiento:

Para la dirección N-S, en los bordes (Ejes 1 y 4), considerando la franja de diseño desde el borde del edificio:

- Carga Muerta factorizada:



Se considera el peso del alma de la viga de borde por metro, dividido por l_2

$$0.40 \times 0.55 \times \frac{2400}{\left(\frac{7.50}{2} + \frac{0.50}{2}\right)} = 132.00 \text{ kg/m}^2$$

$$W_D = 1.4 \times (480 + 132) = 856.8 \text{ kg/m}^2$$

- Carga viva factorizada:

$$W_L = 1.7 \times 500 = 850 \text{ kg/m}^2$$

- Carga ultima:

$$W_u = W_D + W_L = 856.8 + 850 = 1706.8 \text{ kg/m}^2 = 1.7 \text{ t/m}^2$$

- I. FEM (Factor de Momento de Empotramiento) debido a $W_D + W_L$

$$\text{FEM} = 0.08509 W_u l_2 l_1^2$$

$$\text{FEM} = 0.08509 (1.70 \times 4.00) \times 6^2 = 20.83 \text{ t-m}$$

- II. FEM (Factor de Momento de Empotramiento) debido a $W_D + \frac{3}{4} W_L$

$$\text{FEM} = 0.08509 (0.86 + 0.75 \times 0.85) \times 4 \times 6^2 = 18.31 \text{ t-m}$$

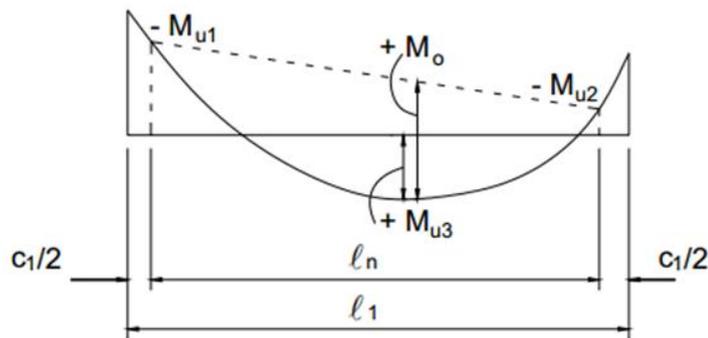
- III. FEM (Factor de Momento de Empotramiento) debido a W_D

$$\text{FEM} = 0.08509 (0.86 \times 4) \times 6^2 = 10.50 \text{ t-m}$$

Se tiene 05 condiciones de carga, sin embargo la de mayor carga es: 20.83 t-m (FEM debido a $W_D + W_L$).

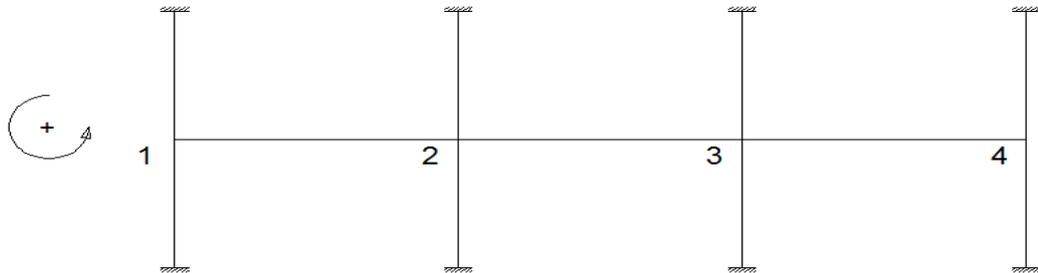
- b) En la tabla mostrada líneas abajo se muestra la distribución de momento para la condición de carga 20.83 t-m. Los momentos positivos en las luces se determinan mediante la siguiente ecuación.

$$M_u (\text{centro del tramo}) = M_o - (M_{u1} + M_{u2})/2$$



Cuando los momentos en los extremos no son iguales, el máximo momento en el tramo no ocurre en el centro, pero su valor es cerca del centro del tramo.

$$FEM = 0.08509 (1.70 \times 4.00) \times 6^2 = 20.83 \text{ t-m}$$



TRAMO N-S, EJES 1 Y 4, CON TODA LA CARGA VIVA FACTORIZADA TOTAL

NUDO	1	2		3		4
TRAMO	1-2	2-1	2-3	3-2	3-4	4-3
DF	0.45	0.33	0.33	0.33	0.33	0.45
COF	0.513	0.513	0.513	0.513	0.513	0.513
FEM	20.83	- 20.83	20.83	- 20.83	20.83	- 20.83
COM	0	- 4.81	0	0	4.81	- 0
	0.81	0	- 0.81	0.81	0.00	- 0.81
	0.14	- 0.19	- 0.14	0.14	0.19	- 0.14
	0.06	- 0.03	- 0.06	0.06	0.03	- 0.06
	0.01	- 0.01	- 0.01	0.01	0.01	- 0.01
$\Sigma =$	21.85	- 25.87	19.81	- 19.81	25.87	- 21.85
DM	- 9.83	2.00	2.00	- 2.00	- 2.00	9.83
M. Neg.	12.02	-23.87	21.81	- 21.81	23.87	- 12.02
M. Positivo	12.66		8.79		12.66	

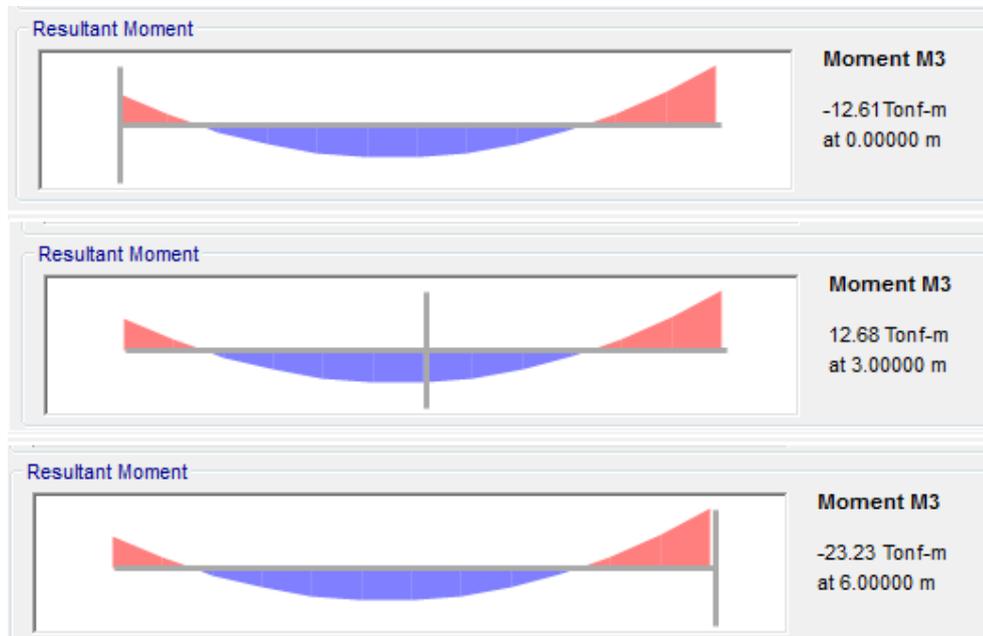
Notas:

- El momento de transporte, COM, es el producto negativo entre el factor de distribución, el factor de transporte y el momento no balanceado de la unión que se transmite al extremo opuesto del tramo.
- El momento distribuido, DM, es el producto negativo entre el factor de distribución y el momento no balanceado de la unión (o el nudo).

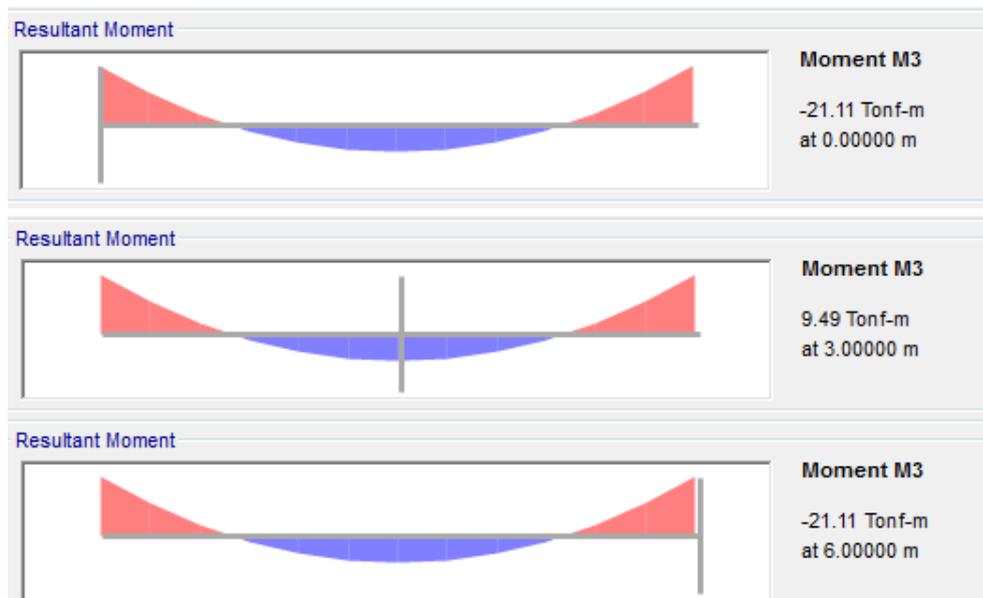
Verificando los momentos con la ayuda del programa SAP2000



Tramo exterior:



Tramo interior:



Sin embargo los momentos de diseño se tomarán como indica el ítem 4. :

4.- Momentos de diseño:

El código ACI indica que para el momento negativo factorizado (tanto en la franja de columna como en las franjas centrales) se debe tomar en el borde de los apoyos rectilíneos, pero a no más de $0.175 l_1$ del centro de la columna.

$$\frac{0.50}{2} = 0.25 < 0.175 \times 6 = 1.05 \text{ (se localiza en la cara de los apoyos)}$$

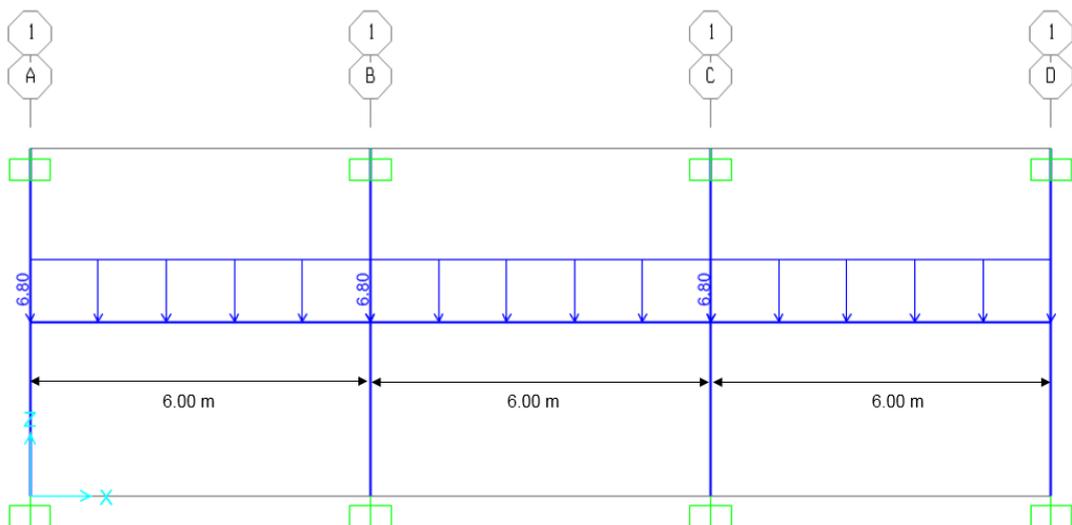
Los momentos factorizados positivos y negativos para el sistema de losas en la dirección N-S ejes 1 y 4 son mostrados en las figuras a continuación:

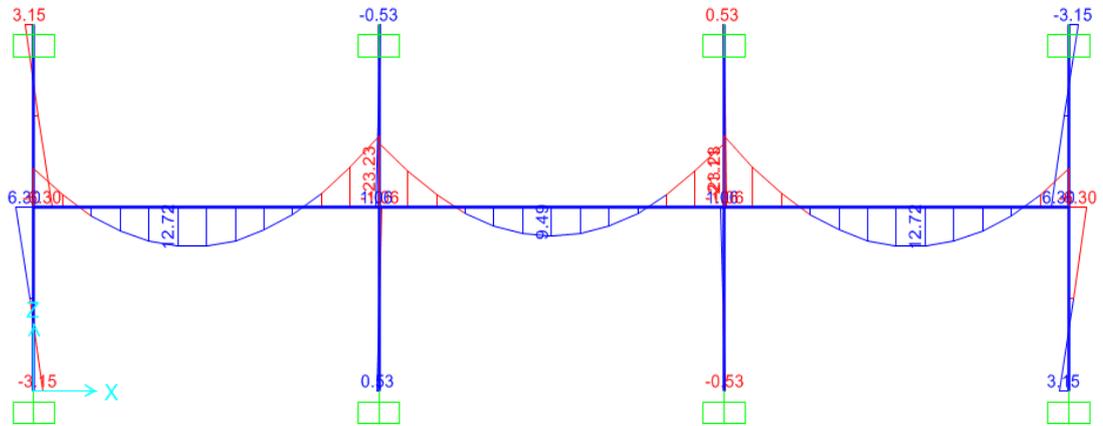
MOMENTOS DE DISEÑO POSITIVOS Y NEGATIVOS PARA LOSA-VIGA

- 1) Con toda la carga

$$W_u = 1.7 \times 4.00 = 6.8$$

Modelos en SAP 2000



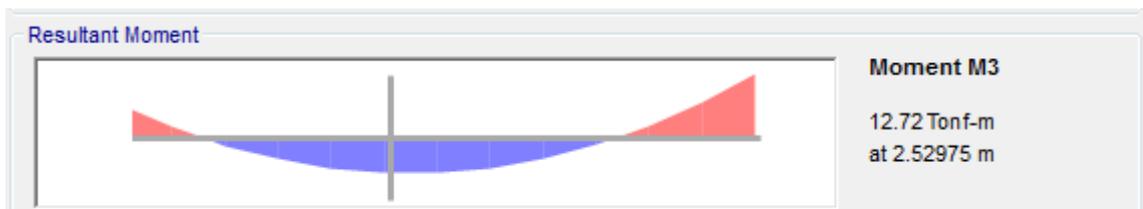


Tramo exterior:

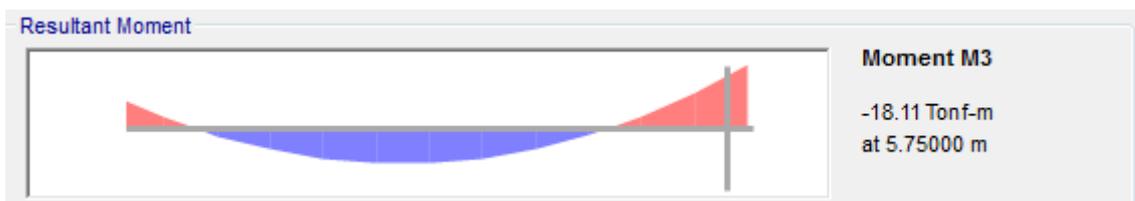
Momento negativo exterior:



Momento Positivo:



Momento Negativo Interior:





Tramo interior:

Momento Negativo:



Momento Positivo:



Momento Negativo:



Resumen de momentos:

	Momento Factorizado
Luz Extrema:	
Negativo exterior	Mo = 8.37
Positivo	Mo = 12.72
Negativo Interior	Mo = 18.11
Luz Interior :	
Negativo	Mo = 16.44
Positivo	Mo = 9.49



5.- Verificación rigidez relativa:

El código ACI, en el ítem 13.6.1.6 indica que para un panel con vigas entre los apoyos en todos los lados, debe satisfacerse la ecuación para las dos direcciones perpendiculares:

$$0.2 \leq \frac{\alpha_{f1} l_2^2}{\alpha_{f2} l_1^2} \leq 5.0$$

- Panel interior:

$$\frac{\alpha_{f1} l_2^2}{\alpha_{f2} l_1^2} = \frac{7.69 \times 4.0^2}{2.89 \times 6.0^2} = 1.18$$

$$0.2 \leq 1.18 \leq 5.0, \text{ si cumple.}$$

- Panel exterior:

$$\frac{\alpha_{f1} l_2^2}{\alpha_{f2} l_1^2} = \frac{7.69 \times 4.0^2}{9.47 \times 6.0^2} = 0.36$$

$$0.2 \leq 0.36 \leq 5.0, \text{ si cumple.}$$

6.- Distribución de los momentos de diseño a través de la franja losa-viga

Se ha cumplido con las limitaciones indicadas, entonces se procede a distribuir los momentos factorizados positivos y negativos a la franja de columna, viga y a las dos medias franjas centrales de la losa-viga.

El ítem 13.6.4.1 indica que las franjas de columna deben ser diseñadas para resistir las siguientes fracciones, en porcentaje, del momento negativo mayorado interior:

l_2/l_1	0.5	1.0	2.0
$(\alpha_{f1} l_2/l_1) = 0$	75	75	75
$(\alpha_{f1} l_2/l_1) \geq 1.0$	90	75	45

Hallamos la relación $\frac{l_2}{l_1}$

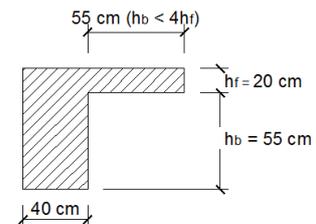
$$\frac{l_2}{l_1} = \frac{7.50}{6.00} = 1.25$$

Hallamos la relación $\frac{\alpha_{f1} l_2}{l_1}$

$$\frac{\alpha_{f1} l_2}{l_1} = 7.69 \times \frac{7.50}{6.00} = 9.61$$

- La constante torsional para la viga de borde se encuentra a partir de la siguiente ecuación para una forma rectangular de 40 cm x 75 cm con un ala sobresaliente de 20cm x 55cm.

$$C = \sum \left(1 - 0.63 \frac{x}{y} \right) \left(\frac{x^3 y}{3} \right)$$



x: dimensión menor

y: dimensión mayor

X1= 40	X2= 20	X3= 40	X4= 20
Y1= 55	Y2= 95	Y3= 75	Y4= 55
C1= 635733.33	C2= 219733.33	C3= 1062400.00	C4= 113066.67
$\sum C = 855466.67$		$\sum C = 1175466.67$	

La restricción relativa proporcionada por la resistencia torsional de la viga de borde transversal efectiva se refleja mediante el parámetro β_t .

$$\beta_t = \frac{E_{cb} C}{2E_{cs} I_s}$$

$$I = \frac{l_2 h^3}{12}$$



$$I = \frac{750 \times 20^3}{12} = 500000 \text{ cm}^4$$

$$\beta_t = \frac{1175466.67}{2 \times 500000} = 1.175$$

** Según interpolación se ha obtenido 84.72%

Momento negativo:

Con la interpolación lineal obtenemos el valor de 67.5%, valor que es tomando por la franja de columna del momento negativo, esto sería:

$$16.44 (67.5\%) = 11.10 \text{ t} - m$$

Las vigas toman el 85%:

$$11.10 (85\%) = 9.43 \text{ t} - m$$

La losa toma el 15% Restante:

$$11.10 (15\%) = 1.66 \text{ t} - m$$

La franja central de la losa toma el 32.5 % del Momento negativo:

$$16.44 (32.5\%) = 5.34 \text{ t} - m$$

Momento positivo:

La franja de columna toma el 67.5 del momento positivo:

$$9.49 (67.5\%) = 6.41 \text{ t} - m$$

Las vigas toman el 85%:

$$6.41 (85\%) = 5.44 \text{ t} - m$$

La losa toma el 15% Restante:

$$6.41 (15\%) = 0.96 \text{ t} - m$$



La franja central de la losa toma el 32.5 % del Momento positivo:

$$9.00 (32.5\%) = 3.08 t - m$$

Momento negativo exterior:

La franja de columna toma el 84.72% del momento negativo exterior:

$$8.37 (84.72\%) = 7.09 t - m$$

Las vigas toman el 85%:

$$7.09 (85\%) = 6.03 t - m$$

La losa toma el 15% Restante:

$$7.09 (15\%) = 1.06 t - m$$

La franja central de la losa toma el 15.28 % del Momento negativo exterior:

$$8.37 (15.28\%) = 1.28 t - m$$

Momento positivo:

La franja de columna toma el 67.5 del momento positivo:

$$12.72 (67.5\%) = 8.59 t - m$$

Las vigas toman el 85%:

$$8.59 (85\%) = 7.30 t - m$$

La losa toma el 15% Restante:

$$8.59 (15\%) = 1.29 - m$$

La franja central de la losa toma el 32.5 % del Momento positivo:

$$12.72 (32.5\%) = 4.13 t - m$$



Momento negativo interior:

La franja de columna toma el 67.5 del momento negativo interior:

$$18.11 (67.5\%) = 12.22 t - m$$

Las vigas toman el 85%:

$$12.22(85\%) = 10.39 t - m$$

La losa toma el 15% Restante:

$$12.22 (15\%) = 1.83 t - m$$

La franja central de la losa toma el 32.5 % del Momento negativo interior:

$$18.11 (32.5\%) = 5.89 t - m$$

Los momentos factorizados en las franjas de columna y franjas centrales se resumen como sigue:

	Momento Factorizado (t-m)	Franja de Columna				Momento en las dos medias franjas centrales (t-m)
		%	Momento (t-m)	Momento en la viga (t-m)	Momento en la losa (t-m)	
Luz Extrema:						
Negativo exterior	Mo = 8.37	84.72	7.09	6.03	1.06	1.28
Positivo	Mo = 12.72	67.50	8.59	7.30	1.29	4.13
Negativo Interior	Mo = 18.11	67.50	12.22	10.39	1.83	5.89
Luz Interior :						
Negativo	Mo = 16.44	67.50	11.10	9.43	1.66	5.34
Positivo	Mo = 9.49	67.50	6.41	5.44	0.96	3.08

Pórtico Equivalente Interior, dirección N-S, ejes 2 y 3:

Elementos del pórtico equivalente:

a) Unión losa – viga, rigidez a flexión en ambos extremos

$$\frac{c_{n1}}{l_1} = \frac{0.50}{6} = 0.083 \rightarrow \text{Aproximamos al valor 0.1 de la tabla}$$

$$\frac{c_{n2}}{l_2} = \frac{0.50}{7.5} = 0.067 \rightarrow \text{Aproximamos al valor 0.07 de la tabla}$$

Realizamos interpolación con los valores hallados, para obtener:

$$K_{NF} = K_{FN} = 4.126$$

La ecuación indica:

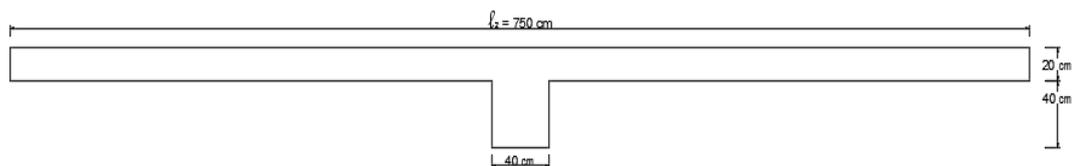
$$K_{NF} = K_{NF} \frac{E_{CS} I_{SB}}{l_1}$$

$$K_{NF} = 4.126 \frac{E_{CS} I_{sb}}{l_1}$$

Donde:

I_{sb} = Es el momento de inercia de la sección losa-viga, mostrada en la figura xy

Hallamos el momento de inercia del tramo del borde, en dirección N-S:



$$\bar{y} = \frac{(7.50 \times 0.20 \times 0.10) + (0.40 \times 0.40 \times 0.475)}{(7.50 \times 0.20) + (0.40 \times 0.40)}$$



$$\bar{y} = 0.129$$

$$I_{sb} = \left[\left(\frac{7.50 \times 0.20^3}{12} \right) + (7.50 \times 0.20) \left(0.129 - \frac{0.20}{2} \right)^2 \right] + \left[\left(\frac{0.40 \times 0.40^3}{12} \right) + (0.40 \times 0.40) \left(0.475 - 0.129 \right)^2 \right]$$

$$I_{sb} = 0.020145 \text{ m}^4$$

$$I_{sb} = 2014538.15 \text{ cm}^4$$

$$E_{cs} = 15000 \sqrt{f'c} = 15000 \sqrt{280} = 250998.008 \text{ kg/cm}^2$$

$$K_{sb} = \frac{4.126 \times 250998.008 \times 2014538.15}{600 \times 10^5} = 34771.53 \text{ t} - \text{m}$$

Factor de transporte COF = 0.507 (se halló interpolando en la tabla xy con los valores hallados de $\frac{c_{n2}}{l_2}$)

C_{N1}/l_1	C_{N2}/l_2	(1) k_{NF}	(2) C_{NF}	(3) m_{NF}	Coeficiente m_{NF} para (b-a) = 0,2				
					a = 0,0	a = 0,2	a = 0,4	a = 0,6	a = 0,8
$C_{F1} = C_{N1}; C_{F2} = C_{N2}$									
0,00	---	4,00	0,50	0,0833	0,0151	0,0287	0,0247	0,0127	0,00226
0,10	0,00	4,00	0,50	0,0833	0,0151	0,0287	0,0247	0,0127	0,00226
	0,10	4,18	0,51	0,0847	0,0154	0,0293	0,0251	0,0126	0,00214
	0,20	4,36	0,52	0,0860	0,0158	0,0300	0,0255	0,0126	0,00201
	0,30	4,53	0,54	0,0872	0,0161	0,0301	0,0259	0,0125	0,00188
	0,40	4,70	0,55	0,0882	0,0165	0,0314	0,0262	0,0124	0,00174

Con este valor hallado, se interpola para conseguir el valor de momento de empotramiento $FEM = 0.08431 W_u l_2 l_1^2$



b) Elementos de columna, rigidez a flexión K_c

Del análisis anterior:

Para columnas interiores:

$$K_{ct} = 38259.77 t - m$$

$$K_{cb} = 24620.46 t - m$$

Para columnas exteriores:

$$K_{ct} = 48805.17 t - m$$

$$K_{cb} = 26276.35 t - m$$

c) Elementos torsionales, rigidez torsional K_t

$$K_t = \sum \frac{9E_{cs}C}{\left[l_2 \left(1 - \frac{c_2}{l_2}\right)^3\right]}$$

$$C = \sum \left(1 - 0.63 \frac{x}{y}\right) \left(\frac{x^3 y}{3}\right)$$

Datos:

$$c_2 = 50 \text{ cm} , \quad l_2 = 750 \text{ cm}$$

Columnas interiores:

$$C = 888533.33$$

$$K_t = \frac{9 \times 250998.008 \times 888533.33}{\left[750 \times \left(1 - \frac{50}{750}\right)^3\right] \times 10^5} = 32916.60 t - m$$



Columnas exteriores:

$$C = 1175466.67$$

$$K_t = \frac{9 \times 250998.008 \times 1175466.67}{\left[750 \times \left(1 - \frac{50}{750}\right)^3\right] \times 10^5} = 43546.33 \text{ t - m}$$

d) Incremento de la rigidez torsional

$$K_{ta} = \frac{K_t I_{sb}}{I_s}$$

Donde:

K_{ta} : Incremento de la rigidez torsional debido a la viga paralela

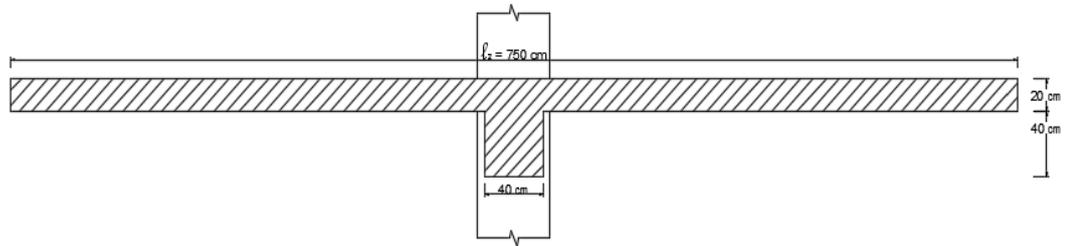
I_s : Momento de inercia del ancho de la losa igual al ancho total entre las líneas centrales del panel, l_2 , excluyendo esa porción del alma de la viga que se extiende sobre y debajo de la losa

$$I_s = \frac{l_2 h^3}{12}$$

$$I_s = \frac{750 \times 20^3}{12} = 500000 \text{ cm}^4$$

I_{sb} : Momento de inercia de la sección de la losa especificada por I_{sb} que incluye esa porción del alma de la viga que se extiende sobre y debajo de la losa

$$I_{sb} = 2014538.15 \text{ cm}^4$$



Columnas interiores:

$$K_{ta} = \frac{32916.60 \times 2014538.15}{500000}$$

$$K_{ta} = 132623.48 \text{ t} - \text{m}$$

Columnas exteriores:

$$K_{ta} = \frac{43546.33 \times 2014538.15}{500000}$$

$$K_{ta} = 175451.47 \text{ t} - \text{m}$$

e) Rigidez de la columna equivalente (K_{ec})

$$K_{ec} = \frac{\sum K_c \times \sum K_{ta}}{\sum K_c + \sum K_{ta}}$$

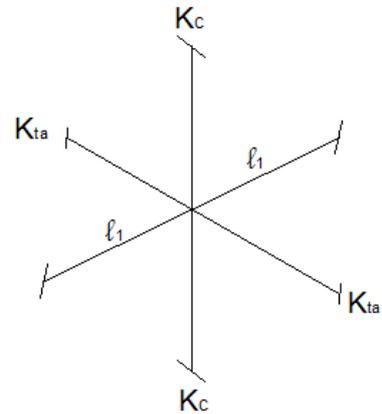
K_{ta} : Rigidez a flexión de cada elemento torsional, uno en cada lado de la columna, incrementado debido a la viga paralela.

$\sum K_c$ = para la columna superior e inferior de la unión losa-viga de un piso intermedio.

Para columnas interiores:

$$K_{ec} = \frac{(24620.46 + 38259.77) \times (2 \times 132623.48)}{(24620.46 + 38259.77) + (2 \times 132623.48)}$$

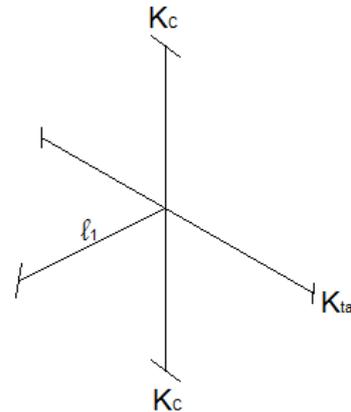
$$K_{ec} = 50830.26$$



Para columnas exteriores:

$$K_{ec} = \frac{(26276.35 + 48805.17) \times (2 \times 175451.47)}{(26276.35 + 48805.17) + (2 \times 175451.47)}$$

$$K_{ec} = 61848.09$$



f) Factor de distribución en la unión losa-viga DF:

Dato:

$$K_{sb} = 34771.53 \text{ t} - m$$

Para el Nudo exterior:

$$DF = \frac{K_{sb}}{K_{sb} + K_{ec}}$$

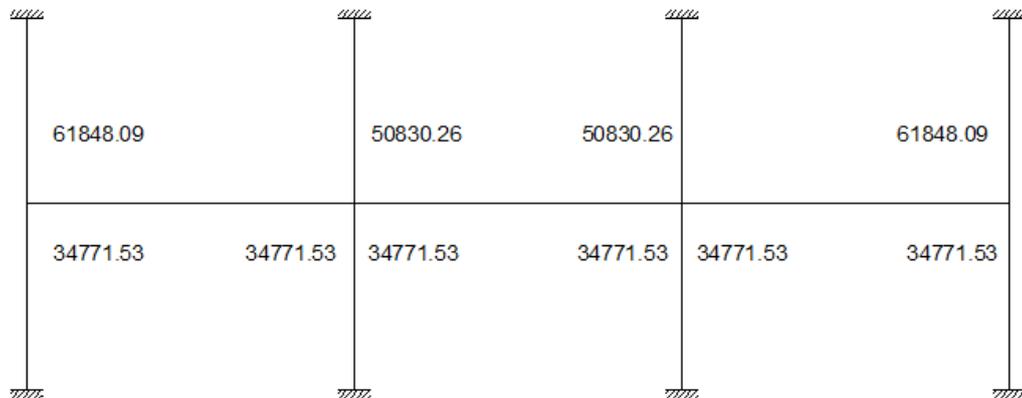
$$DF = \frac{34771.53}{34771.53 + 61848.09} = 0.36$$

Para el Nudo interior:

$$DF = \frac{K_{sb}}{K_{sb} + K_{sb} + K_{ec}}$$

$$DF = \frac{34771.53}{34771.53 + 34771.53 + 50830.26} = 0.29$$

COF (Factor de Transporte) para la losa - viga = 0.507



3.- Análisis del pórtico parcial del pórtico equivalente:

Se determina los máximos momentos positivos y negativos de la losa – viga usando el método de distribución de momentos:

El ítem 13.7.6.3 del ACI indica que cuando la carga viva sea variable y exceda de 3/4 de la carga muerta, los momentos factorizados en los elementos de la losa-viga se hallarán considerando cinco distribuciones de carga.

$$\frac{L}{D} = \frac{500}{480} = 1.04 > \frac{3}{4} = 0.75$$



a) Cargas Factorizadas y momentos de empotramiento:

- Carga Muerta factorizada:

Se considera el peso del alma de la viga de borde por metro, dividido por l_2

$$0.40 \times 0.40 \times \frac{2400}{(7.50)} = 51.20 \text{ kg/m}^2$$

$$W_D = 1.4 \times (480 + 51.20) = 743.68 \text{ kg/m}^2$$

- Carga viva factorizada:

$$W_L = 1.7 \times 500 = 850 \text{ kg/m}^2$$

- Carga ultima:

$$W_u = W_D + W_L = 743.68 + 850 = 1593.68 \text{ kg/m}^2 = 1.59 \text{ t/m}^2$$

- I. FEM (Factor de Momento de Empotramiento) debido a $W_D + W_L$

$$\text{FEM} = 0.08431 W_u l_2 l_1^2$$

$$\text{FEM} = 0.08431 (1.59 \times 7.50) \times 6^2 = 36.19 \text{ t-m}$$

- II. FEM (Factor de Momento de Empotramiento) debido a $W_D +$

$$\frac{3}{4} W_L$$

$$FEM = 0.08431 (0.74 + 0.75 \times 0.85) \times 7.50 \times 6^2 = 31.36 \text{ t-m}$$

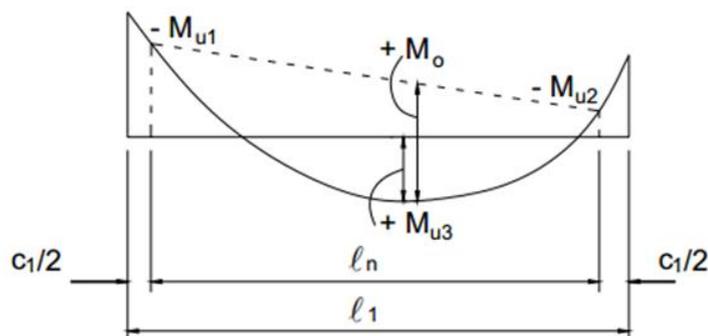
III. FEM (Factor de Momento de Empotramiento) debido a W_D

$$FEM = 0.08431 (0.74 \times 7.50) \times 6^2 = 16.85 \text{ t-m}$$

Se tiene 05 condiciones de carga, sin embargo la de mayor carga es: 36.19 t-m (FEM debido a $W_D + W_L$)

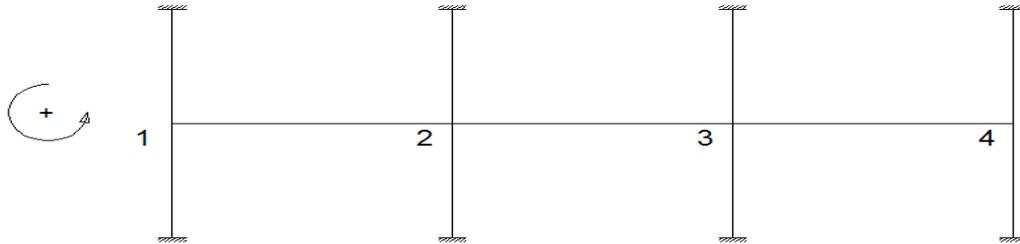
b) En la tabla mostrada líneas abajo se muestra la distribución de momento para la condición de carga 36.19 t-m. Los momentos positivos en las luces se determinan mediante la siguiente ecuación.

$$M_u (\text{centro del tramo}) = M_o - (M_{u1} + M_{u2})/2$$



Cuando los momentos en los extremos no son iguales, el máximo momento en el tramo no ocurre en el centro, pero su valor es cerca del centro del tramo.

$$FEM = 0.08431 (1.59 \times 7.50) x 6^2 = 36.19 \text{ t-m}$$



TRAMO N-S, EJES 2 Y 3, CON TODA LA CARGA VIVA FACTORIZADA TOTAL

NUDO	1	2		3		4
TRAMO	1-2	2-1	2-3	3-2	3-4	4-3
DF	0.36	0.29	0.29	0.29	0.29	0.36
COF	0.507	0.507	0.507	0.507	0.507	0.507
FEM	36.19	- 36.19	36.19	- 36.19	36.19	- 36.19
COM	0	- 6.61	0	0	6.61	- 0
	0.97	0	- 0.97	0.97	0.00	- 0.97
	0.14	- 0.18	- 0.14	0.14	0.18	- 0.14
	0.05	- 0.03	- 0.05	0.05	0.03	- 0.05
	0.01	- 0.01	- 0.01	0.01	0.01	- 0.01
$\Sigma =$	37.36	- 43.01	35.02	- 35.02	43.01	- 37.36
DM	- 13.45	2.32	2.32	- 2.32	- 2.32	13.45
M. Neg.	23.91	-40.69	37.34	- 37.34	40.69	- 23.91
M. Positivo	21.36		16.33		21.36	

Notas:

- El momento de transporte, COM, es el producto negativo entre el factor de distribución, el factor de transporte y el momento no balanceado de la unión que se transmite al extremo opuesto del tramo.
- El momento distribuido, DM, es el producto negativo entre el factor de distribución y el momento no balanceado de la unión (o el nudo).

Los momentos de diseño se tomarán como indica el ítem 4. :

4.- Momentos de diseño:

El código ACI indica que para el momento negativo factorizado (tanto en la franja de columna como en las franjas centrales) se debe tomar en el borde de los apoyos rectilíneos, pero a no más de $0.175 l_1$ del centro de la columna.

$$\frac{0.50}{2} = 0.25 < 0.175 \times 6 = 1.05 \text{ (se localiza en la cara de los apoyos)}$$

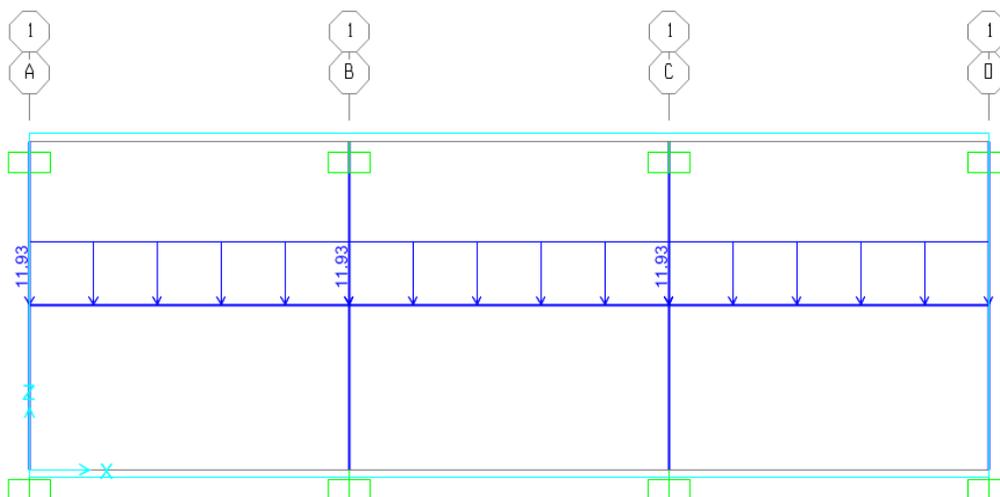
Los momentos factorizados positivos y negativos para el sistema de losas en la dirección N-S ejes 2 y 3 son mostrados en las figuras a continuación:

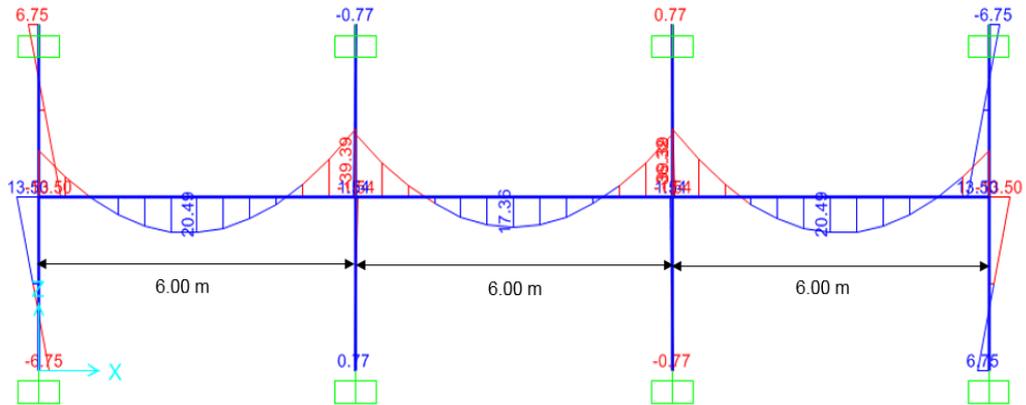
MOMENTOS DE DISEÑO POSITIVOS Y NEGATIVOS PARA LOSA-VIGA

- 1) Con toda la carga

$$W_u = 1.59 \times 7.50 = 11.93$$

Modelos en SAP 2000



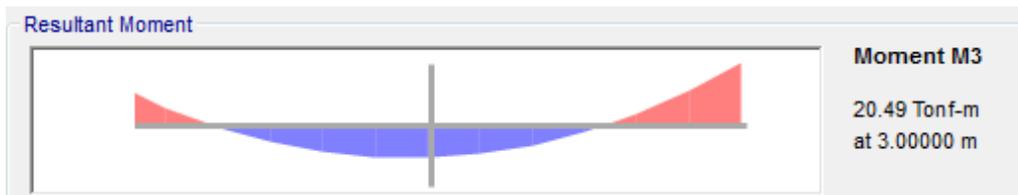


Tramo exterior:

Momento Negativo exterior:



Momento Positivo:



Momento negativo interior:



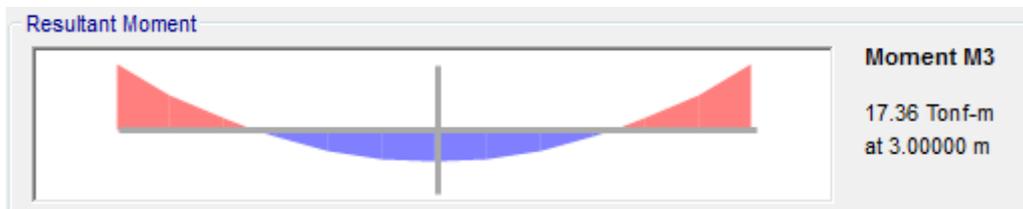


Tramo Interior:

Momento negativo:



Momento Positivo:



Momento negativo:



Resumen de momentos:

	Momento Factorizado
Luz Extrema:	
Negativo exterior	Mo = 14.86
Positivo	Mo = 20.49
Negativo Interior	Mo = 30.67
Luz Interior :	
Negativo	Mo = 28.12
Positivo	Mo = 17.36



5.- Verificación rigidez relativa:

El código ACI, en el ítem 13.6.1.6 indica que para un panel con vigas entre los apoyos en todos los lados, debe satisfacerse la ecuación para las dos direcciones perpendiculares:

$$0.2 \leq \frac{\alpha_{f1} l_2^2}{\alpha_{f2} l_1^2} \leq 5.0$$

- Panel interior:

$$\alpha_{f1} = 2.31$$

$$\alpha_{f2} = 2.89$$

$$l_2 = 7.50$$

$$l_1 = 6.00$$

$$\frac{\alpha_{f1} l_2^2}{\alpha_{f2} l_1^2} = \frac{2.31 \times 7.50^2}{2.89 \times 6.0^2} = 1.25$$

$0.2 \leq 1.25 \leq 5.0$, si cumple.

- Panel exterior:

$$\alpha_{f1} = 2.31$$

$$\alpha_{f2} = 9.47$$

$$l_2 = 7.50$$

$$l_1 = 6.00$$

$$\frac{\alpha_{f1} l_2^2}{\alpha_{f2} l_1^2} = \frac{2.31 \times 7.5^2}{9.47 \times 6.0^2} = 0.38$$

$0.2 \leq 0.38 \leq 5.0$, si cumple.



6.- Distribución de los momentos de diseño a través de la franja losa-viga

Se ha cumplido con las limitaciones indicadas, entonces se procede a distribuir los momentos factorizados positivos y negativos a la franja de columna, viga y a las dos medias franjas centrales de la losa-viga.

El ítem 13.6.4.1 indica que las franjas de columna deben ser diseñadas para resistir las siguientes fracciones, en porcentaje, del momento negativo mayorado interior:

l_2/l_1	0.5	1.0	2.0
$(\alpha_{f1}l_2/l_1) = 0$	75	75	75
$(\alpha_{f1}l_2/l_1) \geq 1.0$	90	75	45

Tenemos los siguientes datos:

$$\frac{l_2}{l_1} = \frac{7.5}{6} = 1.25$$

$$\frac{\alpha_{f1} l_2}{l_1} = \frac{2.31 \times 7.5}{6.00} = 2.89$$

$$I = \frac{750 \times 20^3}{12} = 500000 \text{ cm}^4$$

$$C = 888533.33 \quad \beta_t = \frac{E_{cb}C}{2E_{cs}I_s} = 0.89 \quad \beta_t = \frac{888533.33}{2 \times 500000} = 0.89$$

Por interpolación = 88.45% solo para momento negativo exterior

Momento negativo:

Con la interpolación lineal obtenemos el valor de 67.5%, valor que es tomando por la franja de columna del momento negativo, esto sería:

$$28.12 (67.5\%) = 18.98 \text{ t} - m$$



Las vigas toman el 85%:

$$18.98 (85\%) = 16.13 t - m$$

La losa toma el 15% Restante:

$$18.98 (15\%) = 2.85 t - m$$

La franja central de la losa toma el 32.5 % del Momento negativo:

$$28.12 (32.5\%) = 9.14 t - m$$

Momento positivo:

La franja de columna toma el 67.5 del momento positivo:

$$17.36 (67.5\%) = 11.72 t - m$$

Las vigas toman el 85%:

$$11.72 (85\%) = 9.96 t - m$$

La losa toma el 15% Restante:

$$11.72 (15\%) = 1.76 t - m$$

La franja central de la losa toma el 32.5 % del Momento positivo:

$$17.36 (32.5\%) = 5.64 - m$$

Momento negativo exterior:

La franja de columna toma el 88.45% del momento negativo exterior:

$$14.86 (88.45\%) = 13.14 t - m$$

Las vigas toman el 85%:

$$13.14 (85\%) = 11.17 t - m$$



La losa toma el 15% Restante:

$$13.14(15\%) = 1.97 t - m$$

La franja central de la losa toma el 11.55 % del Momento negativo exterior:

$$14.86 (15.28\%) = 1.72 t - m$$

Momento positivo:

La franja de columna toma el 67.5 del momento positivo:

$$20.49 (67.5\%) = 13.83 t - m$$

Las vigas toman el 85%:

$$13.83 (85\%) = 11.76 t - m$$

La losa toma el 15% Restante:

$$13.83 (15\%) = 2.07 - m$$

La franja central de la losa toma el 32.5 % del Momento positivo:

$$20.49 (32.5\%) = 6.66 t - m$$

Momento negativo interior:

La franja de columna toma el 67.5 del momento negativo interior:

$$30.67 (67.5\%) = 20.70 t - m$$

Las vigas toman el 85%:

$$20.70(85\%) = 17.60 t - m$$

La losa toma el 15% Restante:



$$20.70 (15\%) = 3.11 t - m$$

La franja central de la losa toma el 32.5 % del Momento negativo interior:

$$30.67 (32.5\%) = 9.97 t - m$$

Los momentos factorizados en las franjas de columna y franjas centrales se resumen como sigue:

	Momento Factorizado (t-m)	Franja de Columna			Momento en las dos medias franjas	
		%	Momento (t-m)	Momento en la viga (t-m)		Momento en la losa (t-m)
Luz Extrema:						
Negativo exterior	Mo = 14.86	88.45	13.14	11.17	1.97	1.72
Positivo	Mo = 20.49	67.50	13.83	11.76	2.07	6.66
Negativo Interior	Mo = 30.67	67.50	20.70	17.60	3.11	9.97
Luz Interior :						
Negativo	Mo = 28.12	67.50	18.98	16.13	2.85	9.14
Positivo	Mo = 17.36	67.50	11.72	9.96	1.76	5.64

Pórtico Equivalente Exterior, dirección E-W, ejes A y D

Elementos del pórtico equivalente:

- a) Unión losa – viga, rigidez a flexión en ambos extremos

$$\frac{c_{n1}}{l_1} = \frac{0.50}{7.5} = 0.067 \rightarrow \text{Aproximamos al valor 0.1 de la tabla}$$

$$\frac{c_{n2}}{l_2} = \frac{0.50}{3.25} = 0.15$$

Realizamos interpolación con los valores hallados, para obtener:

$$K_{NF} = K_{FN} = 4.27$$

La ecuación indica:

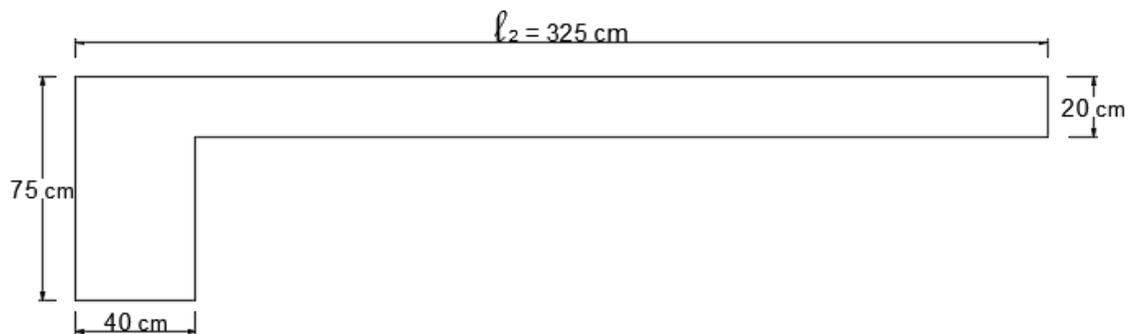
$$K_{NF} = K_{NF} \frac{E_{CS} I_{SB}}{l_1}$$

$$K_{NF} = 4.27 \frac{E_{CS} I_{sb}}{l_1}$$

Donde:

I_{sb} = Es el momento de inercia de la sección losa-viga, mostrada en la figura líneas abajo:

Hallamos el momento de inercia del tramo del borde, en dirección E-W:



$$\bar{y} = \frac{(3.25 \times 0.20 \times 0.10) + (0.40 \times 0.55 \times 0.475)}{(3.25 \times 0.20) + (0.40 \times 0.55)}$$

$$\bar{y} = 0.1948$$

$$I_{sb} = \left[\left(\frac{3.25 \times 0.20^3}{12} \right) + (3.25 \times 0.20) \left(0.1948 - \frac{0.20}{2} \right)^2 \right] + \left[\left(\frac{0.40 \times 0.55^3}{12} \right) + (0.40 \times 0.40) (0.475 - 0.1948)^2 \right]$$

$$I_{sb} = 0.03082672 \text{ m}^4$$

$$I_{sb} = 3082672.41 \text{ cm}^4$$



$$E_{cs} = 15000 \sqrt{f'c} = 15000 \sqrt{280} = 250998.008 \text{ kg/cm}^2$$

$$K_{sb} = \frac{4.27 \times 250998.008 \times 3082672.41}{750 \times 10^5} = 44051.86 \text{ t} - m$$

Factor de transporte COF = 0.515 (se halló interpolando en la tabla 3.2.3.1 con los valores hallados de $\frac{c_{n2}}{l_2}$)

C_{N1}/ℓ_1	C_{N2}/ℓ_2	(1) k_{NF}	(2) C_{NF}	(3) m_{NF}	Coeficiente m_{NF} para (b-a) = 0,2				
					a = 0,0	a = 0,2	a = 0,4	a = 0,6	a = 0,8
$C_{F1} = C_{N1}; C_{F2} = C_{N2}$									
0,00	---	4,00	0,50	0,0833	0,0151	0,0287	0,0247	0,0127	0,00226
0,10	0,00	4,00	0,50	0,0833	0,0151	0,0287	0,0247	0,0127	0,00226
	0,10	4,18	0,51	0,0847	0,0154	0,0293	0,0251	0,0126	0,00214
	0,20	4,36	0,52	0,0860	0,0158	0,0300	0,0255	0,0126	0,00201
	0,30	4,53	0,54	0,0872	0,0161	0,0301	0,0259	0,0125	0,00188
	0,40	4,70	0,55	0,0882	0,0165	0,0314	0,0262	0,0124	0,00174

Con este valor hallado, se interpola para conseguir el valor de momento de empotramiento $FEM = 0.08535 W_u l_2 l_1^2$

b) Elementos de columna, rigidez a flexión K_c

Del análisis anterior:

Para columnas interiores:

$$K_{ct} = 38259.77 \text{ t} - m$$

$$K_{cb} = 24620.46 \text{ t} - m$$

Para columnas exteriores:

$$K_{ct} = 48805.17 \text{ t} - m$$

$$K_{cb} = 26276.35 \text{ t} - m$$



c) Elementos torsionales, rigidez torsional K_t

$$K_t = \sum \frac{9E_{cs}C}{\left[l_2 \left(1 - \frac{c_2}{l_2}\right)^3\right]}$$

$$C = \sum \left(1 - 0.63 \frac{x}{y}\right) \left(\frac{x^3 y}{3}\right)$$

Datos:

$$c_2 = 50 \text{ cm} , \quad l_2 = 325 \text{ cm}$$

Columnas interiores:

$$C = 888533.33$$

$$K_t = \frac{9 \times 250998.008 \times 888533.33}{\left[325 \times \left(1 - \frac{50}{325}\right)^3\right] \times 10^5} = 101942.47 \text{ t - m}$$

Columnas exteriores:

$$C = 1175466.67$$

$$K_t = \frac{9 \times 250998.008 \times 1175466.67}{\left[325 \times \left(1 - \frac{50}{325}\right)^3\right] \times 10^5} = 134862.667 \text{ t - m}$$

d) Incremento de la rigidez torsional

$$K_{ta} = \frac{K_t I_{sb}}{I_s}$$

Donde:

K_{ta} : Incremento de la rigidez torsional debido a la viga paralela

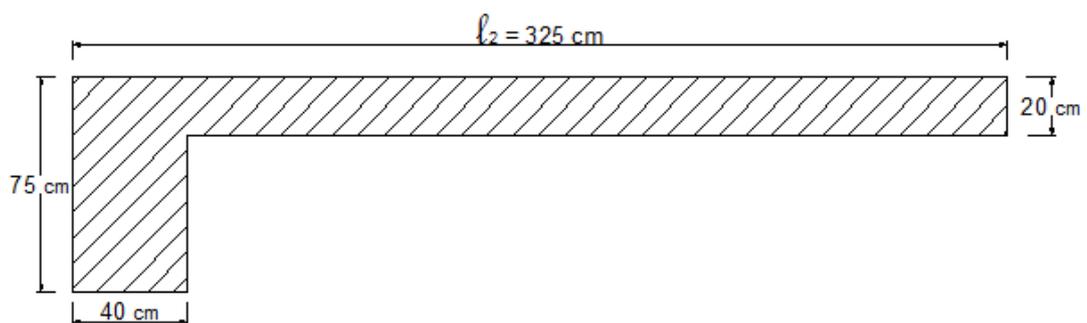
I_s : Momento de inercia del ancho de la losa igual al ancho total entre las líneas centrales del panel, l_2 , excluyendo esa porción del alma de la viga que se extiende sobre y debajo de la losa

$$I_s = \frac{l_2 h^3}{12}$$

$$I_s = \frac{325 \times 20^3}{12} = 216666.67 \text{ cm}^4$$

I_{sb} : Momento de inercia de la sección de la losa especificada por I_{sb} que incluye esa porción del alma de la viga que se extiende sobre y debajo de la losa

$$I_{sb} = 3082672.41 \text{ cm}^4$$



Columnas interiores:

$$K_{ta} = \frac{101942.47 \times 3082672.41}{216666.67}$$

$$K_{ta} = 1450408.79 \text{ t - m}$$



Columnas exteriores:

$$K_{ta} = \frac{134862.667 \times 3082672.41}{216666.67}$$

$$K_{ta} = 1918788.11 \text{ t - m}$$

e) Rigidez de la columna equivalente (K_{ec})

$$K_{ec} = \frac{\sum K_c \times \sum K_{ta}}{\sum K_c + \sum K_{ta}}$$

K_{ta} : Rigidez a flexión de cada elemento torsional, uno en cada lado de la columna, incrementado debido a la viga paralela.

$\sum K_c$ = para la columna superior e inferior de la unión losa-viga de un piso intermedio.

Para columnas interiores:

$$K_{ec} = \frac{(38259.77 + 24620.46) \times (1450408.79)}{(38259.77 + 24620.46) + (1450408.79)}$$

$$K_{ec} = 60267.43 \text{ t - m}$$

Para columnas exteriores:

$$K_{ec} = \frac{(26276.35 + 48805.17) \times (1918788.11)}{(26276.35 + 48805.17) + (1918788.11)}$$

$$K_{ec} = 72254.24 \text{ t - m}$$



f) Factor de distribución en la unión losa-viga DF:

Dato:

$$K_{sb} = 44051.86 \text{ t - m}$$

Para el Nudo exterior:

$$DF = \frac{K_{sb}}{K_{sb} + K_{ec}}$$

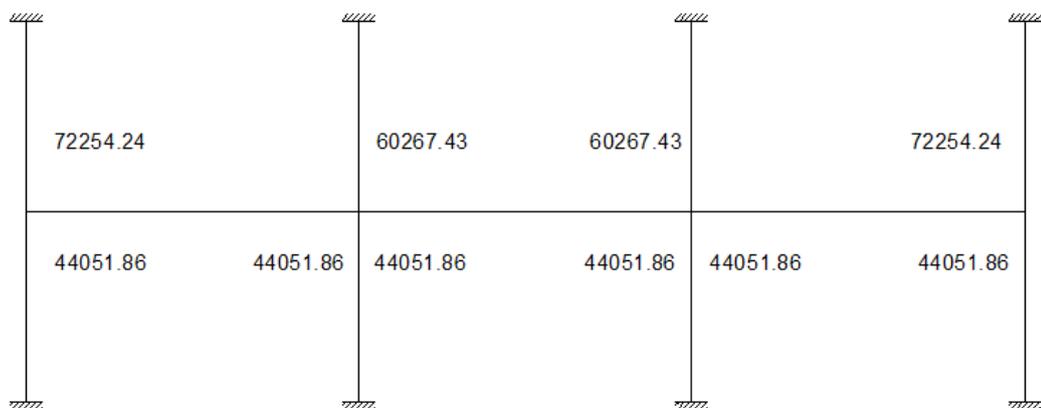
$$DF = \frac{44051.86}{44051.86 + 72254.24} = 0.38$$

Para el Nudo interior:

$$DF = \frac{K_{sb}}{K_{sb} + K_{sb} + K_{ec}}$$

$$DF = \frac{44051.86}{44051.86 + 44051.86 + 60267.43} = 0.30$$

COF (Factor de Transporte) para la losa - viga = 0.515





3.- Análisis del pórtico parcial del pórtico equivalente:

Se determina los máximos momentos positivos y negativos de la losa – viga usando el método de distribución de momentos:

El ítem 13.7.6.3 del ACI indica que cuando la carga viva sea variable y exceda de 3/4 de la carga muerta, los momentos factorizados en los elementos de la losa-viga se hallarán considerando cinco distribuciones de carga.

$$\frac{L}{D} = \frac{500}{480} = 1.04 > \frac{3}{4} = 0.75$$

a) Cargas Factorizadas y momentos de empotramiento:

Para la dirección E-W, en los bordes (Ejes A y B), considerando la franja de diseño desde el borde del edificio:

- Carga Muerta factorizada:

Se considera el peso del alma de la viga de borde por metro, dividido por l_2

$$0.40 \times 0.55 \times \frac{2400}{\left(\frac{6}{2} + \frac{0.50}{2}\right)} = 162.46 \text{ kg/m}^2$$

$$W_D = 1.4 \times (480 + 162.46) = 899.45 \text{ kg/m}^2$$

- Carga viva factorizada:



$$W_L = 1.7 \times 500 = 850 \text{ kg/m}^2$$

- Carga ultima:

$$W_u = W_D + W_L = 899.45 + 850 = 1749.45 \text{ kg/m}^2 = 1.75 \text{ t/m}^2$$

- I. FEM (Factor de Momento de Empotramiento) debido a $W_D + W_L$

$$\text{FEM} = 0.08535 W_u l_2 l_1^2$$

$$\text{FEM} = 0.08535 (1.75 \times 3.25) \times 7.50^2 = 27.31 \text{ t-m}$$

- II. FEM (Factor de Momento de Empotramiento) debido a $W_D + \frac{3}{4}W_L$

$$\text{FEM} = 0.08535 (0.89 + 0.75 \times 0.85) \times 3.25 \times 7.50^2 = 23.83 \text{ t-m}$$

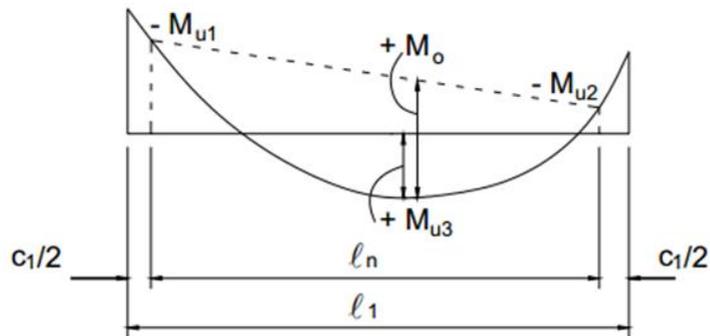
- III. FEM (Factor de Momento de Empotramiento) debido a W_D

$$\text{FEM} = 0.08535 (0.89 \times 3.25) \times 7.50^2 = 13.89 \text{ t-m}$$

Se tiene 05 condiciones de carga, sin embargo la de mayor carga es: 27.31 t-m (FEM debido a $W_D + W_L$)

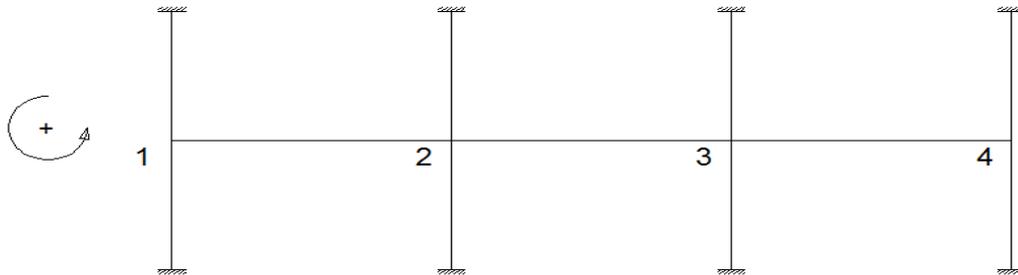
- b) En la tabla mostrada líneas abajo se muestra la distribución de momento para la condición de carga 27.31 t-m. Los momentos positivos en las luces se determinan mediante la siguiente ecuación.

$$M_u (\text{centro del tramo}) = M_o - (M_{u1} + M_{u2})/2$$



Cuando los momentos en los extremos no son iguales, el máximo momento en el tramo no ocurre en el centro, pero su valor es cerca del centro del tramo.

$$FEM = 0.08535 (1.75 \times 3.25) \times 7.50^2 = 27.31 \text{ t-m}$$



TRAMO E-W, EJES A Y B, CON TODA LA CARGA VIVA FACTORIZADA TOTA

NUDO	1	2		3		4
TRAMO	1-2	2-1	2-3	3-2	3-4	4-3
DF	0.38	0.30	0.30	0.30	0.30	0.38
COF	0.515	0.515	0.515	0.515	0.515	0.515
FEM	27.31	- 27.31	27.31	- 27.31	27.31	- 27.31
COM	0	- 5.34	0	0	5.34	- 0
	0.83	0	- 0.83	0.83	0.00	- 0.83
	0.13	- 0.16	- 0.13	0.13	0.16	- 0.13
	0.04	- 0.02	- 0.04	0.04	0.02	- 0.04
	0.01	- 0.01	- 0.01	0.01	0.01	- 0.01
$\Sigma =$	28.32	- 32.85	26.30	- 26.3	32.85	- 28.32
DM	- 10.76	1.96	1.96	- 1.96	- 1.96	10.76
M. Neg.	17.56	-30.89	28.27	- 28.27	30.89	- 17.56
M. Positivo	15.77		11.72		15.77	

Notas:

- El momento de transporte, COM, es el producto negativo entre el factor de distribución, el factor de transporte y el momento no balanceado de la unión que se transmite al extremo opuesto del tramo.
- El momento distribuido, DM, es el producto negativo entre el factor de distribución y el momento no balanceado de la unión (o el nudo).

Los momentos de diseño se tomarán como indica el ítem 4. :

4.- Momentos de diseño:

El código ACI indica que para el momento negativo factorizado (tanto en la franja de columna como en las franjas centrales) se debe tomar en el borde de los apoyos rectilíneos, pero a no más de $0.175 l_1$ del centro de la columna.

$$\frac{0.50}{2} = 0.25 < 0.175 \times 6 = 1.05 \text{ (se localiza en la cara de los apoyos)}$$

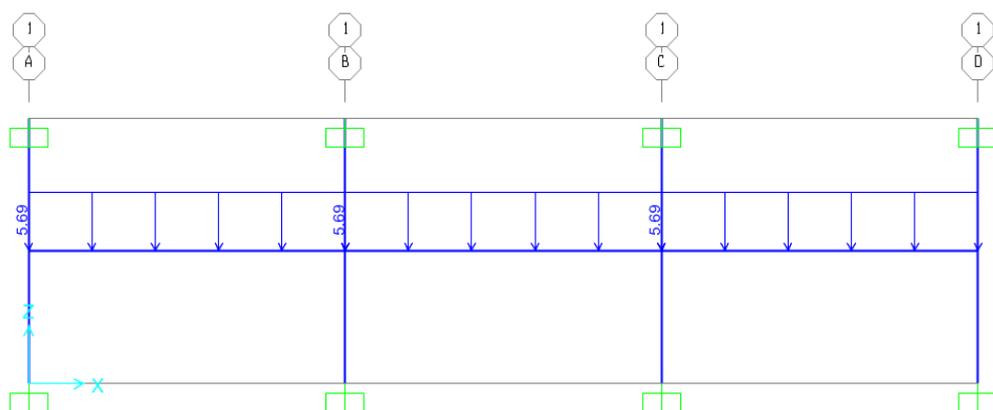
Los momentos factorizados positivos y negativos para el sistema de losas en la dirección E-W ejes A y B son mostrados en las figuras a continuación:

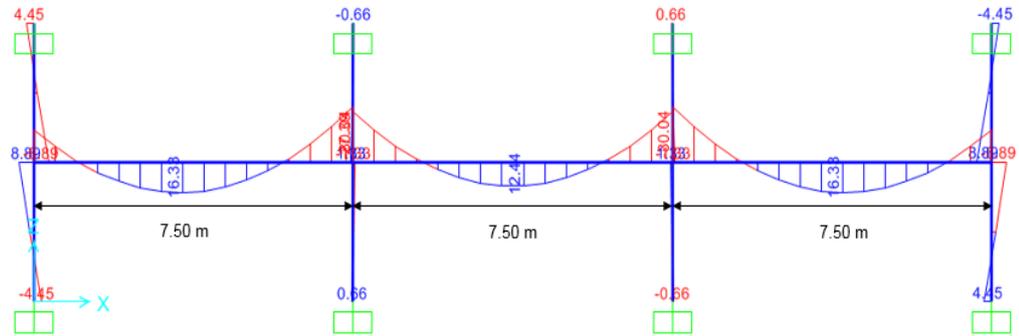
MOMENTOS DE DISEÑO POSITIVOS Y NEGATIVOS PARA LOSA-VIGA

2) Con toda la carga

$$W_u = 1.75 \times 3.25 = 5.69$$

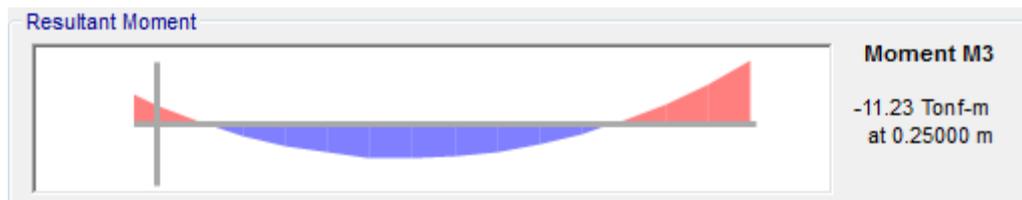
Modelos en SAP 2000



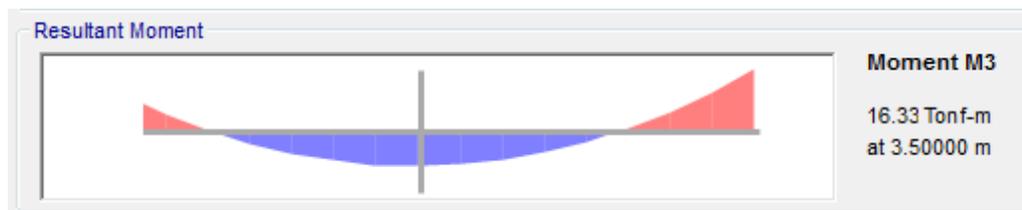


Tramo exterior:

Momento negativo exterior:



Momento Positivo:



Momento negativo interior:



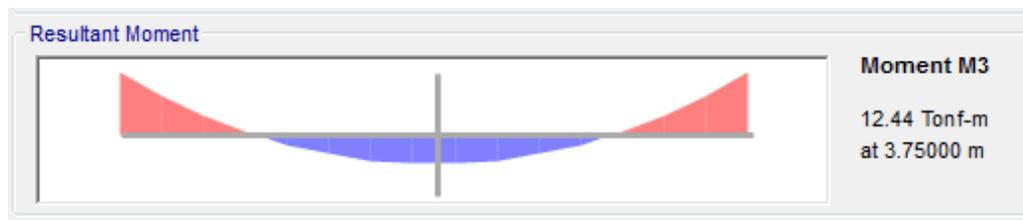


Tramo interior:

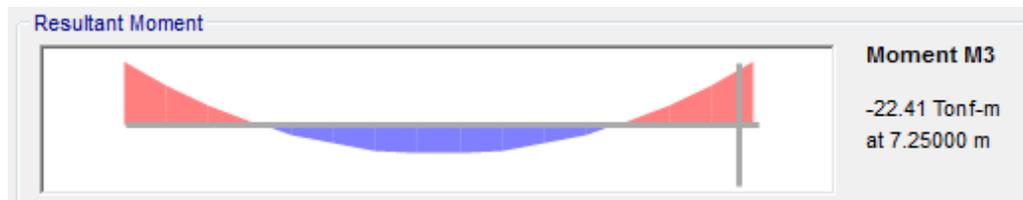
Momento negativo:



Momento Positivo:



Momento interior:



Resumen de momentos:

	Momento Factorizado	
Luz Extrema:		
Negativo exterior	Mo =	11.23
Positivo	Mo =	16.33
Negativo Interior	Mo =	24.65
Luz Interior :		
Negativo	Mo =	22.41
Positivo	Mo =	12.44



5.- Verificación rigidez relativa:

El código ACI, en el ítem 13.6.1.6 indica que para un panel con vigas entre los apoyos en todos los lados, debe satisfacerse la ecuación para las dos direcciones perpendiculares:

$$0.2 \leq \frac{\alpha_{f1} l_2^2}{\alpha_{f2} l_1^2} \leq 5.0$$

- Panel interior:

$$\alpha_{f1} = 9.47$$

$$\alpha_{f2} = 2.31$$

$$l_2 = 3.25$$

$$l_1 = 7.50$$

$$\frac{\alpha_{f1} l_2^2}{\alpha_{f2} l_1^2} = \frac{9.47 \times 3.25^2}{2.31 \times 7.50^2} = 0.77$$

$0.2 \leq 0.77 \leq 5.0$, si cumple.

- Panel exterior:

$$\alpha_{f1} = 9.47$$

$$\alpha_{f2} = 7.69$$

$$l_2 = 3.25$$

$$l_1 = 7.50$$

$$\frac{\alpha_{f1} l_2^2}{\alpha_{f2} l_1^2} = \frac{9.47 \times 3.25^2}{7.69 \times 7.50^2} = 0.23$$

$0.2 \leq 0.23 \leq 5.0$, si cumple.



6.- Distribución de los momentos de diseño a través de la franja losa-viga

Se ha cumplido con las limitaciones indicadas, entonces se procede a distribuir los momentos factorizados positivos y negativos a la franja de columna, viga y a las dos medias franjas centrales de la losa-viga.

El ítem 13.6.4.1 indica que las franjas de columna deben ser diseñadas para resistir las siguientes fracciones, en porcentaje, del momento negativo mayorado interior:

l_2/l_1	0.5	1.0	2.0
$(\alpha_{f1}l_2/l_1) = 0$	75	75	75
$(\alpha_{f1}l_2/l_1) \geq 1.0$	90	75	45

Tenemos los siguientes datos:

Hallamos la relación $\frac{l_2}{l_1}$

$$\frac{l_2}{l_1} = \frac{6.00}{7.50} = 0.80$$

Hallamos la relación $\frac{\alpha_{f1}l_2}{l_1}$

$$\frac{\alpha_{f1}l_2}{l_1} = 9.47 \times \frac{6.00}{7.50} = 7.576$$

El código ACI indica que con los valores hallados se debe interpolar linealmente entre los valores dados. Como resultado obtenemos que para todos los momentos, excepto el negativo exterior, la franja de columna toma el 81%.



La restricción relativa proporcionada por la resistencia torsional de la viga de borde transversal efectiva se refleja mediante el parámetro β_t .

$$\beta_t = \frac{E_{cb}C}{2E_{cs}I_s}$$

$$I = \frac{600 \times 20^3}{12} = 400000 \text{ cm}^4$$

$$\beta_t = \frac{1175466.67}{2 \times 400000} = 1.47$$

** Según interpolación se ha obtenido 88.8%

Momento negativo:

La franja de columna toma el 81% del momento negativo:

$$22.41 (81\%) = 18.15 \text{ t} - m$$

Las vigas toman el 85%:

$$18.15 (85\%) = 15.43 \text{ t} - m$$

La losa toma el 15% Restante:

$$18.15 (15\%) = 2.72 \text{ t} - m$$

La franja central de la losa toma el 19 % del Momento negativo:

$$22.41 (19\%) = 4.26 \text{ t} - m$$

Momento positivo:

La franja de columna toma el 81% del momento positivo:

$$12.44 (81\%) = 10.08 \text{ t} - m$$



Las vigas toman el 85%:

$$10.08 (85\%) = 8.56 t - m$$

La losa toma el 15% Restante:

$$10.08 (15\%) = 1.51 t - m$$

La franja central de la losa toma el 19 % del Momento positivo:

$$12.44 (19\%) = 2.36 t - m$$

Momento negativo exterior:

La franja de columna toma el 88.8% del momento negativo exterior:

$$11.23 (88.8\%) = 9.97 t - m$$

Las vigas toman el 85%:

$$9.97 (85\%) = 8.48 t - m$$

La losa toma el 15% Restante:

$$9.97 (15\%) = 1.50 t - m$$

La franja central de la losa toma el 11.2 % del Momento negativo exterior:

$$11.23 (11.2\%) = 1.26 t - m$$

Momento positivo:

La franja de columna toma el 81% del momento positivo:

$$16.33 (81\%) = 13.23 t - m$$

Las vigas toman el 85%:

$$13.23 (85\%) = 11.24 t - m$$



La losa toma el 15% Restante:

$$13.23 (15\%) = 1.98 t - m$$

La franja central de la losa toma el 19 % del Momento positivo:

$$16.33 (19\%) = 3.10 t - m$$

Momento negativo interior:

La franja de columna toma el 81% del momento negativo interior:

$$24.65 (81\%) = 19.97 t - m$$

Las vigas toman el 85%:

$$19.97 (85\%) = 16.97 t - m$$

La losa toma el 15% Restante:

$$19.97 (15\%) = 2.99 t - m$$

La franja central de la losa toma el 19% del Momento negativo interior:

$$24.65 (19\%) = 4.68 t - m$$

Los momentos factorizados en las franjas de columna y franjas centrales se resumen como sigue:

	Momento Factorizado (t-m)	Franja de Columna			Momento en las dos medias franjas	
		%	Momento (t-m)	Momento en la viga (t-m)		Momento en la losa (t-m)
Luz Extrema:						
Negativo exterior	Mo = 11.23	88.80	9.97	8.48	1.50	1.26
Positivo	Mo = 16.33	81.00	13.23	11.24	1.98	3.10
Negativo Interior	Mo = 24.65	81.00	19.97	16.97	2.99	4.68
Luz Interior :						
Negativo	Mo = 22.41	81.00	18.15	15.43	2.72	4.26
Positivo	Mo = 12.44	81.00	10.08	8.56	1.51	2.36

Pórtico Equivalente Exterior, dirección E-W, ejes B y C

Elementos del pórtico equivalente:

- a) Unión losa – viga, rigidez a flexión en ambos extremos

$$\frac{c_{n1}}{l_1} = \frac{0.50}{7.5} = 0.067 \rightarrow \text{Aproximamos al valor 0.1 de la tabla}$$

$$\frac{c_{n2}}{l_2} = \frac{0.50}{6.00} = 0.083$$

Realizamos interpolación con los valores hallados, para obtener:

$$K_{NF} = K_{FN} = 4.15$$

La ecuación indica:

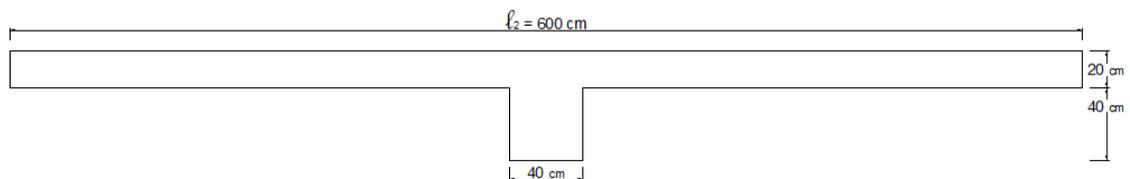
$$K_{NF} = K_{NF} \frac{E_{CS} I_{SB}}{l_1}$$

$$K_{NF} = 4.15 \frac{E_{CS} I_{sb}}{l_1}$$

Donde:

I_{sb} = Es el momento de inercia de la sección losa-viga, mostrada en la figura mostrada:

Hallamos el momento de inercia del tramo del borde, en dirección E-W:



$$\bar{y} = \frac{(6.00 \times 0.20 \times 0.10) + (0.40 \times 0.40 \times 0.40)}{(6.00 \times 0.20) + (0.40 \times 0.40)}$$



$$\bar{y} = 0.135$$

$$I_{sb} = \left[\left(\frac{6.00 \times 0.20^3}{12} \right) + (6.00 \times 0.20) \left(0.135 - \frac{0.20}{2} \right)^2 \right] \\ + \left[\left(\frac{0.40 \times 0.40^3}{12} \right) + (0.40 \times 0.40) (0.40 - 0.135)^2 \right]$$

$$I_{sb} = 0.0188392 \text{ m}^4$$

$$I_{sb} = 1883921.57 \text{ cm}^4$$

$$E_{cs} = 15000 \sqrt{f'c} = 15000 \sqrt{280} = 250998.008 \text{ kg/cm}^2$$

$$K_{sb} = \frac{4.15 \times 250998.008 \times 1883921.57}{750 \times 10^5} = 26164.95 \text{ t} - \text{m}$$

Factor de transporte COF = 0.508 (se halló interpolando en la tabla 3.2.3.7 con los valores hallados de $\frac{c_{n2}}{l_2}$)

Con este valor hallado, se interpola para conseguir el valor de momento de empotramiento FEM = 0.084479 $W_u l_2 l_1^2$

b) Elementos de columna, rigidez a flexión K_c

Del análisis anterior:

Para columnas interiores:

$$K_{ct} = 38259.77 \text{ t} - \text{m}$$

$$K_{cb} = 24620.46 \text{ t} - \text{m}$$



Para columnas exteriores:

$$K_{ct} = 48805.17 t - m$$

$$K_{cb} = 26276.35 t - m$$

c) Elementos torsionales, rigidez torsional K_t

$$K_t = \sum \frac{9E_{cs}C}{\left[l_2 \left(1 - \frac{c_2}{l_2}\right)^3\right]}$$

$$C = \sum \left(1 - 0.63 \frac{x}{y}\right) \left(\frac{x^3 y}{3}\right)$$

Datos:

$$c_2 = 50 \text{ cm} , \quad l_2 = 600 \text{ cm}$$

Columnas interiores:

$$C = 888533.33$$

$$K_t = \frac{9 \times 250998.008 \times 888533.33}{\left[600 \times \left(1 - \frac{50}{600}\right)^3\right] \times 10^5} = 43431.11 t - m$$

Columnas exteriores:

$$C = 1175466.67$$

$$K_t = \frac{9 \times 250998.008 \times 1175466.67}{\left[325 \times \left(1 - \frac{50}{325}\right)^3\right] \times 10^5} = 57456.28 t - m$$

d) Incremento de la rigidez torsional

$$K_{ta} = \frac{K_t I_{sb}}{I_s}$$

Donde:

K_{ta} : Incremento de la rigidez torsional debido a la viga paralela

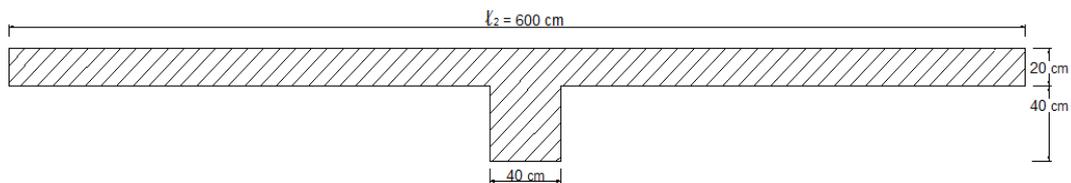
I_s : Momento de inercia del ancho de la losa igual al ancho total entre las líneas centrales del panel, l_2 , excluyendo esa porción del alma de la viga que se extiende sobre y debajo de la losa

$$I_s = \frac{l_2 h^3}{12}$$

$$I_s = \frac{600 \times 20^3}{12} = 400000 \text{ cm}^4$$

I_{sb} : Momento de inercia de la sección de la losa especificada por I_{sb} que incluye esa porción del alma de la viga que se extiende sobre y debajo de la losa

$$I_{sb} = 1883921.57 \text{ cm}^4$$



Columnas interiores:

$$K_{ta} = \frac{43431.11 \times 1883921.57}{400000}$$

$$K_{ta} = 204552.017 \text{ t - m}$$



Columnas exteriores:

$$K_{ta} = \frac{57456.28 \times 1883921.57}{400000}$$

$$K_{ta} = 270607.81 \quad t - m$$

e) Rigidez de la columna equivalente (K_{ec})

$$K_{ec} = \frac{\sum K_c \times \sum K_{ta}}{\sum K_c + \sum K_{ta}}$$

K_{ta} : Rigidez a flexión de cada elemento torsional, uno en cada lado de la columna, incrementado debido a la viga paralela.

$\sum K_c$ = para la columna superior e inferior de la unión losa-viga de un piso intermedio.

Para columnas interiores:

$$K_{ec} = \frac{(38259.77 + 24620.46) \times (2 \times 204552.017)}{(38259.77 + 24620.46) + (2 \times 204552.017)}$$

$$K_{ec} = 54502.99 \quad t - m$$

Para columnas exteriores:

$$K_{ec} = \frac{(26276.35 + 48805.17) \times (2 \times 270607.81)}{(26276.35 + 48805.17) + (2 \times 270607.81)}$$

$$K_{ec} = 65934.58 \quad t - m$$



f) Factor de distribución en la unión losa-viga DF:

Dato:

$$K_{sb} = 26164.95 \text{ t - m}$$

Para el Nudo exterior:

$$DF = \frac{K_{sb}}{K_{sb} + K_{ec}}$$

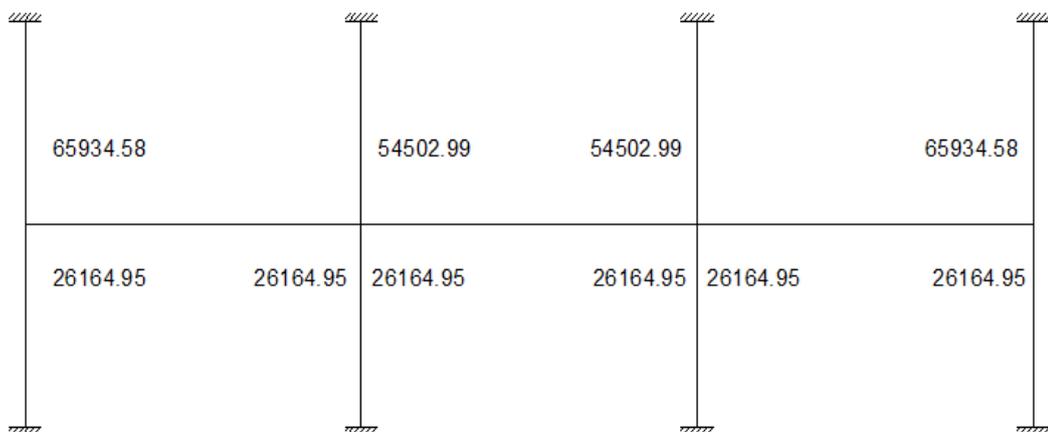
$$DF = \frac{26164.95}{26164.95 + 65934.58} = 0.28$$

Para el Nudo interior:

$$DF = \frac{K_{sb}}{K_{sb} + K_{sb} + K_{ec}}$$

$$DF = \frac{26164.95}{26164.95 + 26164.95 + 54502.99} = 0.25$$

COF (Factor de Transporte) para la losa - viga = 0.508





3.- Análisis del pórtico parcial del pórtico equivalente:

Se determina los máximos momentos positivos y negativos de la losa – viga usando el método de distribución de momentos:

El ítem 13.7.6.3 del ACI indica que cuando la carga viva sea variable y exceda de 3/4 de la carga muerta, los momentos factorizados en los elementos de la losa-viga se hallarán considerando cinco distribuciones de carga.

$$\frac{L}{D} = \frac{500}{480} = 1.04 > \frac{3}{4} = 0.75$$

c) Cargas Factorizadas y momentos de empotramiento:

- Carga Muerta factorizada:

Se considera el peso del alma de la viga de borde por metro, dividido por l_2

$$0.40 \times 0.40 \times \frac{2400}{(6.00)} = 64 \text{ kg/m}^2$$

$$W_D = 1.4 \times (480 + 64) = 761.6 \text{ kg/m}^2$$

- Carga viva factorizada:

$$W_L = 1.7 \times 500 = 850 \text{ kg/m}^2$$

- Carga ultima:

$$W_u = W_D + W_L = 761.6 + 850 = 1611.6 \text{ kg/m}^2 = 1.61 \text{ t/m}^2$$

I. FEM (Factor de Momento de Empotramiento) debido a $W_D + W_L$

$$FEM = 0.084479 W_u l_2 l_1^2$$

$$FEM = 0.084479 (1.61 \times 6.00) \times 7.50^2 = 45.9$$

II. FEM (Factor de Momento de Empotramiento) debido a $W_D + \frac{3}{4} W_L$

$$FEM = 0.084479 (0.76 + 0.75 \times 0.85) \times 6.00 \times 7.50^2 = 39.84$$

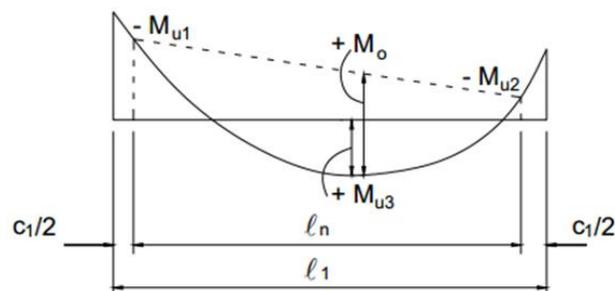
III. FEM (Factor de Momento de Empotramiento) debido a W_D

$$FEM = 0.084479 (0.76 \times 6.00) \times 7.50^2 = 21.67$$

Se tiene 05 condiciones de carga, sin embargo la de mayor carga es: 45.9 t-m (FEM debido a $W_D + W_L$)

a) En la tabla mostrada líneas abajo se muestra la distribución de momento para la condición de carga 45.9 t-m. Los momentos positivos en las luces se determinan mediante la siguiente ecuación.

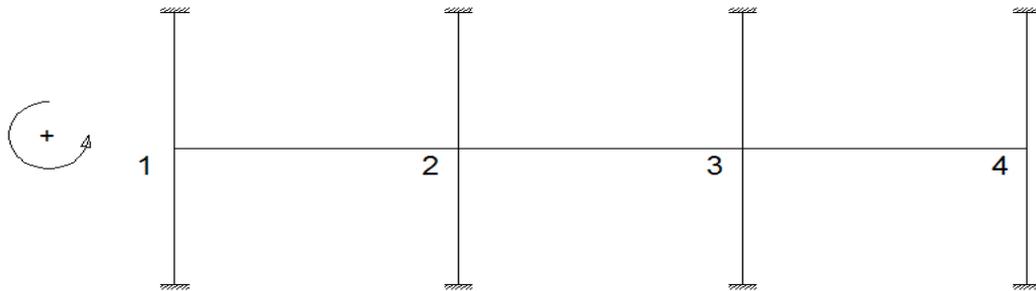
$$M_u (\text{centro del tramo}) = M_o - (M_{u1} + M_{u2})/2$$



Cuando los momentos en los extremos no son iguales, el máximo momento en el tramo no ocurre en centro, pero su valor es cerca del centro del tramo.



$$FEM = 0.084479 (1.61 \times 6.00) \times 7.50^2 = 45.9$$



TRAMO E-W, EJES B Y C, CON TODA LA CARGA VIVA FACTORIZADA TOTAL

NUDO	1	2		3		4
TRAMO	1-2	2-1	2-3	3-2	3-4	4-3
DF	0.28	0.25	0.25	0.25	0.25	0.28
COF	0.508	0.508	0.508	0.508	0.508	0.508
FEM	45.90	- 45.90	45.90	- 45.90	45.9	- 45.90
COM	0	- 6.53	0	0	6.53	- 0
	0.83	0	- 0.83	0.83	0.00	- 0.83
	0.11	- 0.12	- 0.11	0.11	0.12	- 0.11
	0.03	- 0.01	- 0.03	0.03	0.01	- 0.03
	0.01	- 0.00	- 0.01	0.01	0.00	- 0.01
$\Sigma =$	46.87	- 52.57	44.93	- 44.93	52.57	- 46.87
DM	- 13.12	1.91	1.91	- 1.91	- 1.91	13.12
M. Neg.	33.75	-50.66	46.84	- 46.84	50.66	- 33.75
M. Positivo	25.72		21.08		25.72	

Notas:

- El momento de transporte, COM, es el producto negativo entre el factor de distribución, el factor de transporte y el momento no balanceado de la unión que se transmite al extremo opuesto del tramo.
- El momento distribuido, DM, es el producto negativo entre el factor de distribución y el momento no balanceado de la unión (o el nudo).

Los momentos de diseño se tomarán como indica el ítem 4. :

4.- Momentos de diseño:

El código ACI indica que para el momento negativo factorizado (tanto en la franja de columna como en las franjas centrales) se debe tomar en el borde de los apoyos rectilíneos, pero a no más de $0.175 l_1$ del centro de la columna.

$$\frac{0.50}{2} = 0.25 < 0.175 \times 6 = 1.05 \text{ (se localiza en la cara de los apoyos)}$$

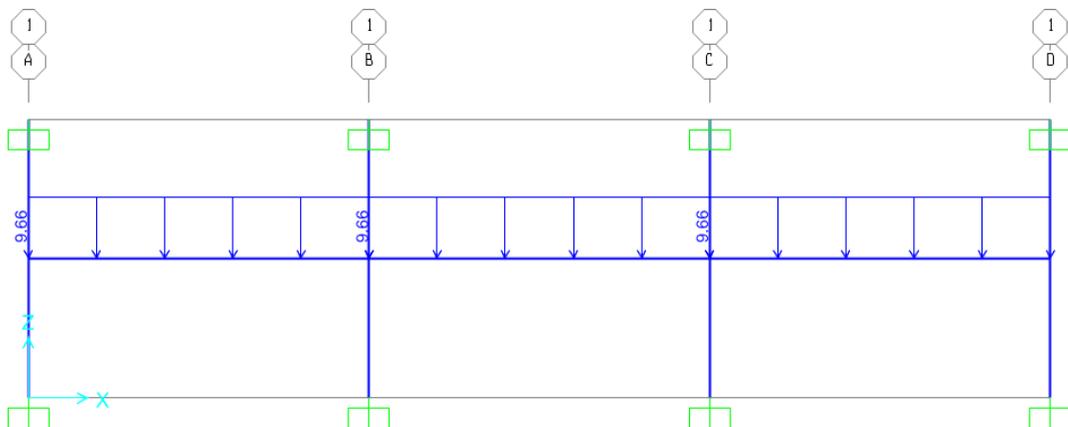
Los momentos factorizados positivos y negativos para el sistema de losas en la dirección E-W ejes B y C son mostrados en las figuras a continuación:

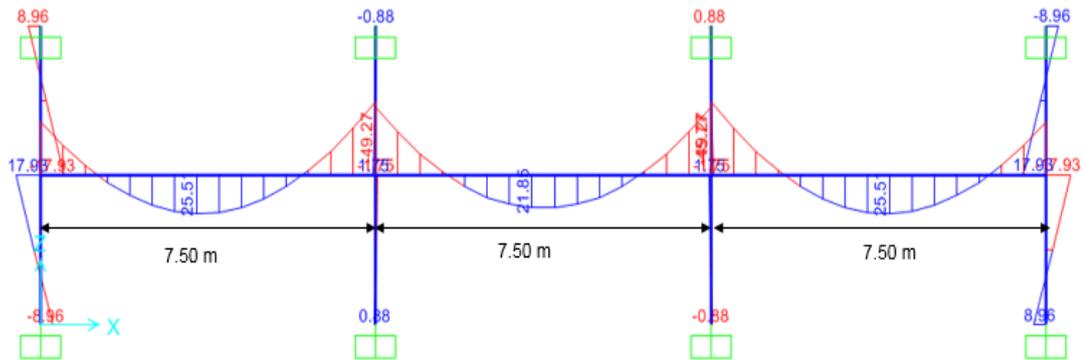
MOMENTOS DE DISEÑO POSITIVOS Y NEGATIVOS PARA LOSA-VIGA

3) Con toda la carga

$$W_u = 1.61 \times 6.00 = 9.66$$

Modelos en SAP 2000





Tramo Exterior:

Momento Negativo Exterior:



Momento Positivo:



Momento Negativo Interior:

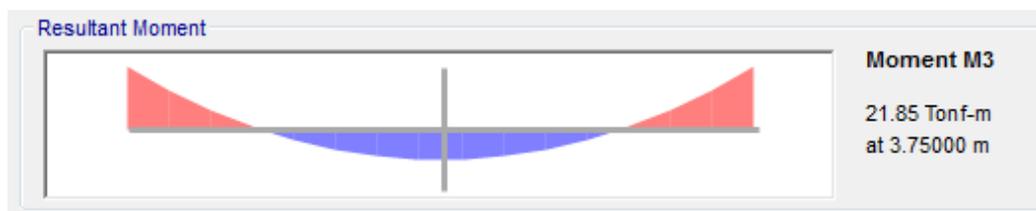


Tramo Interior

Momento Negativo



Momento Positivo



Momento Negativo



Resumen de momentos:

	Momento Factorizado
Luz Extrema:	
Negativo exterior	$M_o = 23.67$
Positivo	$M_o = 25.51$
Negativo Interior	$M_o = 40.37$
Luz Interior :	
Negativo	$M_o = 37.31$
Positivo	$M_o = 21.85$



5.- Verificación rigidez relativa:

El código ACI, en el ítem 13.6.1.6 indica que para un panel con vigas entre los apoyos en todos los lados, debe satisfacerse la ecuación para las dos direcciones perpendiculares:

$$0.2 \leq \frac{\alpha_{f1} l_2^2}{\alpha_{f2} l_1^2} \leq 5.0$$

- Panel interior:

$$\alpha_{f1} = 2.89$$

$$\alpha_{f2} = 2.31$$

$$l_2 = 6.00$$

$$l_1 = 7.50$$

$$\frac{\alpha_{f1} l_2^2}{\alpha_{f2} l_1^2} = \frac{2.89 \times 6.0^2}{2.31 \times 7.50^2} = 0.80$$

$0.2 \leq 0.80 \leq 5.0$, si cumple.

- Panel exterior:

$$\alpha_{f1} = 2.89$$

$$\alpha_{f2} = 7.69$$

$$l_2 = 6.00$$

$$l_1 = 7.50$$

$$\frac{\alpha_{f1} l_2^2}{\alpha_{f2} l_1^2} = \frac{2.89 \times 6.0^2}{7.69 \times 7.50^2} = 0.29$$

$0.2 \leq 0.24 \leq 5.0$, si cumple.



6.- Distribución de los momentos de diseño a través de la franja losa-viga

Se ha cumplido con las limitaciones indicadas, entonces se procede a distribuir los momentos factorizados positivos y negativos a la franja de columna, viga y a las dos medias franjas centrales de la losa-viga.

El ítem 13.6.4.1 indica que las franjas de columna deben ser diseñadas para resistir las siguientes fracciones, en porcentaje, del momento negativo mayorado interior:

l_2/l_1	0.5	1.0	2.0
$(\alpha_{f1}l_2/l_1) = 0$	75	75	75
$(\alpha_{f1}l_2/l_1) \geq 1.0$	90	75	45

Tenemos los siguientes datos:

$$\frac{l_2}{l_1} = \frac{6.00}{7.50} = 0.80$$

$$\frac{\alpha_{f1} l_2}{l_1} = \frac{2.89 \times 6.00}{7.50} = 2.31$$

$$C = 888533.33$$

$$\beta_t = \frac{888533.33}{2 \times 400000} = 1.11$$

** Según interpolación se ha obtenido un 81% para todos los momentos excepto el negativo exterior cuyo valor es de 91.55%.



Momento negativo:

La franja de columna toma el 81 del momento negativo:

$$37.31 (81\%) = 30.22 t - m$$

Las vigas toman el 85%:

$$30.22 (85\%) = 25.69 t - m$$

La losa toma el 15% Restante:

$$30.22 (15\%) = 4.53 t - m$$

La franja central de la losa toma el 19 % del Momento negativo:

$$37.31 (19\%) = 7.09 t - m$$

Momento positivo:

La franja de columna toma el 81 del momento positivo:

$$21.85 (81\%) = 17.70 t - m$$

Las vigas toman el 85%:

$$17.70 (85\%) = 15.04 t - m$$

La losa toma el 15% Restante:

$$17.70 (15\%) = 2.65 t - m$$

La franja central de la losa toma el 19 % del Momento positivo:

$$21.85 (19\%) = 4.15 t - m$$



Momento negativo exterior:

La franja de columna toma el 91.55 % del momento negativo exterior:

$$23.67(91.55\%) = 21.67 t - m$$

Las vigas toman el 85%:

$$21.67 (85\%) = 18.42 t - m$$

La losa toma el 15% Restante:

$$21.67(15\%) = 3.25 t - m$$

La franja central de la losa toma el 8.45 % del Momento negativo exterior:

$$23.67 (8.45\%) = 2.00 t - m$$

Momento positivo:

La franja de columna toma el 81% del momento positivo:

$$25.51 (81\%) = 20.66 t - m$$

Las vigas toman el 85%:

$$20.66 (85\%) = 17.56 t - m$$

La losa toma el 15% Restante:

$$20.66 (15\%) = 3.10 t - m$$

La franja central de la losa toma el 19% % del Momento positivo:

$$25.51(19\%) = 4.85 t - m$$



Momento negativo interior:

La franja de columna toma el 81 del momento negativo interior:

$$40.37 (81\%) = 32.70 t - m$$

Las vigas toman el 85%:

$$32.70 (85\%) = 27.79 t - m$$

La losa toma el 15% Restante:

$$32.70 (15\%) = 4.90 t - m$$

La franja central de la losa toma el 19 % del Momento negativo interior:

$$40.37 (19\%) = 7.67 t - m$$

Los momentos factorizados en las franjas de columna y franjas centrales se resumen como sigue:

	Momento Factorizado (t-m)	Franja de Columna				Momento en las dos medias franjas centrales (t-m)
		%	Momento (t-m)	Momento en la viga (t-m)	Momento en la losa (t-m)	
Luz Extrema:						
Negativo exterior	Mo = 23.67	91.55	21.67	18.42	3.25	2.00
Positivo	Mo = 25.51	81.00	20.66	17.56	3.10	4.85
Negativo Interior	Mo = 40.37	81.00	32.70	27.79	4.90	7.67
Luz Interior :						
Negativo	Mo = 37.31	81.00	30.22	25.69	4.53	7.09
Positivo	Mo = 21.85	81.00	17.70	15.04	2.65	4.15

7. Los cálculos de cortante en vigas y losas son presentados en el método de diseño directo.



DISEÑO DE LOSA:

MÉTODO DEL PORTICO EQUIVALENTE

DIRECCIÓN N-S (LUZ DE 6.00 M)

Ubicación	M _u (t-m)	b (cm)	d(cm)	K _u	ρ	A _s (cm ²)	# (Ø3/8")	s (cm)
Franja de Columna Exterior								
Negativo exterior	1.06	135	17.00	2.72	0.0018	4.131	6	@ 22
Positivo	1.29	135	17.00	3.31	0.0018	4.131	6	@ 22
Negativo interior	1.83	135	17.00	4.69	0.0018	4.131	6	@ 22
Positivo	0.96	135	17.00	2.46	0.0018	4.131	6	@ 22
Franja Central Exterior								
Negativo exterior	1.28	450	17.00	0.98	0.0018	13.77	19	@ 23
Positivo	4.13	450	17.00	3.18	0.0018	13.77	19	@ 23
Negativo interior	5.89	450	17.00	4.53	0.0018	13.77	19	@ 23
Positivo	3.08	450	17.00	2.37	0.0018	13.77	19	@ 23
Franja de Columna Interior								
Negativo exterior	1.97	260	17.00	2.62	0.0018	7.956	11	@ 23
Positivo	2.07	260	17.00	2.75	0.0018	7.956	11	@ 23
Negativo interior	3.11	260	17.00	4.14	0.0018	7.956	11	@ 23
Positivo	1.76	260	17.00	2.34	0.0018	7.956	11	@ 23
Franja Central Interior								
Negativo exterior	1.72	450	17.00	1.32	0.0018	13.77	19	@ 23
Positivo	6.66	450	17.00	5.12	0.0018	13.77	19	@ 23
Negativo interior	9.97	450	17.00	7.67	0.0022	16.83	24	@ 18
Positivo	5.64	450	17.00	4.34	0.0018	13.77	19	@ 23

MÉTODO DEL PORTICO EQUIVALENTE

DIRECCIÓN E-W (LUZ DE 7.50 M)

Ubicación	M _u (t-m)	b (cm)	d(cm)	K _u	ρ	A _s (cm ²)	# (Ø3/8")	s (cm)
Franja de Columna Exterior								
Negativo exterior	1.50	135	16.05	4.31	0.0018	3.90015	5	@ 27
Positivo	1.98	135	16.05	5.69	0.0018	3.90015	5	@ 27
Negativo interior	2.99	135	16.05	8.60	0.0025	5.416875	8	@ 16
Positivo	1.51	135	16.05	4.34	0.0018	3.90015	5	@ 27
Franja Central Exterior								
Negativo exterior	1.26	300	16.05	1.63	0.0018	8.667	12	@ 25
Positivo	3.10	300	16.05	4.01	0.0018	8.667	12	@ 25
Negativo interior	4.68	300	16.05	6.06	0.0018	8.667	12	@ 25
Positivo	2.36	300	16.05	3.05	0.0018	8.667	12	@ 25
Franja de Columna Interior								
Negativo exterior	3.25	260	16.05	4.85	0.0018	7.5114	11	@ 23
Positivo	3.10	260	16.05	4.63	0.0018	7.5114	11	@ 23
Negativo interior	4.90	260	16.05	7.32	0.0023	9.5979	14	@ 18
Positivo	2.65	260	16.05	3.96	0.0018	7.5114	11	@ 23
Franja Central Interior								
Negativo exterior	2.00	300	16.05	2.59	0.0018	8.667	12	@ 25
Positivo	4.85	300	16.05	6.28	0.0018	8.667	12	@ 25
Negativo interior	7.67	300	16.05	9.92	0.0029	13.9635	20	@ 15
Positivo	4.15	300	16.05	5.37	0.0018	8.667	12	@ 25



CAPÍTULO VI

ANÁLISIS COMPARATIVO DE LOS RESULTADOS DE LOS MÉTODOS.



CAPITULO V: ANÁLISIS COMPARATIVO DE LOS RESULTADOS DE LOS MÉTODOS.

**LOSA ARMADA EN DOS DIRECCIONES CON VIGAS DE BORDE
COMPARACIÓN ENTRE LOS MOMENTOS OBTENIDOS EN LA LOSA
POR LOS METODOS DEL DISEÑO DEL CODIGO ACI 318S-11
DIRECCIÓN N-S (LUZ DE 6.00 M)**

UBICACIÓN	ANCHO DE LA FRANJA DE DISEÑO (m)	METODO DISEÑO DIRECTO Mu (t-m)	M. PORTICO EQUIVALENTE Mu (t-m)
FRANJA DE COLUMNA EXTERIOR			
LUZ EXTREMA			
Negativo exterior	1.35	0.52	1.06
Positivo	1.35	1.48	1.29
Negativo interior	1.35	1.82	1.83
LUZ INTERIOR			
Negativo	1.35	1.69	1.66
Positivo	1.35	0.91	0.96
FRANJA CENTRAL EXTERIOR			
LUZ EXTREMA			
Negativo exterior	4.50	0.63	1.28
Positivo	4.50	4.76	4.13
Negativo interior	4.50	5.85	5.89
LUZ INTERIOR			
Negativo	4.50	5.43	5.34
Positivo	4.50	2.93	3.08
FRANJA DE COLUMNA INTERIOR			
LUZ EXTREMA			
Negativo exterior	2.60	0.96	1.97
Positivo	2.60	2.60	2.07
Negativo interior	2.60	3.20	3.11
LUZ INTERIOR			
Negativo	2.60	2.97	2.85
Positivo	2.60	1.60	1.76
FRANJA CENTRAL INTERIOR			
LUZ EXTREMA			
Negativo exterior	4.50	0.83	1.72
Positivo	4.50	8.35	6.66
Negativo interior	4.50	10.26	9.97
LUZ INTERIOR			
Negativo	4.50	9.53	9.14
Positivo	4.50	5.13	5.64



**LOSA ARMADA EN DOS DIRECCIONES CON VIGAS DE BORDE
COMPARACIÓN ENTRE LOS MOMENTOS OBTENIDOS EN LA LOSA
POR LOS METODOS DEL DISEÑO DEL CODIGO ACI 318S-11**

DIRECCIÓN E-W (LUZ DE 7.50 M)

UBICACIÓN	ANCHO DE LA FRANJA DE DISEÑO (m)	METODO DISEÑO DIRECTO Mu (t-m)	M. PORTICO EQUIVALENTE Mu (t-m)
FRANJA DE COLUMNA EXTERIOR			
LUZ EXTREMA			
Negativo exterior	1.35	0.74	1.50
Positivo	1.35	2.41	1.98
Negativo interior	1.35	2.96	2.99
LUZ INTERIOR			
Negativo	1.35	2.75	2.72
Positivo	1.35	1.48	1.51
FRANJA CENTRAL EXTERIOR			
LUZ EXTREMA			
Negativo exterior	3.00	0.62	1.26
Positivo	3.00	3.77	3.10
Negativo interior	3.00	4.63	4.68
LUZ INTERIOR			
Negativo	3.00	4.30	4.26
Positivo	3.00	2.32	2.36
FRANJA DE COLUMNA INTERIOR			
LUZ EXTREMA			
Negativo exterior	2.60	1.30	3.25
Positivo	2.60	4.10	3.10
Negativo interior	2.60	5.03	4.90
LUZ INTERIOR			
Negativo	2.60	4.67	4.53
Positivo	2.60	2.52	2.65
FRANJA CENTRAL INTERIOR			
LUZ EXTREMA			
Negativo exterior	3.00	0.80	2.00
Positivo	3.00	6.41	4.85
Negativo interior	3.00	7.87	7.67
LUZ INTERIOR			
Negativo	3.00	7.31	7.09
Positivo	3.00	3.93	4.15



LOSA ARMADA EN DOS DIRECCIONES CON VIGAS DE BORDE

**COMPARACIÓN ENTRE LOS MOMENTOS OBTENIDOS EN LA LOSA POR LOS METODOS DEL
DISEÑO DEL CODIGO ACI**

DIRECCIÓN N-S (LUZ DE 6.00 M)

UBICACIÓN	ANCHO DE LA FRANJA DE DISEÑO (m)	METODO DISEÑO DIRECTO		M. PORTICO EQUIVALENTE	
		M. FRANJA DE COLUMNA (t-m)	MOMENTO EN LA LOSA (t-m)	M. FRANJA DE COLUMNA (t-m)	MOMENTO EN LA LOSA (t-m)
FRANJA DE COLUMNA EXTERIOR					
LUZ EXTREMA					
Negativo exterior	1.35	3.48	0.52	7.09	1.06
Positivo	1.35	9.89	1.48	8.59	1.29
Negativo interior	1.35	12.15	1.82	12.22	1.83
LUZ INTERIOR					
Negativo	1.35	11.28	1.69	11.10	1.66
Positivo	1.35	6.08	0.91	6.41	0.96
FRANJA DE COLUMNA INTERIOR					
LUZ EXTREMA					
Negativo exterior	2.60	6.38	0.96	13.14	1.97
Positivo	2.60	17.35	2.60	13.83	2.07
Negativo interior	2.60	21.30	3.20	20.70	3.11
LUZ INTERIOR					
Negativo	2.60	19.78	2.97	18.98	2.85
Positivo	2.60	10.65	1.60	11.72	1.76



LOSA ARMADA EN DOS DIRECCIONES CON VIGAS DE BORDE

**COMPARACIÓN ENTRE LOS MOMENTOS OBTENIDOS EN LA LOSA POR LOS METODOS DEL
DISEÑO DEL CODIGO ACI**

DIRECCIÓN E-W (LUZ DE 7.50 M)

UBICACIÓN	ANCHO DE LA FRANJA DE DISEÑO (m)	METODO DISEÑO DIRECTO		M. PORTICO EQUIVALENTE	
		M. FRANJA DE COLUMNA (t-m)	MOMENTO EN LA LOSA (t-m)	M. FRANJA DE COLUMNA (t-m)	MOMENTO EN LA LOSA (t-m)
FRANJA DE COLUMNA EXTERIOR					
LUZ EXTREMA					
Negativo exterior	1.35	4.95	0.74	9.97	1.50
Positivo	1.35	16.08	2.41	13.23	1.98
Negativo interior	1.35	19.75	2.96	19.97	2.99
LUZ INTERIOR					
Negativo	1.35	18.34	2.75	18.15	2.72
Positivo	1.35	9.88	1.48	10.08	1.51
FRANJA DE COLUMNA INTERIOR					
LUZ EXTREMA					
Negativo exterior	2.60	8.67	1.30	21.67	3.25
Positivo	2.60	27.32	4.10	20.66	3.10
Negativo interior	2.60	33.55	5.03	32.70	4.90
LUZ INTERIOR					
Negativo	2.60	31.15	4.67	30.22	4.53
Positivo	2.60	16.77	2.52	17.70	2.65



LOSA ARMADA EN DOS DIRECCIONES CON VIGAS DE BORDE
COMPARACIÓN ENTRE LOS MOMENTOS OBTENIDOS EN LA VIGA POR LOS
MÉTODOS DEL DISEÑO DEL CÓDIGO ACI

DIRECCIÓN N-S (LUZ DE 6.00 M)

UBICACIÓN	MÉTODO DISEÑO DIRECTO		M. PORTICO EQUIVALENTE	
	M. FRANJA DE COLUMNA Mu (t-m)	MOMENTO EN LA VIGA Mu (t-m)	M. FRANJA DE COLUMNA (t-m) Mu	MOMENTO EN LA VIGA Mu (t-m)
FRANJA DE COLUMNA EXTERIOR				
LUZ EXTREMA				
Negativo exterior	3.48	2.96	7.09	6.03
Positivo	9.89	8.41	8.59	7.30
Negativo interior	12.15	10.33	12.22	10.39
LUZ INTERIOR				
Negativo	11.28	9.59	11.10	9.43
Positivo	6.08	5.16	6.41	5.44
FRANJA DE COLUMNA INTERIOR				
LUZ EXTREMA				
Negativo exterior	6.38	5.42	13.14	11.17
Positivo	17.35	14.75	13.83	11.76
Negativo interior	21.30	18.11	20.70	17.60
LUZ INTERIOR				
Negativo	19.78	16.81	18.98	16.13
Positivo	10.65	9.05	11.72	9.96



LOSA ARMADA EN DOS DIRECCIONES CON VIGAS DE BORDE

**COMPARACIÓN ENTRE LOS MOMENTOS OBTENIDOS EN LA VIGA POR LOS
METODOS DEL DISEÑO DEL CODIGO ACI**

DIRECCIÓN E-W (LUZ DE 7.50 M)

UBICACIÓN	METODO DISEÑO DIRECTO		M. PORTICO EQUIVALENTE	
	M. FRANJA DE COLUMNA Mu (t-m)	MOMENTO EN LA VIGA Mu (t-m)	M. FRANJA DE COLUMNA Mu (t-m)	MOMENTO EN LA VIGA Mu (t-m)
FRANJA DE COLUMNA EXTERIOR				
LUZ EXTREMA				
Negativo exterior	4.95	4.21	9.97	8.48
Positivo	16.08	13.67	13.23	11.24
Negativo interior	19.75	16.79	19.97	16.97
LUZ INTERIOR				
Negativo	18.34	15.59	18.15	15.43
Positivo	9.88	8.40	10.08	8.56
FRANJA DE COLUMNA INTERIOR				
LUZ EXTREMA				
Negativo exterior	8.67	7.37	21.67	18.42
Positivo	27.32	23.22	20.66	17.56
Negativo interior	33.55	28.52	32.70	27.79
LUZ INTERIOR				
Negativo	31.15	26.48	30.22	25.69
Positivo	16.77	14.26	17.70	15.04



CAPÍTULO VI

CONCLUSIONES



CAPITULO VI: CONCLUSIONES.

- Mediante los ejemplos resueltos para Método de Diseño Directo y Método del Pórtico Equivalente, se ha podido efectuado el análisis comparativo de los métodos de diseño del Código ACI 318S-11.
- Se ha explicado de manera ordenada los criterios y principios en los que se basa el diseño de los sistemas de losas armadas en dos direcciones mediante la resolución de los ejercicios, de esta manera los profesionales y estudiantes puedan desarrollar diseños de losa en dos direcciones siguiendo las pautas que nos indica el Código ACI.
- Una de las ventajas de usar el Método del Pórtico Equivalente es que además de obtener los momentos de diseño de la losa, obtenemos resultados para los demás elementos estructurales que lo conforman como las vigas y columnas.
- El refuerzo de la losa armada en dos direcciones con vigas obtenido a partir de los momentos de diseño resultan a veces ser menores que el mínimo especificado, esto se debe a que las vigas resisten el mayor momento (85%), mientras que la losa solo resiste el resto (15%) del momento de la franja de columna.
- Para los momentos negativos exteriores, el refuerzo, para la mayoría de los sistemas de losas armadas en dos direcciones están regidos por el refuerzo mínimo para controlar el agrietamiento.
- En el Método de Pórtico Equivalente, para el momento negativo exterior, se obtuvieron mayores momentos que para el Método Directo.



- El parámetro de rigidez torsional β_t , en el análisis en el sistema de losa con vigas, tiende a asignar todo el momento negativo exterior a la franja de columna y nada a la franja central, a menos que la rigidez a torsión de la viga, en relación con la rigidez a la flexión de la losa apoyada sea alta.
- Todos los resultados hallados por ambos métodos cumplen con los requerimientos de la norma peruana NTE E.060 Concreto Armado.



CAPÍTULO VII

RECOMENDACIONES.



CAPITULO VII: RECOMENDACIONES:

- En zonas sísmicas, como Perú, no es recomendable el uso de losas planas sin vigas, ya que por el excesivo esfuerzo de corte que se concentra en las conexiones losa-columna, estas podrían fallar.
- Si para un pórtico equivalente se quisiera analizar antes cargas horizontales, la principal dificultad sería en modelar la rigidez de la región en las conexiones viga – losa – columna. La transferencia de fuerzas en esta región compromete efectos de flexión, torsión cortante y fuerza axial, además de los efectos de agrietamiento del concreto que reduce la rigidez.
- Se recomienda avisar al diseñador que el problema fundamental respecto a la seguridad de un sistema de losas es la transmisión de la carga de la losa a las columnas por flexión, torsión y corte.
- Se recomienda, en el caso de tener las vigas y columnas diseñadas, usar el Método de Diseño Directo para el diseño de la losa, ya que por la flexibilidad del método se permiten obtener resultados aceptables en comparación al Método del Pórtico Equivalente, donde se consideran los efectos de rigidez de los apoyos y más parámetros que hacen que el método sea más complejo.

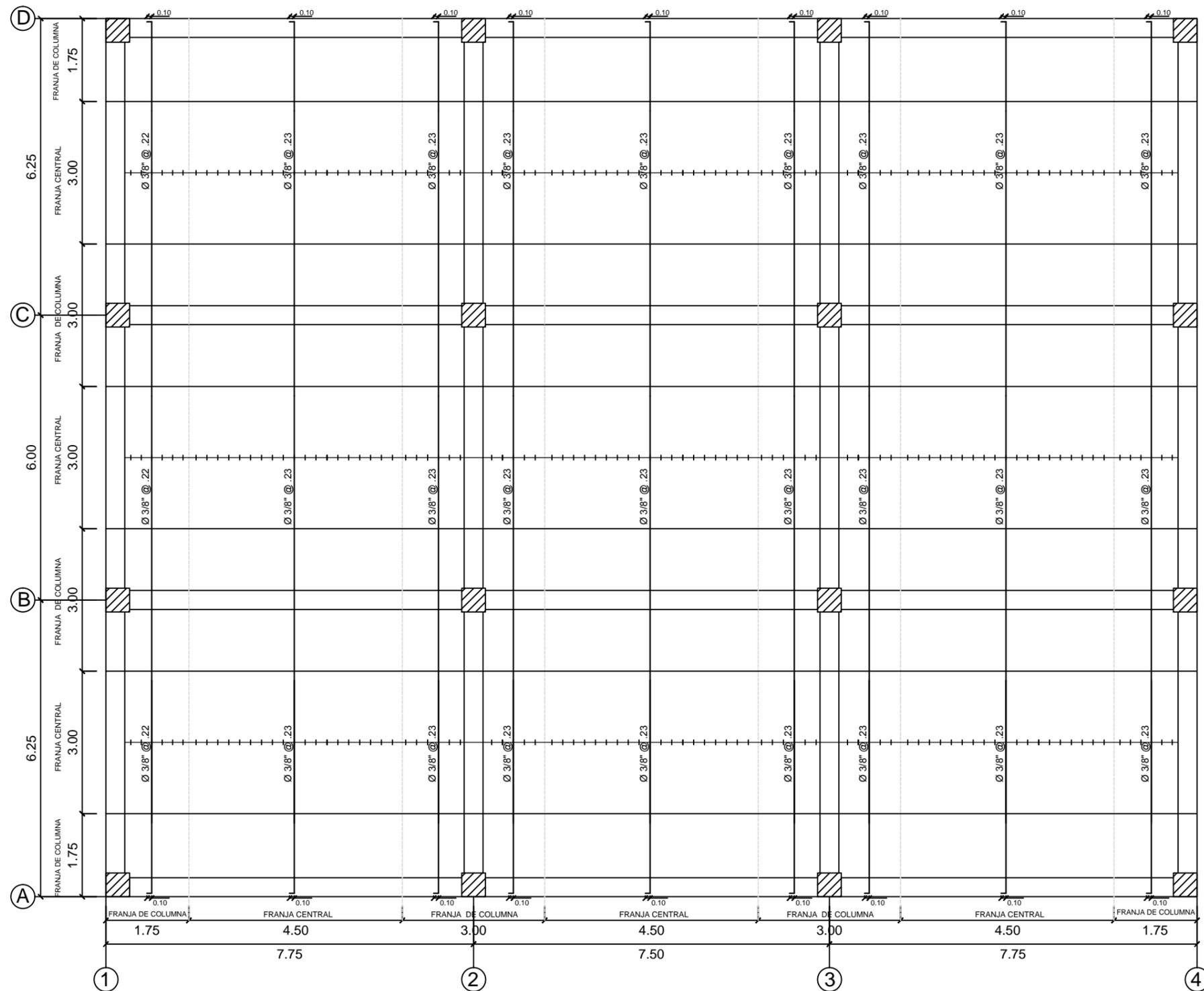


REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS

1. Requisitos de Reglamento para Concreto Estructural (ACI 318S-11) y Comentario (ACI 318SR-11), American Concrete Institute, Farmington Hills, Michigan 2011.
2. James K. Wigth, James G. MacGregor “Reinforced Concrete, Mechanics & Design” Editorial Pearson, sexta edición.
3. Teodoro Harmsen “Diseño de Estructuras de Concreto Armado”, Cuarta Edición, PUCP.
4. Arthur Nilson “Diseño de Estructuras de Concreto”. Duodécima Edición, Mc Graw Hill. 1997
5. S. Timoshenko y S.Woinowsky-Krieger, “Theory of plates and shells”, 2da edición, McGraw Hill New York. 1959.
6. Reglamento CIRSOC 201, edición Julio 2005, Argentina.
7. R.Park y T.Paulay “Estructuras de Concreto Armado”, Editorial Limusa.



ANEXOS PLANOS



**REFUERZO POSITIVO DIRECCION N-S
DETALLE ARMADURA INFERIOR**

ESPECIFICACIONES

CONCRETO ARMADO

CALIDAD DEL CONCRETO:

ELEMENTO	RESISTENCIA A COMPRESION DE CILINDROS A LOS 28 DIAS, f_c	TAMANO MAXIMO DEL AGREGADO
COLUMNAS	280 kg/cm ²	1"
LOSA MACIZA 20 cm. Y VIGAS	280 kg/cm ²	1"
LOSAS DE PISO Y TECHO DE CTOS DE MÁQUINAS	280 kg/cm ²	1"

ACERO DE REFUERZO

REFUERZO	CALIDAD	RESISTENCIA A LA FLUENCIA, f_y
ACERO LONGITUDINAL	ASTM A615 - GRADO 60	4200 kg/cm ²
ESTRIBOS	ASTM A615 - GRADO 60	4200 kg/cm ²

RECUBRIMIENTOS

LOS RECUBRIMIENTOS LIBRES DEL REFUERZO (MEDIDOS DESDE ESTRIBOS Y VARILLAS DE CONFINAMIENTO) SERAN LOS SIGUIENTES, A MENOS QUE SE ESPECIFIQUE LO CONTRARIO EN PLANOS Y DETALLES:

ELEMENTO	RECUBRIMIENTO
ZAPATAS	7.0 cm
MUROS Y LOSAS EN CONTACTO CON AGUA Y/O TERRENO	4.0cm EN CARA HUMEDA Y/O CON TERRENO 2.0 ó 3.0cm EN CARA SECA
MUROS Y LOSAS	2.0cm (En caso de muros puede ser 3.0cm)
COLUMNAS	4.0cm
VIGAS	4.0cm

ALBAÑILERIA PARA TABIQUERIA

LADRILLO TIPO IV

$f'm = 65 \text{ Kg/cm}^2$ (KK 18 HUECOS)

TIPO DE MORTERO 1:4

JUNTAS ENTRE HILADAS DE 1cm.

UNIVERSIDAD PRIVADA DE TACNA

BACHILLER:

ALESSANDRA REYES FRISANCHO

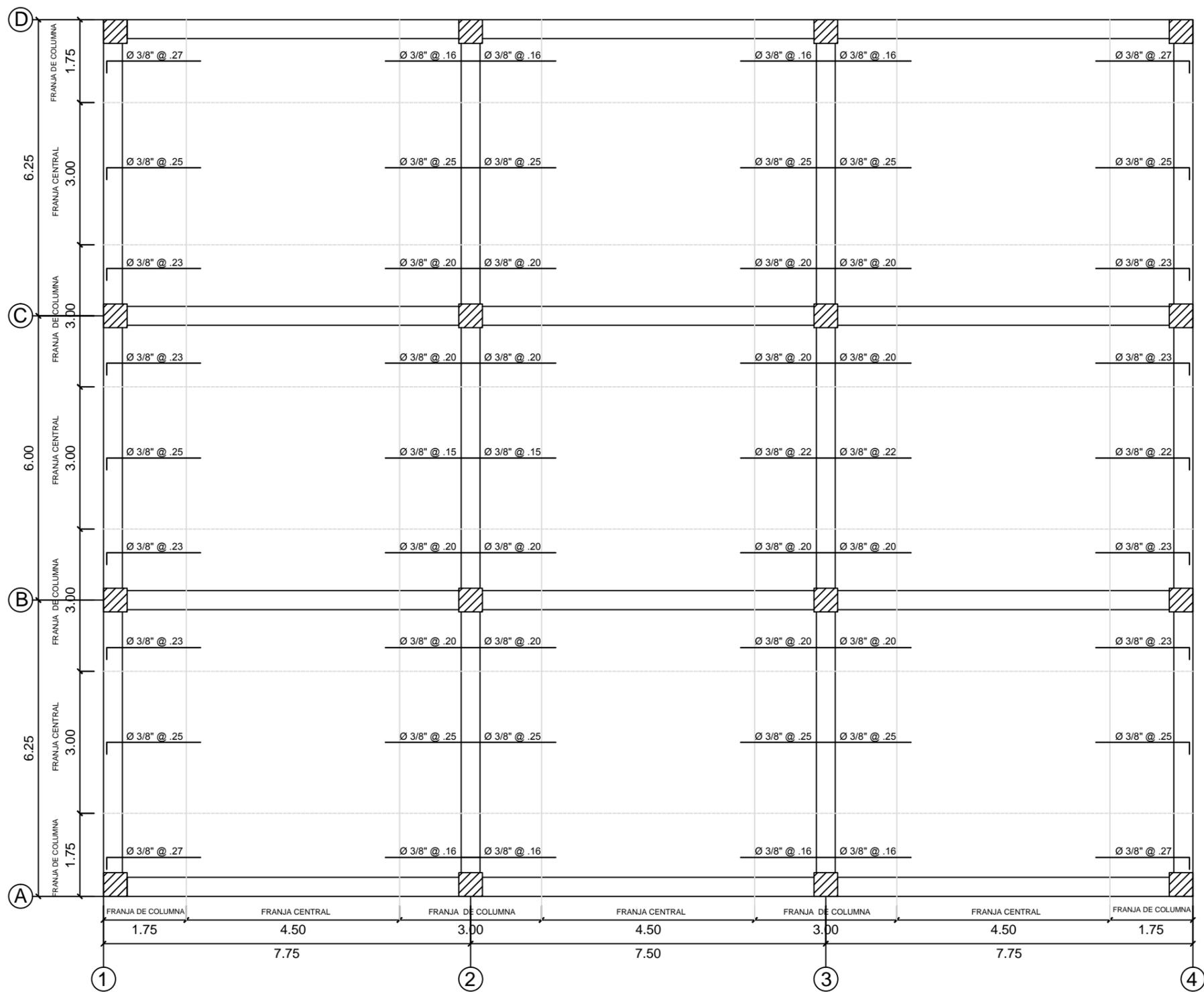
TEMA:

ANÁLISIS Y DISEÑO DE LOSAS BIDIRECCIONALES
SEGÚN EL CÓDIGO ACI 318S-11

PLANO:

DETALLE DE ARMADURA
INFERIOR DIRECCION N-S

E-02



**REFUERZO NEGATIVO DIRECCION E-W
DETALLE ARMADURA SUPERIOR**

ESPECIFICACIONES

CONCRETO ARMADO
CALIDAD DEL CONCRETO:

ELEMENTO	RESISTENCIA A COMPRESION DE CILINDROS A LOS 28 DIAS, f_c	TAMANO MAXIMO DEL AGREGADO
COLUMNAS	280 kg/cm ²	1"
LOSA MACIZA 20 cm. Y VIGAS	280 kg/cm ²	1"
LOSAS DE PISO Y TECHO DE CTOS DE MÁQUINAS	280 kg/cm ²	1"

ACERO DE REFUERZO

REFUERZO	CALIDAD	RESISTENCIA A LA FLUENCIA, f_y
ACERO LONGITUDINAL	ASTM A615 - GRADO 60	4200 kg/cm ²
ESTRIBOS	ASTM A615 - GRADO 60	4200 kg/cm ²

RECUBRIMIENTOS

LOS RECUBRIMIENTOS LIBRES DEL REFUERZO (MEDIDOS DESDE ESTRIBOS Y VARILLAS DE CONFINAMIENTO) SERAN LOS SIGUIENTES, A MENOS QUE SE ESPECIFIQUE LO CONTRARIO EN PLANOS Y DETALLES:

ELEMENTO	RECUBRIMIENTO
ZAPATAS	7.0 cm
MUROS Y LOSAS EN CONTACTO CON AGUA Y/O TERRENO	4.0cm EN CARA HUMEDA Y/O CON TERRENO 2.0 ó 3.0cm EN CARA SECA
MUROS Y LOSAS	2.0cm (En caso de muros puede ser 3.0cm)
COLUMNAS	4.0cm
VIGAS	4.0cm

ALBAÑILERIA PARA TABIQUERIA

LADRILLO TIPO IV
 $f'm = 65 \text{ Kg/cm}^2$ (KK 18 HUECOS)
TIPO DE MORTERO 1:4 JUNTAS ENTRE HILADAS DE 1cm.

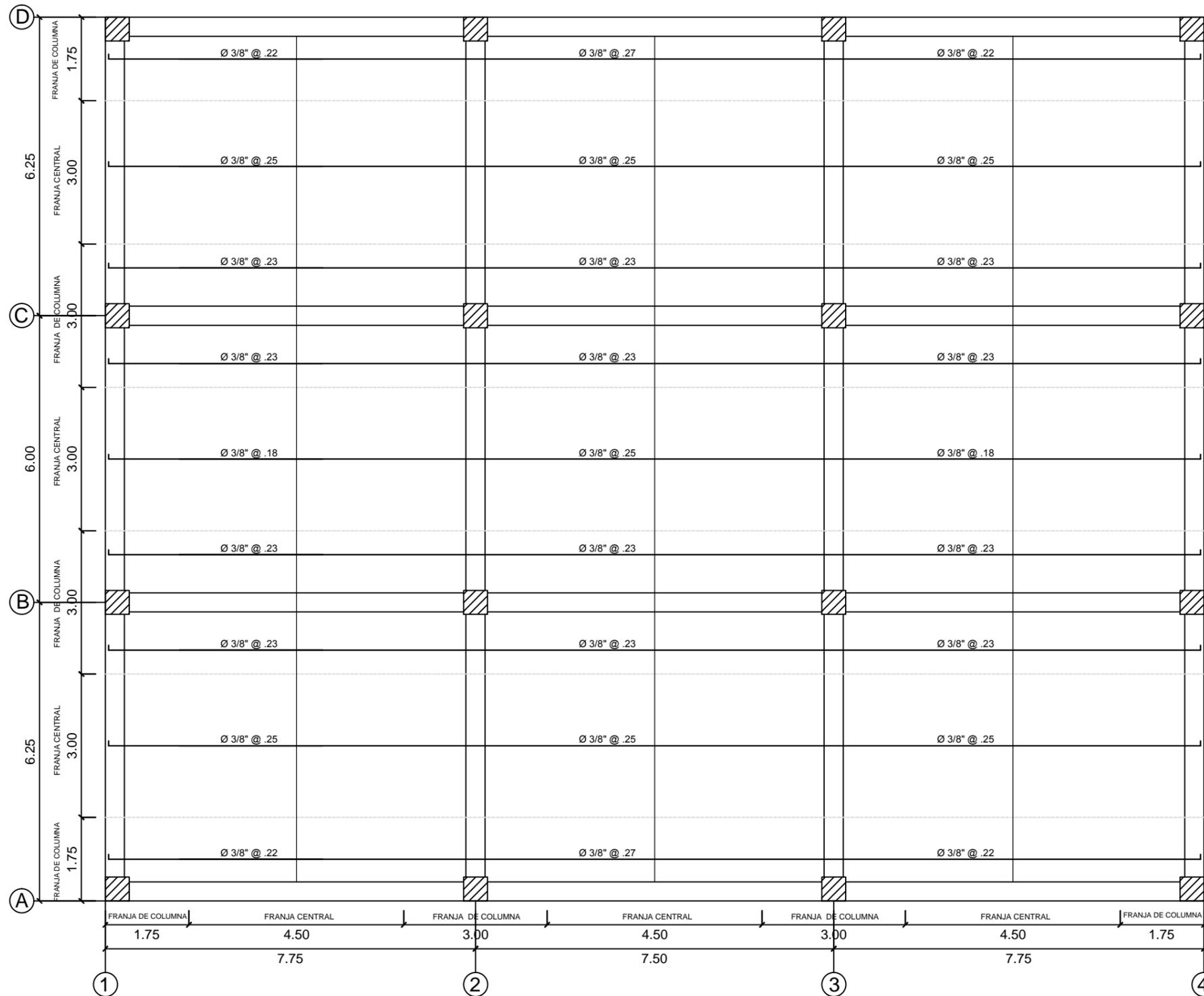
UNIVERSIDAD PRIVADA DE TACNA

BACHILLER:
ALESSANDRA REYES FRISANCHO

TEMA:
ANÁLISIS Y DISEÑO DE LOSAS BIDIRECCIONALES SEGÚN EL CÓDIGO ACI 318S-11

PLANO: DETALLE DE ARMADURA SUPERIOR DIRECCION E-W

E-03



**REFUERZO POSITIVO DIRECCION E-W
DETALLE ARMADURA INFERIOR**

ESPECIFICACIONES

CONCRETO ARMADO

CALIDAD DEL CONCRETO:

ELEMENTO	RESISTENCIA A COMPRESION DE CILINDROS A LOS 28 DIAS, f_c	TAMANO MAXIMO DEL AGREGADO
COLUMNAS	280 kg/cm ²	1"
LOSA MACIZA 20 cm. Y VIGAS	280 kg/cm ²	1"
LOSAS DE PISO Y TECHO DE CTOS DE MÁQUINAS	280 kg/cm ²	1"

ACERO DE REFUERZO

REFUERZO	CALIDAD	RESISTENCIA A LA FLUENCIA, f_y
ACERO LONGITUDINAL	ASTM A615 - GRADO 60	4200 kg/cm ²
ESTRIBOS	ASTM A615 - GRADO 60	4200 kg/cm ²

RECUBRIMIENTOS

LOS RECUBRIMIENTOS LIBRES DEL REFUERZO (MEDIDOS DESDE ESTRIBOS Y VARILLAS DE CONFINAMIENTO) SERAN LOS SIGUIENTES, A MENOS QUE SE ESPECIFIQUE LO CONTRARIO EN PLANOS Y DETALLES:

ELEMENTO	RECUBRIMIENTO
ZAPATAS	7.0 cm
MUROS Y LOSAS EN CONTACTO CON AGUA Y/O TERRENO	4.0cm EN CARA HUMEDA Y/O CON TERRENO 2.0 ó 3.0cm EN CARA SECA
MUROS Y LOSAS	2.0cm (En caso de muros puede ser 3.0cm)
COLUMNAS	4.0cm
VIGAS	4.0cm

ALBAÑILERIA PARA TABIQUERIA

LADRILLO TIPO IV

$f'm = 65 \text{ Kg/cm}^2$ (KK 18 HUECOS)

TIPO DE MORTERO 1:4

JUNTAS ENTRE HILADAS DE 1cm.

UNIVERSIDAD PRIVADA DE TACNA

BACHILLER:

ALESSANDRA REYES FRISANCHO

TEMA:

ANÁLISIS Y DISEÑO DE LOSAS BIDIRECCIONALES SEGÚN EL CÓDIGO ACI 318S-11

PLANO:

DETALLE DE ARMADURA INFERIOR DIRECCION E-W

E-04