

**UNIVERSIDAD PRIVADA DE TACNA**

FACULTAD DE INGENIERÍA  
ESCUELA PROFESIONAL DE INGENIERÍA CIVIL



**“DIAGRAMA DE MOMENTO DE CURVATURA DE  
ELEMENTOS DE CONCRETO ARMADO DE  
SECCION RECTANGULAR”**

**TESIS PRESENTADO POR:**

**Gina Alminda Miranda Granda**

**Lilia Carolina Cruz Rosales**

**TACNA – PERÚ**

**2016**

## PRESENTACIÓN

### **Señores:**

Dando cumplimiento al Reglamento de Grados y Títulos de la Universidad Privada de Tacna, para optar el Título Profesional de Ingeniero Civil, es grato poner a vuestra consideración, la presente tesis titulada: “ESTUDIO DIAGRAMA DE MOMENTO DE CURVATURA DE ELEMENTOS DE CONCRETO ARMADO DE SECCIÓN RECTANGULAR”

El propósito principal del trabajo de investigación es elaborar una guía de aplicación de la relación momento – curvatura de secciones rectangulares de concreto armado, de manera que los estudiantes de la carrera profesional de ingeniería civil comprendan el comportamiento de la misma; es así que a partir de este análisis los estudiantes estarán en capacidad de diseñar de mejor manera los elementos estructurales, así también como la aplicación de softwares (SAP2000 Y ETABS) que ayudará a comprobar los resultados que se hallaron manualmente.

Cualquiera que sea la metodología de diseño sismo resistente que se emplee, requiere como fundamento el entendimiento del desempeño estructural individual y en conjunto de cada una de las secciones que conforman una estructura de concreto armado, conocimiento que debe ser puesto al alcance de los estudiantes.

Tratamos de que estudiantes, profesores y profesionales de la carrera de Ingeniería Civil tengan un conocimiento completo de los fundamentos de concreto armado, ya que este antecedente es esencial para comprender extensa y adecuadamente los códigos de construcción y procedimientos de diseño.

La base fundamental para el estudio del desempeño son los diagramas de Momentos de Curvatura y en esta tesis se verán los siguientes casos:

### Para el Concreto:

El Modelo de Hognestad

El Modelo de Mander

## ÍNDICE

### **CAPITULO 1: PROBLEMA, OBJETIVO, JUSTIFICACIÓN Y METODOLOGÍA DE LA INVESTIGACIÓN**

1.1.1.2	<b>Planteamiento del Problema</b> .....	1
1.1.1	Formulación del Problema.....	2
1.1.1.3	Problema Principal.....	2
1.1.1.4	Problema Secundario.....	2
<b>1.2</b>	<b>Objetivos de la investigación</b> .....	<b>2</b>
1.2.1	Objetivo	
	General.....	2
1.2.2	Objetivos Específicos.....	3
<b>1.3</b>	<b>Justificación de la Investigación</b> .....	<b>3</b>
<b>1.4</b>	<b>Metodología de la Investigación</b> .....	<b>4</b>
1.4.1	Formulación de la Hipótesis.....	4
1.4.2	Designación de elementos de Concreto Armado.....	4
1.4.3	Desarrollo de ejercicios aplicativos de Modelos Matemáticos.....	6
1.4.4	Análisis y desglose de fórmulas que intervienen en las Gráficas de los Diagramas.....	6
1.4.5	Análisis de las Gráficas.....	6

### **CAPITULO 2: MARCO TEÓRICO Y CONCEPTUAL**

<b>2.1</b>	<b>Marco teórico</b> .....	<b>7</b>
2.1.1	Propiedades de los materiales en secciones de concreto reforzado.....	7
2.1.2	Módulo de elasticidad.....	7
2.1.3	Concreto no confinado.....	7
2.1.4	Concreto confinado.....	8
2.1.5	Acero de refuerzo en estructuras de concreto.....	9
2.1.6	Aplicaciones de la Relación Momento De Curvatura.....	10
2.1.7	Modelos Analíticos de las Curvas Esfuerzo – Deformación para el Concreto y el Acero.....	11
2.1.7.1	Modelos Analíticos para el Concreto.....	12
2.1.7.1.1	Modelo de Hognestad.....	12
2.1.7.1.2	Modelo de Mander.....	12
2.1.7.1.3	Modelo de Kent Park.....	13
2.1.7.1.4	Modelo de Ceb.....	14
2.1.7.2	Modelos Analíticos para el Acero.....	14
2.1.7.2.1	Modelo Elastoplástico.....	15
2.1.7.2.2	Modelo Trilineal.....	15

### **CAPITULO 3: DESARROLLO DE EJERCICIOS MANUALMENTE**

3.1. Desarrollo de Ejercicios Manualmente (Método de Hognestad y Mander).....	16
Ejercicio 1: Modelo Hognestad para el concreto viga no confinada ( $f'c=210$ kg/cm <sup>2</sup> ; $f'y=2530$ kg/cm <sup>2</sup> ).....	16
Ejercicio 2: Modelo Hognestad para el concreto viga no confinada ( $f'c=210$ kg/cm <sup>2</sup> ; $f'y=3515$ kg/cm <sup>2</sup> ).....	24
Ejercicio 3: Modelo Hognestad para el concreto viga no confinada ( $f'c=210$ kg/cm <sup>2</sup> ; $f'y=4200$ kg/cm <sup>2</sup> ).....	33
Comparación de diagramas de curvatura Modelo Hognestad para el concreto viga no confinada.....	42
Ejercicio 4: Modelo Hognestad para el concreto viga no confinada ( $f'c=175$ kg/cm <sup>2</sup> ; $f'y=4200$ kg/cm <sup>2</sup> ).....	42
Ejercicio 5: Modelo Hognestad para el concreto viga no confinada ( $f'c=210$ kg/cm <sup>2</sup> ; $f'y=4200$ kg/cm <sup>2</sup> ).....	51
Ejercicio 6: Modelo Hognestad para el concreto viga no confinada ( $f'c=300$ kg/cm <sup>2</sup> ; $f'y=4200$ kg/cm <sup>2</sup> ).....	61
Comparación de diagramas de curvatura Modelo Hognestad para el concreto viga no confinada.....	70
Ejercicio 1: Modelo Hognestad para el concreto columna no confinada ( $P=100$ Tn ; $f'c=210$ kg/cm <sup>2</sup> ; $f'y=4200$ kg/cm <sup>2</sup> ).....	70
Ejercicio 2: Modelo Hognestad para el concreto columna no confinada ( $P=80$ Tn ; $f'c=210$ kg/cm <sup>2</sup> ; $f'y=4200$ kg/cm <sup>2</sup> ).....	80
Ejercicio 3: Modelo Hognestad para el concreto columna no confinada ( $P=60$ Tn ; $f'c=210$ kg/cm <sup>2</sup> ; $f'y=4200$ kg/cm <sup>2</sup> ).....	89
Ejercicio 4: Modelo Hognestad para el concreto columna no confinada ( $P=40$ Tn ; $f'c=210$ kg/cm <sup>2</sup> ; $f'y=4200$ kg/cm <sup>2</sup> ).....	98
Ejercicio 5: Modelo Hognestad para el concreto columna no confinada ( $P=20$ Tn ; $f'c=210$ kg/cm <sup>2</sup> ; $f'y=4200$ kg/cm <sup>2</sup> ).....	107
Ejercicio 6: Modelo Hognestad para el concreto columna no confinada ( $P=0$ Tn ; $f'c=210$ kg/cm <sup>2</sup> ; $f'y=4200$ kg/cm <sup>2</sup> ).....	116
Comparación de diagramas de curvatura Modelo Hognestad para el concreto columna no confinada.....	126
Ejercicio 1: Modelo de Mander para el concreto viga confinada ( $f'c=210$ kg/cm <sup>2</sup> ; $f'y=2530$ kg/cm <sup>2</sup> ).....	126
Ejercicio 2: Modelo de Mander para el concreto viga confinada ( $f'c=210$ kg/cm <sup>2</sup> ; $f'y=3515$ kg/cm <sup>2</sup> ).....	134
Ejercicio 3: Modelo de Mander para el concreto viga confinada ( $f'c=210$ kg/cm <sup>2</sup> ; $f'y=4200$ kg/cm <sup>2</sup> ).....	141
Comparación de diagramas de curvatura Modelo de Mander para el concreto viga confinada.....	149

Ejercicio 4: Modelo de Mander para el concreto viga confinada ( $f'c=175$ kg/cm <sup>2</sup> ; $f'y=4200$ kg/cm <sup>2</sup> ).....	149
Ejercicio 5: Modelo de Mander para el concreto viga confinada ( $f'c=210$ kg/cm <sup>2</sup> ; $f'y=4200$ kg/cm <sup>2</sup> ).....	156
Ejercicio 6: Modelo de Mander para el concreto viga confinada ( $f'c=300$ kg/cm <sup>2</sup> ; $f'y=4200$ kg/cm <sup>2</sup> ).....	164
Comparación de diagramas de curvatura Modelo de Mander para el concreto viga confinado.....	172
Ejercicio 1: Cálculo de ductilidad de secciones de viga de concreto no confinado.....	172
Ejercicio 2: Cálculo de ductilidad de secciones de viga de concreto no confinado.....	176
Ejercicio 3: Cálculo de ductilidad de secciones de viga de concreto no confinado.....	182
Comparación de diagramas de cálculo de ductilidad.....	186

#### **CAPITULO 4: DESARROLLO DE EJERCICIOS APLICANDO SOFTWARE**

Desarrollo de Ejercicios Aplicando Softwares (Programas Computarizados de SAP 200 y ETABS)..	187
Ejercicio 01: Modelo de Mander- Viga Confinado ( $f'c=210$ kg/cm <sup>2</sup> ; $f'y=4200$ kg/cm <sup>2</sup> ).....	187
Ejercicio 02: Modelo de Hognested - Viga No Confinada ( $f'c=175$ kg/cm <sup>2</sup> ; $f'y=4200$ kg/cm <sup>2</sup> ).....	190
Ejercicio 03: Modelo de Hognested - Viga No Confinada ( $f'c=210$ kg/cm <sup>2</sup> ; $f'y=4200$ kg/cm <sup>2</sup> ).....	194
Ejercicio 04: Modelo de Hognested - Viga No Confinada ( $f'c=300$ kg/cm <sup>2</sup> ; $f'y=4200$ kg/cm <sup>2</sup> ).....	199
Ejercicio 05: Modelo de Hognested - Columna No Confinada ( $f'c=300$ kg/cm <sup>2</sup> ; $f'y=4200$ kg/cm <sup>2</sup> ; $P=100$ Tn) .	204
Ejercicio 06: Modelo de Hognested - Columna No Confinada ( $f'c=300$ kg/cm <sup>2</sup> ; $f'y=4200$ kg/cm <sup>2</sup> ; $P=0$ Tn).....	207

#### **CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES**

<b>Conclusiones</b> .....	210
<b>Recomendaciones</b> .....	212
<b>Bibliografía</b> .....	213

## RESUMEN

La tesis se basó en ejercicios desarrollado manualmente y con software con la finalidad de conocer el comportamiento estructural mediante el diagrama de momentos de curvatura, y poder obtener valores de ductilidad, esfuerzo, deformaciones hasta carga máxima con el fin que se pueda diseñar estructuras reforzadas y que tengan un buen desempeño sísmico.

En el capítulo 1 se formuló el planteamiento del problema, e objetivo de la investigación de la presente tesis, la justificación de la investigación y la metodología por la cual se elaboró la tesis.

En el capítulo 2 se recopiló información referente; es decir el fundamento teórico que sirvió como base para la realización del marco teórico, donde explica los diferentes modelos matemáticos para el concreto aplicado al diagrama de momento de curvatura.

En el capítulo 3 se desarrolló ejercicio manualmente y se tomó diferentes valores para la resistencia de compresión del concreto ( $f_c$ ) y para la resistencia a tracción del acero ( $f_y$ ) dando como resultando cuadros comparativos de análisis según los modelos de Hognestad y Mander.

El capítulo 4 se desarrolló ejercicio con software (Sap 2000 y Etabs) y se tomó diferentes valores para la resistencia de compresión del concreto ( $f_c$ ) y para la resistencia a tracción del acero ( $f_y$ ) dando como resultando cuadros comparativos de análisis según los Modelos analíticos de Hognestad y Mander.

Se realizó las conclusiones por medio de cuadros comparativos entre ejercicios desarrollados manualmente y software para los diferentes casos de modelos analíticos para el concreto.

## **CAPÍTULO 1: PROBLEMA, OBJETIVO, JUSTIFICACIÓN Y METODOLOGÍA DE LA INVESTIGACIÓN**

### **1.1. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA**

A nivel nacional las distintas Facultades y Escuelas de Ingeniería Civil, en muchos de los casos se encuentran investigando sobre el tema del desempeño estructural utilizando metodologías puestas a consideración de la clase investigadora, sin embargo muy poco han llegado en forma general estos conocimientos al sector estudiantil.

Cualquiera que sea la metodología de diseño sismo resistente que se emplee, requiere como fundamento el entendimiento del desempeño estructural individual y en conjunto de cada una de las secciones que conforman una estructura de concreto, conocimiento que debe ser puesto al alcance de los estudiantes.

#### **1.1.1. FORMULACIÓN DEL PROBLEMA**

##### **1.1.1.1. PROBLEMA PRINCIPAL**

¿Qué Modelo es más práctico y eficiente para hallar del Diagrama Momento – Curvatura de una sección rectangular?

##### **1.1.1.2. PROBLEMA SECUNDARIO**

¿Por qué es necesario que en Pre- Grado se enseñe “Diagrama de Momentos de Curvatura para diferentes elementos estructurales”?

¿Cuál es la relación esfuerzo deformación del concreto?

¿Cuál es la utilidad de los diagramas momento – curvatura?

¿Qué es la relación momento – curvatura?

### **1.2. OBJETIVOS DE LA INVESTIGACIÓN**

#### **1.2.1. OBJETIVO GENERAL**

Determinar la utilidad de los diagramas Momento – Curvatura, conociendo el comportamiento en flexión y flexo compresión de los elementos estructurales de vigas y columnas.

#### **1.2.2. OBJETIVOS ESPECÍFICOS**

- Conocer la importancia de la curva esfuerzo - deformación para el concreto
- Determinar los valores de Ductilidad para vigas y columnas, variando el ( $f'c$ ) y ( $f'y$ ).

- Realizar la comparación de resultados de ejercicios desarrollados manualmente y con Software para el diagrama Momento de Curvatura de elementos de concreto armado.
- Que a partir del análisis desarrollado, los alumnos de Pre Grado, estén en capacidad de diseñar de mejor manera los elementos estructurales.

### 1.3. JUSTIFICACIÓN DE LA INVESTIGACIÓN:

El presente proyecto de investigación tiene la finalidad de recabar el fundamento teórico acerca del análisis de secciones de concreto armado con el objetivo de llegar al entendimiento de su verdadero comportamiento y su desempeño estructural.

Es conveniente tanto a la comunidad académica de Ingeniería Civil, para incentivar a que se realicen futuros estudios e investigaciones de la Ingeniería Estructural en la ciudad de Tacna, mejorando así globalmente el conocimiento de Modos y Criterios de falla para Vigas y Columnas, mediante los Diagramas de Esfuerzo y Deformación del Concreto.

### 1.4. METODOLOGÍA DE LA INVESTIGACIÓN

#### 1.4.1. FORMULACIÓN DE LA HIPÓTESIS

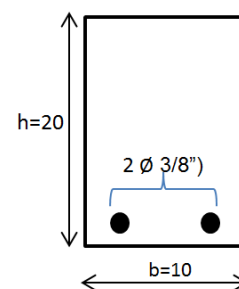
Se requiere estudiar una serie de Métodos ya mencionados para el concreto, obteniendo el Diagrama de Momentos de Curvatura de los elementos estructurales; que es de mucha importancia que se enseñe en Pre Grado para que los alumnos puedan aplicarlo en sus proyectos, si desean especializarse en estructuras y logren ser competitivos en el campo profesional.

#### 1.4.2. DESIGNACIÓN DE ELEMENTOS DE CONCRETO ARMADO

Para el desarrollo de ejercicios se utilizarán vigas y columnas, de las siguientes características:

- a) Columna de sección 25x50cm con acero transversal  $4\phi 5/8''$  con las siguientes resistencias de compresión y tensión:

- $F'_c= 210 \text{ kg/cm}^2$  y  $f'_y=4200 \text{ kg/cm}^2$
- $F'_c= 210 \text{ kg/cm}^2$  y  $f'_y=3515 \text{ kg/cm}^2$
- $F'_c= 210 \text{ kg/cm}^2$  y  $f'_y=2350 \text{ kg/cm}^2$
- $F'_c= 210 \text{ kg/cm}^2$  y  $f'_y=4200 \text{ kg/cm}^2$

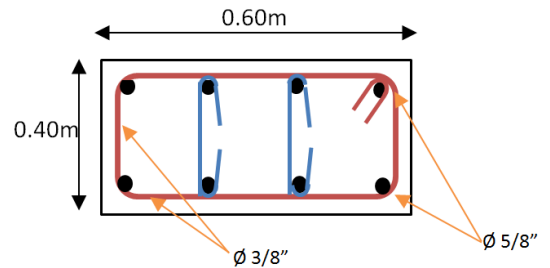




- $F'_c = 175 \text{ kg/cm}^2$  y  $f'_y = 4200 \text{ kg/cm}^2$
- $F'_c = 300 \text{ kg/cm}^2$  y  $f'_y = 4200 \text{ kg/cm}^2$

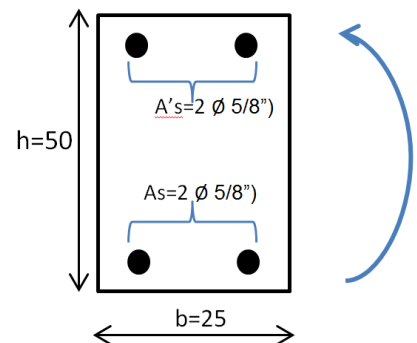
b) Viga confinada de sección 40x60cm con acero transversal  $8\phi 5/8''$  y aceros de estribo de  $\phi 3/8''$  con las siguientes resistencias de compresión y tensión:

- $F'_c = 210 \text{ kg/cm}^2$  y  $f'_y = 4200 \text{ kg/cm}^2$
- $F'_c = 210 \text{ kg/cm}^2$  y  $f'_y = 3515 \text{ kg/cm}^2$
- $F'_c = 210 \text{ kg/cm}^2$  y  $f'_y = 2350 \text{ kg/cm}^2$
- $F'_c = 210 \text{ kg/cm}^2$  y  $f'_y = 4200 \text{ kg/cm}^2$
- $F'_c = 175 \text{ kg/cm}^2$  y  $f'_y = 4200 \text{ kg/cm}^2$
- $F'_c = 300 \text{ kg/cm}^2$  y  $f'_y = 4200 \text{ kg/cm}^2$



c) Viga confinada de sección 40x60cm con acero transversal  $8\phi 5/8''$  y aceros de estribo de  $\phi 3/8''$  con las siguientes resistencias de compresión y tensión:

- $F'_c = 210 \text{ kg/cm}^2$ ,  $f'_y = 4200 \text{ kg/cm}^2$  y  $F = 0 \text{ tn}$
- $F'_c = 210 \text{ kg/cm}^2$  y  $f'_y = 4200 \text{ kg/cm}^2$  y  $F = 20 \text{ tn}$
- $F'_c = 210 \text{ kg/cm}^2$  y  $f'_y = 4200 \text{ kg/cm}^2$  y  $F = 40 \text{ tn}$
- $F'_c = 210 \text{ kg/cm}^2$  y  $f'_y = 4200 \text{ kg/cm}^2$  y  $F = 60 \text{ tn}$
- $F'_c = 210 \text{ kg/cm}^2$  y  $f'_y = 4200 \text{ kg/cm}^2$  y  $F = 80 \text{ tn}$
- $F'_c = 210 \text{ kg/cm}^2$  y  $f'_y = 4200 \text{ kg/cm}^2$  y  $F = 100 \text{ tn}$



### 1.4.3. DESARROLLO DE EJERCICIOS APLICATIVOS DE MODELOS MATEMÁTICAS

Para el Concreto en Columnas y Vigas:

- Modelo de Hognestad
- Modelo de Mander

## **CAPÍTULO 2: MARCO TEORICO Y CONCEPTUAL**

### **2.1 MARCO TEÓRICO**

#### **2.1.1 PROPIEDADES DE LOS MATERIALES EN SECCIONES DE CONCRETO Y ACERO.**

El concreto posee una gran resistencia a esfuerzos de compresión y una pequeña resistencia a esfuerzos de tensión por lo que su función es resistir los esfuerzos de compresión que se inducen en los elementos de concreto reforzado bajo las acciones de diseño, mientras que el acero tiene mayor esfuerzos a tracción y una pequeña resistencia a esfuerzos de compresión. Por lo que en elementos estructurales es necesario reforzar por medio de acero de refuerzo, de tal forma que este resista las fuerzas de tensión que se inducen en los elementos por las acciones de diseño. Para los fines de análisis y diseño de estructuras de concreto reforzado, además de la resistencia máxima a esfuerzos de compresión del concreto, es necesario conocer otras propiedades mecánicas y físicas como son las deformaciones unitarias máximas, últimas y esfuerzos de compresión  $\varepsilon_{\max}$  y  $\varepsilon_{\text{ult}}$  respectivamente, así como su módulo de elasticidad.

#### **2.1.2 MÓDULO DE ELASTICIDAD**

El Modulo de Elasticidad es la pendiente de la rama inicial de la curva esfuerzo-deformación unitaria del concreto y aumenta con la resistencia a compresión del concreto. Esta propiedad del concreto es muy importante para la predicción de las deflexiones producidas por cargas de corta duración en los elementos a flexión. Su valor es función de la resistencia del concreto a compresión y su valor suele suponerse como  $E = 15000 * \sqrt{f'_c}$ . Mientras que el módulo de elasticidad para el acero  $f_y(60)=4200$  kg/cm<sup>2</sup> es  $2 \times 10^6$ . **(Renato Fernández Girón, “Tesis de grado: estudio de relación Momento-Curvatura como herramienta para comprender el comportamiento de concreto armado, 2012).**

#### **2.1.3 CONCRETO NO CONFINADO**

El concreto no confinado, es un material que se comporta de forma adecuada a compresión, pero débil en tensión, lo que limita si aplicabilidad como material estructural. Para resistir tensiones, se emplea acero de refuerzo, generalmente en forma de barras, colocado en las zonas donde se prevé que se desarrollaran tensiones bajo las acciones de servicio. El acero restringe el desarrollo de las grietas originadas por la poca resistencia a la tracción del concreto. **(R. Park Y T. Paulay, 1986)**

La Curva esfuerzo – deformación tiene como características generales que en su rama inicial es relativamente lineal aproximadamente hasta la mitad de la resistencia máxima a compresión, después de que se supera esta primera rama, la curva tiende hacerse horizontal hasta alcanzar su resistencia máxima, mientras que las curvas de concreto de baja resistencia tienen mesetas planas y amplias después de superar la zona elástica lineal. Para el desarrollo del ejercicio para el concreto no confinado se utilizó el modelo analítica de Hognestad.

#### **2.1.4 CONCRETO CONFINADO**

Se emplea en zonas de compresión para aumentar la resistencia del elemento reforzado, para reducir las deformaciones debidas a cargas de larga duración y para proporcionar confinamiento lateral al concreto, lo que indirectamente aumenta su resistencia a la compresión. La combinación de concreto simple o no confinado con acero se llama concreto reforzado o armado.

El confinamiento del concreto lo proporciona el refuerzo transversal que rodea al núcleo de una sección, aunque en la práctica es difícil encontrar concreto no confinado se considera así si no se cumple con las separaciones máximas estipuladas para las estribos de acero.

#### **2.1.5 ACERO DE REFUERZO EN ESTRUCTURAS DE CONCRETO**

El acero de refuerzo es un material que posee una gran resistencia a tensión, cualidad por la cual se usa para resistir principalmente los esfuerzos de tensión que se inducen en los elementos estructurales de concreto reforzado por las acciones de diseño. Además, cuando los esfuerzos de compresión actuantes son grandes, comúnmente se usa refuerzo longitudinal a compresión que trabaja en conjunto con el concreto para resistirlas.

Es común que en el diseño y evaluación sistema se utilice una aproximación de la curva esfuerzo-deformación llamado “modelo elastoplástico perfecto”.

Al igual que en los modelos anteriores para la etapa de comportamiento elástico, antes de la fluencia los esfuerzos en el acero  $f_s$ , son proporcionales a las deformaciones. La simplificación en este modelo estriba principalmente en que se desprecia el

endurecimiento del acero por deformación, al considerar que el material no es capaz de tomar esfuerzos mayores al de fluencia, pero si deformaciones mayores a esta.

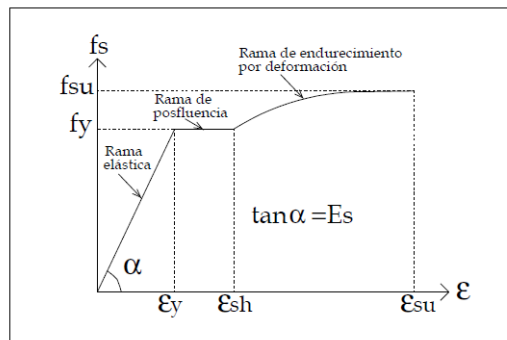
Además del modelo elastoplástico perfecto, existen algunos modelos que permiten definir la curva esfuerzo-deformación del acero a tensión en los cuales si se considera el endurecimiento por deformación. La diferencia entre los modelos existentes radica en la forma de definir la rama de endurecimiento por deformación.

La rama de endurecimiento por deformación es aquella que inicia al final de la zona de fluencia  $\epsilon_{sh}$ .

Esta zona se ubica después de la planicie de pos fluencia, el material vuelve a tener capacidad de absorber carga, esto debido al endurecimiento que sufre el acero de refuerzo. **(R. Park Y T. Paulay, 1986)**

En general la curva esfuerzo-deformación a tensión está formada por tres ramas: rama elástica lineal, rama o planicie de pos fluencia y la rama de endurecimiento por deformación. Se hace un cálculo de cuantía necesario para una sección de un elemento estructural. **(R. Park Y T. Paulay, 1986)**

Figura N° 01:  
Curva esfuerzo - deformación a tensión



Fuente: Libro de Concreto Armado- Park Paule, pág. 186

## 2.1.6 APLICACIONES DE LA RELACION DE MOMENTO DE CURVATURA

### DUCTILIDAD POR CURVATURA

La ductilidad es la capacidad que tiene un elemento de sufrir grandes deformaciones bajo cargas cercanas a la falla. Si un elemento posee poca capacidad de ductilidad de curvatura, lo más probable es que presente una falla de tipo frágil (estructura colapsara

sin tiempo de desalojar el lugar) cuando la estructura ingrese al rango no lineal. Este tipo de falla no es deseable en estructuras sismo-resistentes. Un valor alto de ductilidad de curvatura hace que la edificación dé amplia advertencia de falla en el rango no lineal; además, hará posible la redistribución de momentos y la disipación de energía. **(Renato Fernández Girón, “Tesis de grado: estudio de relación Momento- Curvatura como herramienta para comprender el comportamiento de concreto armado, 2012).**

La ductilidad del elemento se mide por medio de la relación Momento-Curvatura ( $M - \emptyset$ ) calculando la razón de ductilidad de curvatura ( $\mu_y$ ), que es el cociente entre el valor de la curvatura última ( $\emptyset_u$ ) y la curvatura cedente ( $\emptyset_y$ ) (ambos valores obtenidos a través de la curva momento-curvatura) . **(R. Park Y T. Paulay, 1986)**

La ductilidad por curvatura se define con la siguiente expresión:

$$\mu_y = \frac{\emptyset_u}{\emptyset_y}$$

### **2.1.7 MODELOS ANALITICOS DE LAS CURVAS ESFUERZO-DEFORMACION PARA EL CONCRETO Y EL ACERO**

El diagrama de Momento-Curvatura, de secciones de concreto, depende principalmente de los diagramas esfuerzo deformación de los materiales que lo conforman es decir del concreto y del acero de refuerzo. Las gráficas de esfuerzo deformación del concreto a compresión tienen una rama ascendente casi lineal cuya pendiente varía de acuerdo a la resistencia y se extiende hasta aproximadamente  $1/3 f'c$  a  $1/2 f'c$ . Posteriormente adoptan la forma de una parábola invertida cuyo vértice corresponde al esfuerzo máximo en compresión. Luego tienden a descender, hasta la ruptura. Para ello basado en ensayos de laboratorio y fórmulas matemáticas se ha llegado a diferentes modelos, los más conocidos son:

#### Para el Concreto:

- a. Modelo de Hognestad (1951)
- b. Modelo de Mander
- c. Modelo de Kent – Park
- d. Modelo europeo CEB

#### Para el Acero:

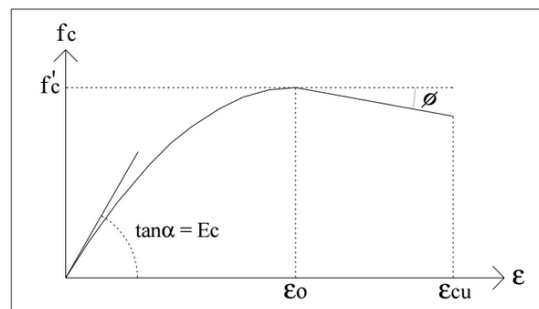
- a. Modelo Elastoplástico
- b. Modelo Trilineal

## 2.1.7.1 MODELOS ANALITICOS PARA EL CONCRETO

### 2.1.7.1.1 Modelo de Hognestad:

Es aplicable tanto para secciones circulares como para secciones rectangulares o cuadradas. La primera rama consiste en una parábola de segundo grado hasta alcanzar su resistencia máxima; después la curva desciende y esta rama se representa por medio de una recta con una pendiente " $\phi$ ". Comúnmente la deformación unitaria última o de aplastamiento del concreto  $\epsilon_{cu}$  tiene como valor más aceptado 0.0038. . (R. Park Y T. Paulay, 1986)

Figura N° 02:  
Curva esfuerzo – deformación del concreto a compresión, modelo Hognestad



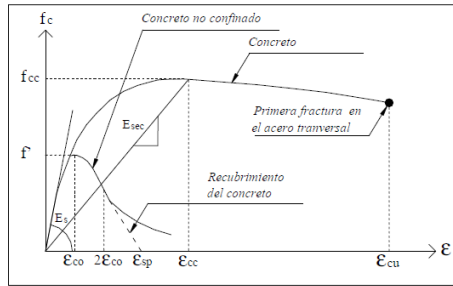
Fuente: Libro de Concreto Armado- Park Paule, pág. 211

### 2.1.7.1.2 Modelo de Mander:

Está definido por una curva continua, y también considera que el efecto del confinamiento no solo incrementa la capacidad de deformación del concreto en compresión del concreto  $\epsilon_c$ , si no también la resistencia a compresión del concreto. Es aplicable para secciones circulares y rectangulares o cuadradas.

En este modelo la deformación unitaria última o de falla  $\epsilon_{cu}$  del concreto se presenta cuando se fractura el refuerzo transversal y por lo tanto ya no es capaz de confinar al núcleo de concreto, por lo que las deformaciones transversales del núcleo de concreto tenderán a ser muy grandes. En la figura se comparan las curvas esfuerzo-deformación para un concreto no confinado y uno confinado, según el modelo propuesto por Mander. . (R. Park Y T. Paulay, 1986)

Figura N° 03:  
Comparación de los modelos esfuerzo – deformación para un concreto simple y uno confinado, modelo de Mander.



Fuente: Libro de Concreto Armado- Park Paule, pág. 212

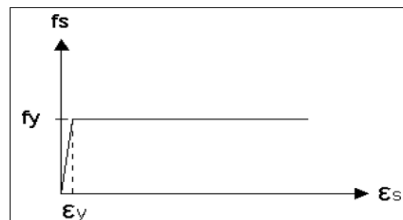
## 2.1.7.2 MODELOS ANALITICOS PARA EL ACERO

### 2.1.7.2.1. Modelo Elastoplástico

Es el modelo bilineal más sencillo. Se ignora la resistencia superior de fluencia y el aumento en el esfuerzo debido al endurecimiento por deformación. El empleo de este modelo no es adecuado para la evaluación del desempeño sísmico ya que no estima adecuadamente los esfuerzos del acero más allá de la fluencia. . (R. Park Y T. Paulay, 1986).

Figura N° 06:

Modelo Esfuerzo – Deformación Elastoplástico para el acero



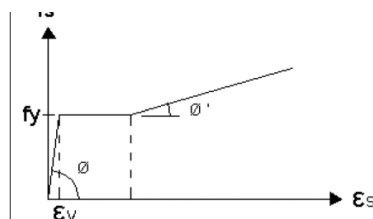
Fuente: Libro de Concreto Armado- Park Paule, pág. 215

### 2.1.7.2.2. Modelo Trilineal

Se emplea para aceros que además del fenómeno de fluencia presentan endurecimiento y por tanto pueden someterse a esfuerzos mayores al de fluencia. (“Estructura de concreto reforzado”, 3era edición, R. Park Y T. Paulay, 1986).

Figura N° 07:

Modelo Esfuerzo – Deformación Trilineal para el acero

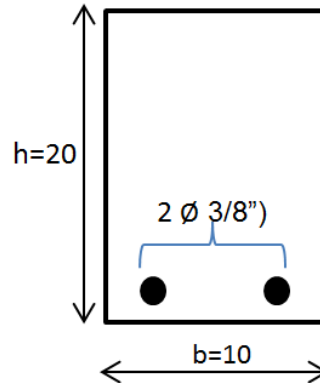


**CAPITULO 3:**

**3.1. DESARROLLO DE EJERCICIOS MANUALMENTE (METODO DE HOGNESTAD Y MANDER)**

**Ejercicio 1: Modelo Hognestad para el concreto- viga no confinada**

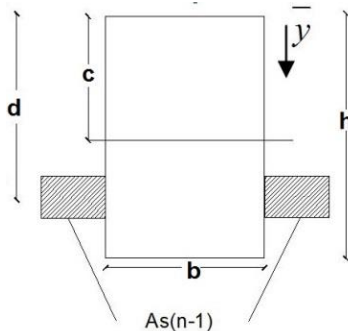
**Datos:**  $f'_c = 210 \text{ kg/cm}$   
 $f_{y(36)} = 2530 \text{ kg/cm}^2$   
 $E_s = 2 \times 10^6 \text{ kg/cm}^2$   
 $E_c = 217370 \text{ kg/cm}^2$   
 $A_s = 1.42 \text{ cm}^2$



Resistencia a tracción del concreto en flexión:

$$f_r = 2\sqrt{f'_c}$$

$$f_r = 2\sqrt{210} = 28.983 \text{ kg/cm}^2$$



$$d = h - 3$$

$$d = 20 - 3$$

$$d = 17 \text{ cm}$$

$$A_s = 1.42 \text{ cm}^2$$

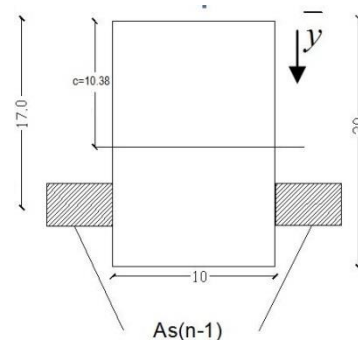
Relación modular:

$$n = \frac{E_s}{E_c} = \frac{2 \times 10^6}{15000 \sqrt{210}} = 9.20$$

$$A_s(n - 1) = 1.42(9.20 - 1) = 11.64 \text{ cm}^2$$

$$\bar{Y} = \frac{20(10)(10) + 11.64(17)}{20(10) + 11.64}$$

$$\bar{Y} = 10.38 \text{ cm}$$





Inercia respecto al centro de gravedad:

$$I = I + A * dx^2$$

$$I = \frac{10(20)^3}{12} + (10 * 20)(0.38)^2 + 11.64(17 - 10.38)^2$$

$$I = 7205.663 \text{ cm}^4$$

Calculando el momento de agrietamiento de la sección:

$$M_n = \frac{fr * I}{c} = \frac{28.983 * 7205.663}{20 - 10.38}$$

$$M_n = 21709 \text{ kg} * \text{cm}$$

$$M_n = 0.217 \text{ Tn} * \text{m}$$

Esfuerzo del concreto y acero:

$$\sigma_c = \frac{21709 (10.38)}{7205.663} = 31.27 \text{ kg/cm}^2$$

$$\sigma_s = \frac{21709 (17 - 10.38)(9.2)}{7205.663} = 183.49 \text{ kg/cm}^2$$

Calculo de deformación:

$$\sigma = E * \varepsilon \rightarrow \varepsilon = \sigma/E$$

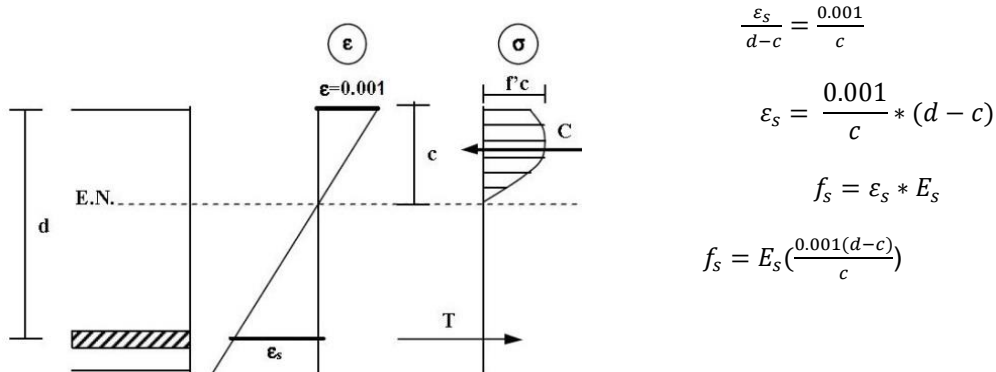
$$\varepsilon_c = \frac{31.27}{15000 * \sqrt{210}} = 1.44 * 10^{-4} = 0.000144$$

$$\varepsilon_s = \frac{183.49}{2 * 10^6} = 9.18 * 10^{-5} = 0.0000918$$

Curvatura:

$$\phi = \frac{\varepsilon_c}{c} = \frac{0.000144}{10.38} = 0.0000139$$

Por tanteo asumo  $\varepsilon_c = 0.001$



Calculo de k1 y k2:

$$k_1 = \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_0} \left( 1 - \frac{\varepsilon_c}{3 * \varepsilon_0} \right) = \frac{0.001}{0.002} \left( 1 - \frac{0.001}{3 * 0.002} \right) = 0.4167$$

$$k_2 = \frac{1}{4} \left( \frac{4\varepsilon_0 - \varepsilon_c}{3\varepsilon_0 - \varepsilon_c} \right) = \frac{1}{4} \left( \frac{4 * 0.002 - 0.001}{3 * 0.002 - 0.001} \right) = 0.35$$

Haciendo equilibrio de fuerzas (T=C):

$$k_1 * f'_c * b * c = A_s * f_y$$

$$0.4167 * 210 * 10 * c = 1.42 * 2530$$

$$c = 4.11 \text{ cm}$$

Verificación si acero fluye:

$$E_s = \left( \frac{0.001(d-c)}{c} \right) = 0.001 * \frac{17 - 4.11}{4.11} = 0.0031 > 0.0021 \text{ (fluye)}$$

$$E_s = 0.0021$$

$$\therefore f_s = f_y = 2530 \text{ kg/cm}$$

Curvatura:

$$\phi_1 = \frac{E_c}{c} = \frac{0.001}{4.11} = 2.43 \times 10^{-4} \text{ 1/cm}$$

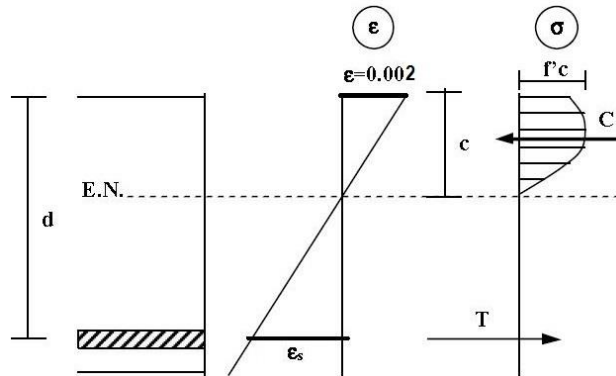
Momento:

$$M_{n1} = k_1 * f'_c * b * c * (d - k_2 * c)$$

$$M_{n1} = 0.4167 * 210 * 10 * 4.11 * (17 - 0.35 * 4.11)$$

$$M_{n1} = 55967.52 \text{ kg} - \text{cm} = 0.56 \text{ tn} - \text{m}$$

Por tanteo asumo  $\varepsilon_c = 0.002$



$$\frac{\varepsilon_s}{d - c} = \frac{0.002}{c}$$

$$\varepsilon_s = \frac{0.002}{c} * (d - c)$$

$$f_s = \varepsilon_s * E_s$$

$$f_s = E_s \left( \frac{0.002(d - c)}{c} \right)$$

Calculo de k1 y k2:

Para  $\varepsilon_0 \leq \varepsilon_c \leq \varepsilon_{cu}$

$$\begin{aligned} k_1 &= \left( 1 - \frac{\varepsilon_0}{3\varepsilon_c} - 50\varepsilon_c + 100\varepsilon_c - 50\frac{\varepsilon_0^2}{\varepsilon_c} \right) \\ &= \left( 1 - \frac{0.002}{3 * 0.002} - 50(0.002) + 100(0.002) - 50\frac{(0.002)^2}{0.002} \right) = k_1 \\ &= 0.6667 \end{aligned}$$

Para  $\varepsilon_0 \leq \varepsilon_c \leq \varepsilon_{cu}$

$$K_2 = \frac{\frac{\varepsilon_0^2}{12} - \frac{\varepsilon_c * \varepsilon_0}{3} + \frac{\varepsilon_c^2}{2} - \frac{50}{3}(\varepsilon_c - \varepsilon_0)^3}{\varepsilon_c(\varepsilon_c - \frac{\varepsilon_0}{3} - 50\varepsilon_c^2 + 100\varepsilon_c * \varepsilon_0 - 50\varepsilon_0^2)} =$$

$$K_2 = \frac{\frac{0.002^2}{12} - \frac{0.002 \cdot 0.002}{3} + \frac{0.002^2}{2} - \frac{50}{3} (0.002 - 0.002)^3}{0.002(0.002 - \frac{0.002}{3} - 50 \cdot 0.002^2 + 100 \cdot 0.002 \cdot 0.002 - 50 \cdot 0.002^2)}$$

$$K_2 = 0.375$$

Haciendo equilibrio de fuerzas (T=C):

$$k_1 * f'_c * b * c = A_s * f_y$$

$$0.6667 * 210 * 10 * c = 1.42 * 2530$$

$$c = 2.57 \text{ cm}$$

Verificación si acero fluye:

$$E_s = \left( \frac{0.002(d - c)}{c} \right) = 0.002 * \frac{17 - 2.57}{2.57} = 0.011 > 0.0021 \text{ (si fluye)}$$

$$\therefore E_s = 0.0021$$

$$\therefore f_s = f_y = 2530 \text{ kg/cm}^2$$

Curvatura:

$$\phi_2 = \frac{E_c}{c} = \frac{0.002}{2.57} = 7.78 \times 10^{-4} \text{ 1/cm}$$

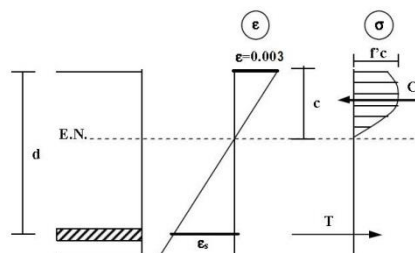
Momento:

$$M_{n2} = k_1 * f'_c * b * c * (d - k_2 * c)$$

$$M_{n2} = 0.6667 * 210 * 10 * 2.57 * (17 - 0.375 * 2.57)$$

$$M_{n2} = 57701.31 \text{ kg} - \text{cm} = 0.58 \text{ tn} - \text{m}$$

Por tanteo asumo  $\varepsilon_c = 0.003$



$$\frac{\varepsilon_s}{d-c} = \frac{0.003}{c}$$

$$\varepsilon_s = \frac{0.003}{c} * (d-c)$$

$$f_s = \varepsilon_s * E_s$$

$$f_s = E_s \left( \frac{0.003(d-c)}{c} \right)$$

Calculo de k1 y k2:

Para  $\varepsilon_0 \leq \varepsilon_c \leq \varepsilon_{cu}$

$$\begin{aligned} k_1 &= \left( 1 - \frac{\varepsilon_0}{3\varepsilon_c} - 50\varepsilon_c + 100\varepsilon_c - 50\frac{\varepsilon_0^2}{\varepsilon_c} \right) \\ &= \left( 1 - \frac{0.002}{3 * 0.003} - 50(0.003) + 100(0.003) - 50\frac{(0.002)^2}{0.003} \right) = k_1 \\ &= 0.861 \end{aligned}$$

Para  $\varepsilon_0 \leq \varepsilon_c \leq \varepsilon_{cu}$

$$\begin{aligned} K_2 &= \frac{\frac{\varepsilon_0^2}{12} - \frac{\varepsilon_c * \varepsilon_0}{3} + \frac{\varepsilon_c^2}{2} - \frac{50}{3}(\varepsilon_c - \varepsilon_0)^3}{\varepsilon_c(\varepsilon_c - \frac{\varepsilon_0}{3} - 50\varepsilon_c^2 + 100\varepsilon_c * \varepsilon_0 - 50\varepsilon_0^2)} = \\ K_2 &= \frac{\frac{0.002^2}{12} - \frac{0.003 * 0.002}{3} + \frac{0.003^2}{2} - \frac{50}{3}(0.003 - 0.002)^3}{0.003(0.003 - \frac{0.002}{3} - 50 * 0.003^2 + 100 * 0.003 * 0.002 - 50 * 0.002^2)} \\ K_2 &= 0.4112 \end{aligned}$$

Haciendo equilibrio de fuerzas (T=C):

$$k_1 * f'_c * b * c = A_s * f_y$$

$$0.861 * 210 * 10 * c = 1.42 * 2530$$

$$c = 1.99 \text{ cm}$$

Verificación si acero fluye:

$$E_s = \left( \frac{0.003(d-c)}{c} \right) = 0.003 * \frac{17 - 1.99}{1.99} = 0.022 > 0.0021 \text{ (si fluye)}$$

$$\therefore E_s = 0.0021$$

$$\therefore f_s = f_y = 2530 \text{ kg/cm}^2$$

Curvatura:

$$\phi_3 = \frac{E_c}{c} = \frac{0.003}{1.99} = 1.51 \times 10^{-3} \text{ 1/cm}$$

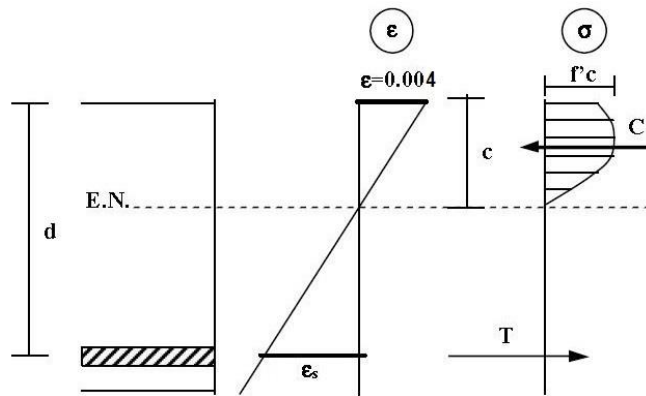
Momento:

$$M_{n3} = k_1 * f'_c * b * c * (d - k_2 * c)$$

$$M_{n3} = 0.861 * 210 * 10 * 1.99 * (17 - 0.4112 * 1.99)$$

$$M_{n3} = 0.582 \text{ tn - m}$$

Por tanteo asumo  $\varepsilon_c = 0.004$



$$\frac{\varepsilon_s}{d - c} = \frac{0.004}{c}$$

$$\varepsilon_s = \frac{0.004}{c} * (d - c)$$

$$f_s = \varepsilon_s * E_s$$

$$f_s = E_s \left( \frac{0.004(d - c)}{c} \right)$$

Calculo de k1 y k2:

Para  $\varepsilon_0 \leq \varepsilon_c \leq \varepsilon_{cu}$

$$\begin{aligned}
k_1 &= \left( 1 - \frac{\varepsilon_0}{3\varepsilon_c} - 50\varepsilon_c + 100\varepsilon_c - 50\frac{\varepsilon_0^2}{\varepsilon_c} \right) \\
&= \left( 1 - \frac{0.002}{3 * 0.004} - 50(0.004) + 100(0.004) - 50\frac{(0.002)^2}{0.004} \right) = k_1 \\
&= 0.983
\end{aligned}$$

Para  $\varepsilon_0 \leq \varepsilon_c \leq \varepsilon_{cu}$

$$\begin{aligned}
K_2 &= \frac{\frac{\varepsilon_0^2}{12} - \frac{\varepsilon_c * \varepsilon_0}{3} + \frac{\varepsilon_c^2}{2} - \frac{50}{3}(\varepsilon_c - \varepsilon_0)^3}{\varepsilon_c(\varepsilon_c - \frac{\varepsilon_0}{3} - 50\varepsilon_c^2 + 100\varepsilon_c * \varepsilon_0 - 50\varepsilon_0^2)} = \\
K_2 &= \frac{\frac{0.002^2}{12} - \frac{0.004 * 0.002}{3} + \frac{0.004^2}{2} - \frac{50}{3}(0.004 - 0.002)^3}{0.004(0.004 - \frac{0.002}{3} - 50 * 0.004^2 + 100 * 0.004 * 0.002 - 50 * 0.002^2)}
\end{aligned}$$

$$K_2 = 0.441$$

Haciendo equilibrio de fuerzas (T=C):

$$k_1 * f'_c * b * c = A_s * f_y$$

$$0.983 * 210 * 10 * c = 1.42 * 2530$$

$$c = 1.74 \text{ cm}$$

Verificación si acero fluye:

$$E_s = \left( \frac{0.004(d - c)}{c} \right) = 0.004 * \frac{17 - 1.74}{1.74} = 0.035 > 0.0021 \text{ (si fluye)}$$

$$\therefore E_s = 0.0021$$

$$\therefore f_s = f_y = 2530 \text{ kg/cm}^2$$

Curvatura:

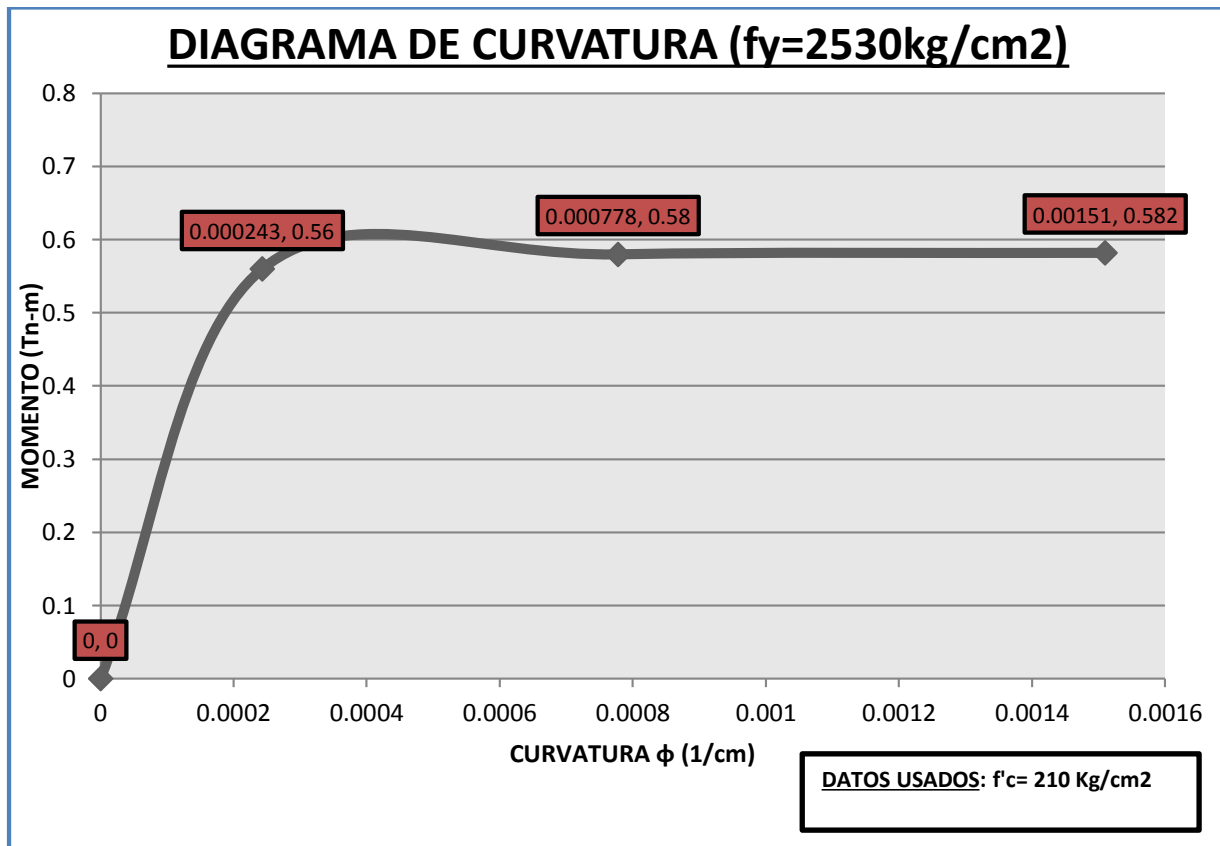
$$\phi_4 = \frac{E_c}{c} = \frac{0.004}{1.74} = 2.30 \times 10^{-3} \text{ 1/cm}$$

Momento:

$$M_{n4} = k_1 * f'_c * b * c * (d - k_2 * c)$$

$$M_{n4} = 0.983 * 210 * 10 * 1.74 * (17 - 0.441 * 1.74)$$

$$M_{n4} = 0.583 \text{ tn - m}$$



Fuente: Propia del tesista

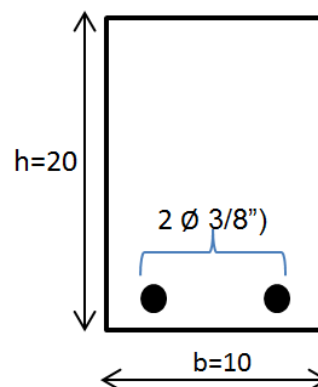
Ductilidad:

$$\mu = \frac{\phi_u}{\phi_y}$$

$$\mu = \frac{0.00151}{0.000243} = 6.21$$

**Ejercicio 2: Modelo Hognestad para el concreto- viga no confinada**

- Datos:
- $f'_c = 210 \text{ kg/cm}^2$
  - $f_{y(50)} = 3515 \text{ kg/cm}^2$
  - $E_s = 2 \times 10^6 \text{ kg/cm}^2$
  - $E_c = 217370 \text{ kg/cm}^2$
  - $A_s = 1.42 \text{ cm}^2$
  - $\epsilon_c = 0.00175$

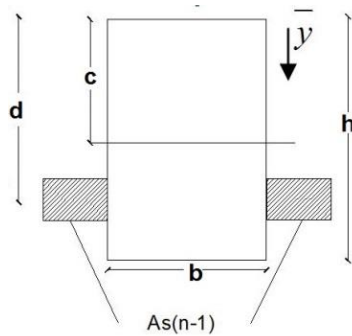




Resistencia a tracción del concreto en flexión:

$$f_r = 2\sqrt{f'_c}$$

$$f_r = 2\sqrt{210} = 28.98 \text{ kg/cm}^2$$



$$d = h - 3$$

$$d = 20 - 3$$

$$d = 17 \text{ cm}$$

$$A_s = 1.42 \text{ cm}^2$$

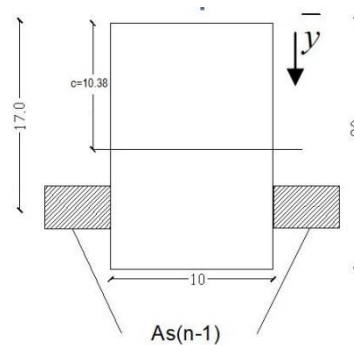
Relación modular:

$$n = \frac{E_s}{E_c} = \frac{2 \times 10^6}{15000 \sqrt{210}} = 9.2$$

$$A_s(n - 1) = 1.42(9.2 - 1) = 11.64 \text{ cm}^2$$

$$\bar{Y} = \frac{20(10)(10) + 11.64(17)}{20(10) + 11.64}$$

$$\bar{Y} = 10.38 \text{ cm}$$



Inercia respecto al centro de gravedad:

$$I = I + A * dx^2$$

$$I = \frac{10(20)^3}{12} + (10 * 20)(0.38)^2 + 11.64 * (17 - 10.38)^2$$

$$I = 7205.663 \text{ cm}^4$$

Calculando el momento correspondiente, este será el momento de agrietamiento del concreto:

$$M_n = \frac{f_r * I}{c} = \frac{28.98 * 7205.663}{20 - 10.38}$$

$$M_n = 21709 \text{ kg * cm}$$

$$M_n = 0.217 \text{ Tn} * m$$

Esfuerzo del concreto y acero:

$$\sigma_c = \frac{21709 (10.38)}{7205.663} = 31.27 \text{ kg/cm}^2$$

$$\sigma_s = \frac{21709 (17 - 10.38)(9.2)}{7205.663} = 183.19 \text{ kg/cm}^2$$

Calculo de deformación:

$$\sigma = E * \varepsilon \rightarrow \varepsilon = \sigma / E$$

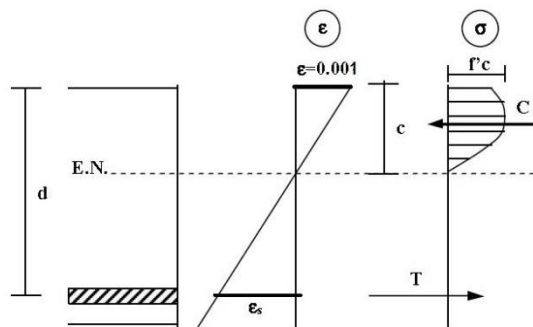
$$\varepsilon_c = \frac{31.27}{15000 * \sqrt{210}} = 1.44 * 10^{-4} = 0.000144$$

$$\varepsilon_s = \frac{183.19}{2 * 10^6} = 9.18 * 10^{-5} = 0.0000918$$

Curvatura:

$$\phi = \frac{\varepsilon_c}{c} = \frac{0.000144}{10.38} = 0.0000139$$

Por tanteo asumo  $\varepsilon_c = 0.001$



$$\frac{\varepsilon_s}{d - c} = \frac{0.001}{c}$$

$$\varepsilon_s = \frac{0.001}{c} * (d - c)$$

$$f_s = \varepsilon_s * E_s$$

$$f_s = E_s \left( \frac{0.001(d-c)}{c} \right)$$

Calculo de k1 y k2:

$$k_1 = \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_0} \left( 1 - \frac{\varepsilon_c}{3 * \varepsilon_0} \right) = \frac{0.001}{0.002} \left( 1 - \frac{0.001}{3 * 0.002} \right) = 0.4167$$

$$k_2 = \frac{1}{4} \left( \frac{4\varepsilon_0 - \varepsilon_c}{3\varepsilon_0 - \varepsilon_c} \right) = \frac{1}{4} \left( \frac{4 * 0.002 - 0.001}{3 * 0.002 - 0.001} \right) = 0.35$$

Haciendo equilibrio de fuerzas (T=C):

$$k_1 * f'_c * b * c = A_s * f_y$$

$$0.4167 * 210 * 10 * c = 1.42 * 3515$$

$$c = 5.70 \text{ cm}^2$$

Verificación si acero fluye:

$$E_s = \left( \frac{0.001(d - c)}{c} \right) = 0.001 * \frac{17 - 5.70}{5.70} = 0.00198 > 0.0021 \text{ (no fluye)}$$

Curvatura:

$$\phi_1 = \frac{E_c}{c} = \frac{0.001}{5.70} = 1.75 \times 10^{-4} \text{ 1/cm}$$

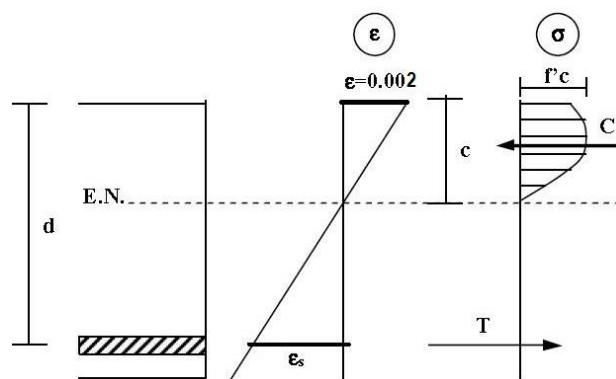
Momento:

$$M_{n1} = k_1 * f'_c * b * c * (d - k_2 * c)$$

$$M_{n1} = 0.4167 * 210 * 10 * 5.70 * (17 - 0.35 * 5.70)$$

$$M_{n1} = 74843.42 \text{ kg} - \text{cm} = 0.75 \text{ tn} - \text{m}$$

Por tanteo asumo  $\varepsilon_c = 0.002$



$$\frac{\varepsilon_s}{d - c} = \frac{0.002}{c}$$

$$\varepsilon_s = \frac{0.002}{c} * (d - c)$$

$$f_s = \varepsilon_s * E_s$$

$$f_s = E_s \left( \frac{0.002(d-c)}{c} \right)$$

Calculo de k1 y k2:

Para  $\varepsilon_0 \leq \varepsilon_c \leq \varepsilon_{cu}$

$$\begin{aligned} k_1 &= \left( 1 - \frac{\varepsilon_0}{3\varepsilon_c} - 50\varepsilon_c + 100\varepsilon_c - 50 \frac{\varepsilon_0^2}{\varepsilon_c} \right) \\ &= \left( 1 - \frac{0.002}{3 * 0.002} - 50(0.002) + 100(0.002) - 50 \frac{(0.002)^2}{0.002} \right) = k_1 \\ &= 0.6667 \end{aligned}$$

Para  $\varepsilon_0 \leq \varepsilon_c \leq \varepsilon_{cu}$

$$\begin{aligned} K_2 &= \frac{\frac{\varepsilon_0^2}{12} - \frac{\varepsilon_c * \varepsilon_0}{3} + \frac{\varepsilon_c^2}{2} - \frac{50}{3} (\varepsilon_c - \varepsilon_0)^3}{\varepsilon_c \left( \varepsilon_c - \frac{\varepsilon_0}{3} - 50\varepsilon_c^2 + 100\varepsilon_c * \varepsilon_0 - 50\varepsilon_0^2 \right)} = \\ K_2 &= \frac{\frac{0.002^2}{12} - \frac{0.002 * 0.002}{3} + \frac{0.002^2}{2} - \frac{50}{3} (0.002 - 0.002)^3}{0.002 \left( 0.002 - \frac{0.002}{3} - 50 * 0.002^2 + 100 * 0.002 * 0.002 - 50 * 0.002^2 \right)} \\ K_2 &= 0.375 \end{aligned}$$

Haciendo equilibrio de fuerzas (T=C):

$$k_1 * f'_c * b * c = A_s * f_y$$

$$0.6667 * 210 * 10 * c = 1.42 * 3515$$

$$c = 3.57 \text{ cm}$$

Verificación si acero fluye:

$$E_s = \left( \frac{0.002(d-c)}{c} \right) = 0.002 * \frac{17 - 3.57}{3.57} = 0.0075 > 0.0021 \text{ ( si fluye)}$$

$$\therefore E_s = 0.0021$$

$$\therefore f_s = f_y = 3515 \text{ kg/cm}^2$$

Curvatura:

$$\phi_2 = \frac{E_s}{c} = \frac{0.002}{3.57} = 5.60 \times 10^{-4} \text{ 1/cm}$$

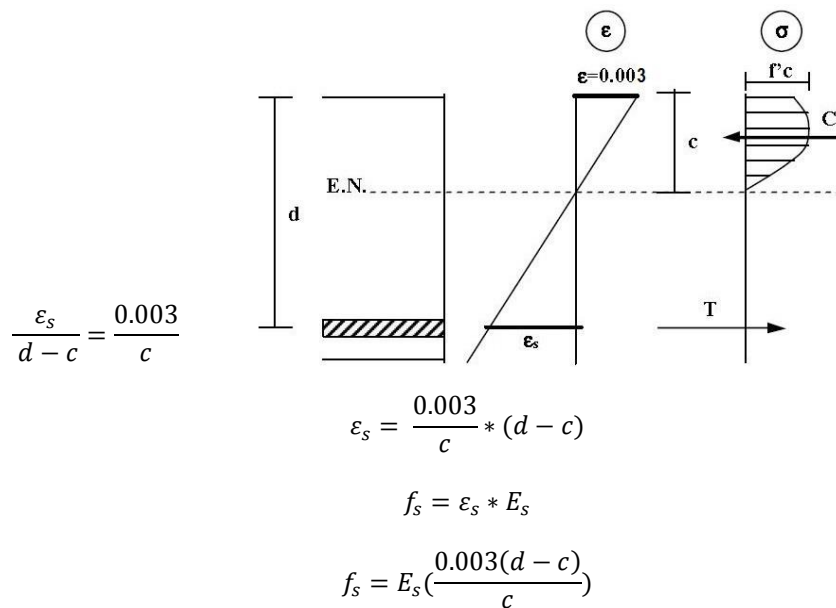
Momento:

$$M_{n2} = k_1 * f'_c * b * c * (d - k_2 * c)$$

$$M_{n2} = 0.6667 * 210 * 10 * 3.57 * (17 - 0.375 * 3.57)$$

$$M_{n2} = 78278.84 \text{ kg - cm} = 0.78 \text{ tn - m}$$

Por tanteo asumo  $\epsilon_c = 0.003$



Calculo de k1 y k2:

Para  $\epsilon_0 \leq \epsilon_c \leq \epsilon_{cu}$  (verificar)

$$k_1 = \left( 1 - \frac{\epsilon_0}{3\epsilon_c} - 50\epsilon_c + 100\epsilon_c - 50 \frac{\epsilon_0^2}{\epsilon_c} \right)$$

$$= \left( 1 - \frac{0.002}{3 * 0.003} - 50(0.003) + 100(0.003) - 50 \frac{(0.002)^2}{0.003} \right) = k_1$$

$$= 0.861$$

Para  $\epsilon_0 \leq \epsilon_c \leq \epsilon_{cu}$

$$K_2 = \frac{\frac{\epsilon_0^2}{12} - \frac{\epsilon_c * \epsilon_0}{3} + \frac{\epsilon_c^2}{2} - \frac{50}{3} (\epsilon_c - \epsilon_0)^3}{\epsilon_c (\epsilon_c - \frac{\epsilon_0}{3} - 50\epsilon_c^2 + 100\epsilon_c * \epsilon_0 - 50\epsilon_0^2)} =$$

$$K_2 = \frac{\frac{0.002^2}{12} - \frac{0.003 \cdot 0.002}{3} + \frac{0.003^2}{2} - \frac{50}{3} (0.003 - 0.002)^3}{0.003(0.003 - \frac{0.002}{3}) - 50 \cdot 0.003^2 + 100 \cdot 0.003 \cdot 0.002 - 50 \cdot 0.002^2}$$

$$K_2 = 0.4112$$

Haciendo equilibrio de fuerzas (T=C):

$$k_1 \cdot f'_c \cdot b \cdot c = A_s \cdot f_y$$

$$0.86 \cdot 210 \cdot 10 \cdot c = 1.42 \cdot 3515$$

$$c = 2.76 \text{ cm}$$

Verificación si acero fluye:

$$E_s = \left( \frac{0.003(d - c)}{c} \right) = 0.003 \cdot \frac{17 - 2.76}{2.76} = 0.015 > 0.0021 \text{ (si fluye)}$$

$$\therefore E_s = 0.0021$$

$$\therefore f_s = f_y = 3515 \text{ kg/cm}^2$$

Curvatura:

$$\phi_3 = \frac{E_c}{c} = \frac{0.003}{2.76} = 1.09 \times 10^{-3} \text{ 1/cm}$$

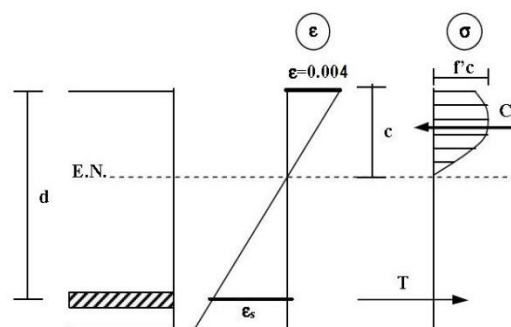
Momento:

$$M_{n3} = k_1 \cdot f'_c \cdot b \cdot c \cdot (d - k_2 \cdot c)$$

$$M_{n3} = 0.86 \cdot 210 \cdot 10 \cdot 2.76 \cdot (17 - 0.4112 \cdot 2.76)$$

$$M_{n3} = 79080.48 \text{ kg} - \text{cm} = 0.79 \text{ tn} - \text{m}$$

Por tanteo asumo  $\varepsilon_c = 0.004$



$$\frac{\varepsilon_s}{d-c} = \frac{0.004}{c}$$

$$\varepsilon_s = \frac{0.004}{c} * (d-c)$$

$$f_s = \varepsilon_s * E_s$$

$$f_s = E_s \left( \frac{0.004(d-c)}{c} \right)$$

Calculo de k1 y k2:

Para  $\varepsilon_0 \leq \varepsilon_c \leq \varepsilon_{cu}$

$$\begin{aligned} k_1 &= \left( 1 - \frac{\varepsilon_0}{3\varepsilon_c} - 50\varepsilon_c + 100\varepsilon_c - 50\frac{\varepsilon_0^2}{\varepsilon_c} \right) \\ &= \left( 1 - \frac{0.002}{3 * 0.004} - 50(0.004) + 100(0.004) - 50\frac{(0.002)^2}{0.004} \right) = k_1 \\ &= 0.983 \end{aligned}$$

Para  $\varepsilon_0 \leq \varepsilon_c \leq \varepsilon_{cu}$

$$\begin{aligned} K_2 &= \frac{\frac{\varepsilon_0^2}{12} - \frac{\varepsilon_c * \varepsilon_0}{3} + \frac{\varepsilon_c^2}{2} - \frac{50}{3}(\varepsilon_c - \varepsilon_0)^3}{\varepsilon_c(\varepsilon_c - \frac{\varepsilon_0}{3} - 50\varepsilon_c^2 + 100\varepsilon_c * \varepsilon_0 - 50\varepsilon_0^2)} = \\ K_2 &= \frac{\frac{0.002^2}{12} - \frac{0.004 * 0.002}{3} + \frac{0.004^2}{2} - \frac{50}{3}(0.004 - 0.002)^3}{0.004(0.004 - \frac{0.002}{3} - 50 * 0.004^2 + 100 * 0.004 * 0.002 - 50 * 0.002^2)} \\ K_2 &= 0.441 \end{aligned}$$

Haciendo equilibrio de fuerzas (T=C):

$$k_1 * f'_c * b * c = A_s * f_y$$

$$0.983 * 210 * 10 * c = 1.42 * 3515$$

$$c = 2.42 \text{ cm}$$

Verificación si acero fluye:

$$E_s = \left( \frac{0.004(d-c)}{c} \right) = 0.004 * \frac{17 - 2.42}{2.42} = 0.024 > 0.0021 \text{ (si fluye)}$$

$$\therefore E_s = 0.0021$$

$$\therefore f_s = f_y = 3515 \text{ kg/cm}^2$$

Curvatura:

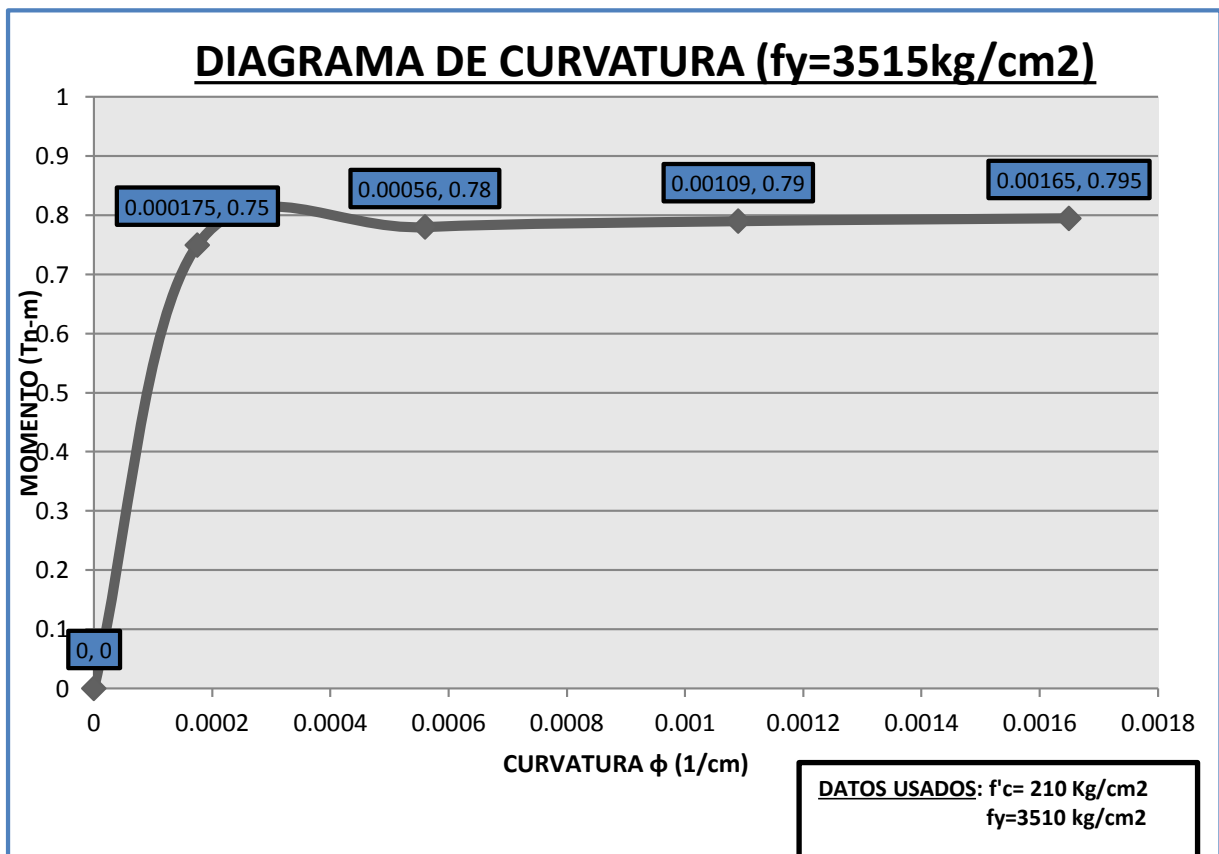
$$\phi_4 = \frac{E_c}{c} = \frac{0.004}{2.42} = 1.65 \times 10^{-3} \text{ 1/cm}$$

Momento:

$$M_{n4} = k_1 * f'_c * b * c * (d - k_2 * c)$$

$$M_{n4} = 0.983 * 210 * 10 * 2.42 * (17 - 0.441 * 2.42)$$

$$M_{n4} = 79593.89 \text{ kg-cm} = 0.795 \text{ tn-m}$$



Fuente: Propia del tesista



Ductilidad:

$$\mu = \frac{\phi_u}{\phi_y}$$

$$\mu = \frac{0.00165}{0.000175} = 9.43$$

**Ejercicio 3: Modelo Hognestad para el concreto- viga no confinada**

Datos:

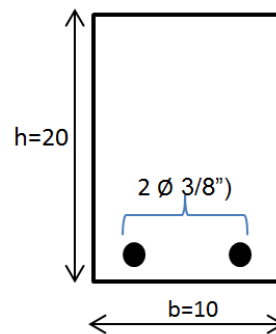
$f'_c = 210 \text{ kg/cm}^2$

$f_{y(60)} = 4200 \text{ kg/cm}^2$

$E_s = 2 \times 10^6 \text{ kg/cm}^2$

$E_c = 217370 \text{ kg/cm}^2$

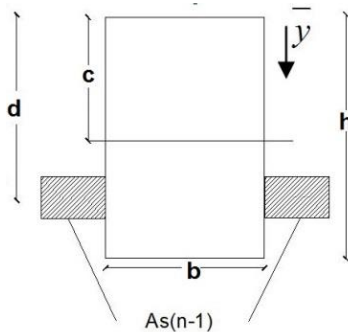
$A_s = 1.42 \text{ cm}^2$



Resistencia a tracción del concreto en flexión:

$$f_r = 2\sqrt{f'_c}$$

$$f_r = 2\sqrt{210} = 28.98 \text{ kg/cm}^2$$



$$d = h - c$$

$$d = 20 - 3$$

$$d = 17 \text{ cm}$$

$$A_s = 1.42 \text{ cm}^2$$

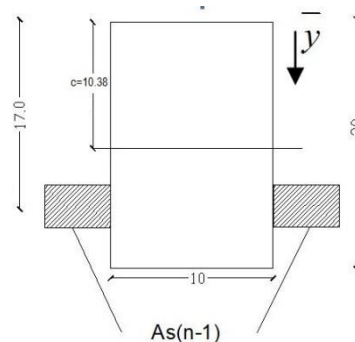
Relación modular:

$$n = \frac{E_s}{E_c} = \frac{2 \times 10^6}{15000 \sqrt{210}} = 9.2$$

$$A_s(n - 1) = 1.42(9.2 - 1) = 11.64 \text{ cm}^2$$

$$\bar{Y} = \frac{20(10)(10) + 11.64(17)}{20(10) + 11.64}$$

$$\bar{Y} = 10.38 \text{ cm}$$



Inercia respecto al centro de gravedad:

$$I = I + A * dx^2$$

$$I = \frac{10(20)^3}{12} + (10 * 20)(0.38)^2 + 11.64 * (17 - 10.38)^2$$

$$I = 7205.663 \text{ cm}^4$$

Calculando el momento correspondiente, este será el momento de agrietamiento del concreto:

$$M_n = \frac{fr * I}{c} = \frac{28.98 * 7205.663}{20 - 10.38}$$

$$M_n = 21709 \text{ kg} * \text{cm}$$

$$M_n = 0.217 \text{ Tn} - \text{m}$$

Esfuerzo del concreto y acero:

$$\sigma_c = \frac{21709 (10.38)}{7205.663} = 31.27 \text{ kg/cm}^2$$

$$\sigma_s = \frac{21709 (17 - 10.38)(9.2)}{7205.663} = 183.19 \text{ kg/cm}^2$$

Calculo de deformación:

$$\sigma = E * \varepsilon \rightarrow \varepsilon = \sigma / E$$

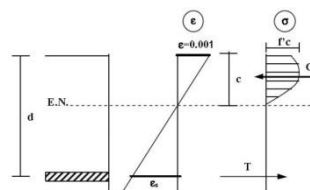
$$\varepsilon_c = \frac{31.27}{15000 * \sqrt{210}} = 1.44 * 10^{-4} = 0.000144$$

$$\varepsilon_s = \frac{183.19}{2 * 10^6} = 9.18 * 10^{-5} = 0.0000918$$

Curvatura:

$$\phi = \frac{\varepsilon_c}{c} = \frac{0.000144}{10.38} = 0.0000139$$

Por tanteo asumo  $\varepsilon_c = 0.001$



$$\frac{\varepsilon_s}{d-c} = \frac{0.001}{c}$$

$$\varepsilon_s = \frac{0.001}{c} * (d-c)$$

$$f_s = \varepsilon_s * E_s$$

$$f_s = E_s \left( \frac{0.001(d-c)}{c} \right)$$

Calculo de k1 y k2:

$$k_1 = \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_0} \left( 1 - \frac{\varepsilon_c}{3 * \varepsilon_0} \right) = \frac{0.001}{0.002} \left( 1 - \frac{0.001}{3 * 0.002} \right) = 0.4167$$

$$k_2 = \frac{1}{4} \left( \frac{4\varepsilon_0 - \varepsilon_c}{3\varepsilon_0 - \varepsilon_c} \right) = \frac{1}{4} \left( \frac{4 * 0.002 - 0.001}{3 * 0.002 - 0.001} \right) = 0.35$$

Haciendo equilibrio de fuerzas (T=C):

$$k_1 * f'_c * b * c = A_s * f_y$$

$$0.4167 * 210 * 10 * c = 1.42 * 4200$$

$$c = 6.82 \text{ cm}^2$$

Verificación si acero fluye:

$$E_s = \left( \frac{0.001(d-c)}{c} \right) = 0.001 * \frac{17 - 6.82}{6.82} = 0.00149 > 0.0021 \text{ (no fluye)}$$

Curvatura:

$$\phi_1 = \frac{E_c}{c} = \frac{0.001}{6.82} = 1.47 \times 10^{-4} \text{ 1/cm}$$

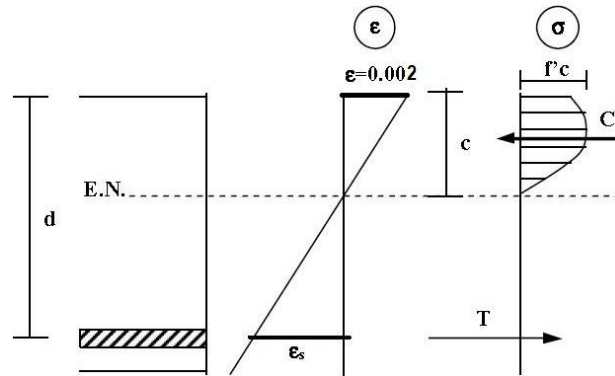
Momento:

$$M_{n1} = k_1 * f'_c * b * c * (d - k_2 * c)$$

$$M_{n1} = 0.4167 * 210 * 10 * 6.82 * (17 - 0.35 * 6.82)$$

$$M_{n1} = 87210.05 \text{ kg} - \text{cm} = 0.87 \text{ tn} - \text{m}$$

Por tanteo asumo  $\varepsilon_c = 0.002$



$$\frac{\varepsilon_s}{d - c} = \frac{0.002}{c}$$

$$\varepsilon_s = \frac{0.002}{c} * (d - c)$$

$$f_s = \varepsilon_s * E_s$$

$$f_s = E_s \left( \frac{0.002(d - c)}{c} \right)$$

Calculo de k1 y k2:

Para  $\varepsilon_0 \leq \varepsilon_c \leq \varepsilon_{cu}$

$$\begin{aligned} k_1 &= \left( 1 - \frac{\varepsilon_0}{3\varepsilon_c} - 50\varepsilon_c + 100\varepsilon_c - 50 \frac{\varepsilon_0^2}{\varepsilon_c} \right) \\ &= \left( 1 - \frac{0.002}{3 * 0.002} - 50(0.002) + 100(0.002) - 50 \frac{(0.002)^2}{0.002} \right) = k_1 \\ &= 0.6667 \end{aligned}$$

Para  $\varepsilon_0 \leq \varepsilon_c \leq \varepsilon_{cu}$

$$\begin{aligned} K_2 &= \frac{\frac{\varepsilon_0^2}{12} - \frac{\varepsilon_c * \varepsilon_0}{3} + \frac{\varepsilon_c^2}{2} - \frac{50}{3} (\varepsilon_c - \varepsilon_0)^3}{\varepsilon_c (\varepsilon_c - \frac{\varepsilon_0}{3} - 50\varepsilon_c^2 + 100\varepsilon_c * \varepsilon_0 - 50\varepsilon_0^2)} = \\ K_2 &= \frac{\frac{0.002^2}{12} - \frac{0.002 * 0.002}{3} + \frac{0.002^2}{2} - \frac{50}{3} (0.002 - 0.002)^3}{0.002(0.002 - \frac{0.002}{3} - 50 * 0.002^2 + 100 * 0.002 * 0.002 - 50 * 0.002^2)} \end{aligned}$$

$$K_2 = 0.375$$

Haciendo equilibrio de fuerzas (T=C):

$$k_1 * f'_c * b * c = A_s * f_y$$

$$0.6667 * 210 * 10 * c = 1.42 * 4200$$

$$c = 4.26 \text{ cm}$$

Verificación si acero fluye:

$$E_s = \left( \frac{0.002(d - c)}{c} \right) = 0.002 * \frac{17 - 4.26}{4.26} = 0.0060 > 0.0021 \text{ ( si fluye)}$$

$$\therefore E_s = 0.0021$$

$$\therefore f_s = f_y = 4200 \text{ kg/cm}^2$$

Curvatura:

$$\phi_2 = \frac{E_c}{c} = \frac{0.002}{4.26} = 4.69 \times 10^{-4} \text{ 1/cm}$$

Momento:

$$M_{n2} = k_1 * f'_c * b * c * (d - k_2 * c)$$

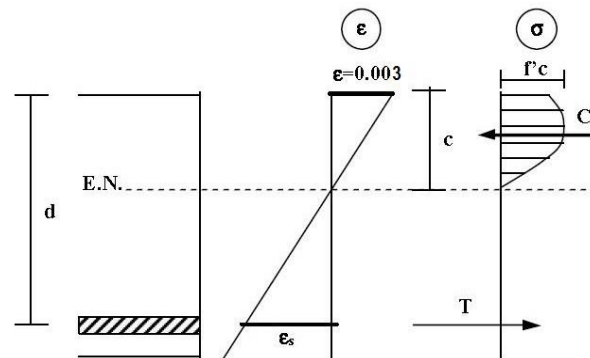
$$M_{n2} = 0.6667 * 210 * 10 * 4.26 * (17 - 0.375 * 4.26)$$

$$M_{n2} = 91865.10 \text{ kg - cm} = 0.92 \text{ tn - m}$$

Por tanteo asumo  $\epsilon_c =$

0.003

$$\frac{\epsilon_s}{d - c} = \frac{0.003}{c}$$



$$\varepsilon_s = \frac{0.003}{c} * (d - c)$$

$$f_s = \varepsilon_s * E_s$$

$$f_s = E_s \left( \frac{0.003(d - c)}{c} \right)$$

Calculo de k1 y k2:

Para  $\varepsilon_0 \leq \varepsilon_c \leq \varepsilon_{cu}$

$$\begin{aligned} k_1 &= \left( 1 - \frac{\varepsilon_0}{3\varepsilon_c} - 50\varepsilon_c + 100\varepsilon_c - 50 \frac{\varepsilon_0^2}{\varepsilon_c} \right) \\ &= \left( 1 - \frac{0.002}{3 * 0.003} - 50(0.003) + 100(0.003) - 50 \frac{(0.002)^2}{0.003} \right) = k_1 \\ &= 0.861 \end{aligned}$$

Para  $\varepsilon_0 \leq \varepsilon_c \leq \varepsilon_{cu}$

$$\begin{aligned} K_2 &= \frac{\frac{\varepsilon_0^2}{12} - \frac{\varepsilon_c * \varepsilon_0}{3} + \frac{\varepsilon_c^2}{2} - \frac{50}{3} (\varepsilon_c - \varepsilon_0)^3}{\varepsilon_c (\varepsilon_c - \frac{\varepsilon_0}{3} - 50\varepsilon_c^2 + 100\varepsilon_c * \varepsilon_0 - 50\varepsilon_0^2)} = \\ K_2 &= \frac{\frac{0.002^2}{12} - \frac{0.003 * 0.002}{3} + \frac{0.003^2}{2} - \frac{50}{3} (0.003 - 0.002)^3}{0.003(0.003 - \frac{0.002}{3} - 50 * 0.003^2 + 100 * 0.003 * 0.002 - 50 * 0.002^2)} \\ K_2 &= 0.4112 \end{aligned}$$

Haciendo equilibrio de fuerzas (T=C):

$$k_1 * f'_c * b * c = A_s * f_y$$

$$0.86 * 210 * 10 * c = 1.42 * 4200$$

$$c = 3.30 \text{ cm}$$

Verificación si acero fluye:

$$E_s = \left( \frac{0.003(d - c)}{c} \right) = 0.003 * \frac{17 - 3.30}{3.30} = 0.012 > 0.0021 \text{ ( si fluye)}$$

$$\therefore E_s = 0.0021$$

$$\therefore f_s = f_y = 4200 \text{ kg/cm}^2$$

Curvatura:

$$\phi_3 = \frac{E_c}{c} = \frac{0.003}{3.30} = 9.09 \times 10^{-4} 1/cm$$

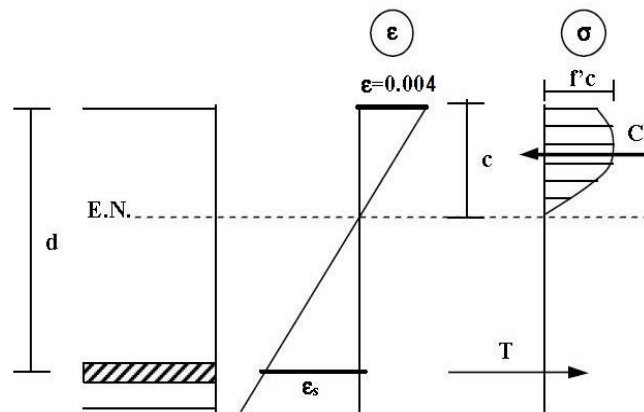
Momento:

$$M_{n3} = k_1 * f'_c * b * c * (d - k_2 * c)$$

$$M_{n3} = 0.86 * 210 * 10 * 3.30 * (17 - 0.4112 * 3.30)$$

$$M_{n3} = 93229.39 \text{ kg} - \text{cm} = 0.93 \text{ tn} - \text{m}$$

Por tanteo asumo  $\varepsilon_c = 0.004$



$$\frac{\varepsilon_s}{d - c} = \frac{0.004}{c}$$

$$\varepsilon_s = \frac{0.004}{c} * (d - c)$$

$$f_s = \varepsilon_s * E_s$$

$$f_s = E_s \left( \frac{0.004(d - c)}{c} \right)$$

Calculo de k1 y k2:

Para  $\varepsilon_0 \leq \varepsilon_c \leq \varepsilon_{cu}$

$$\begin{aligned} k_1 &= \left( 1 - \frac{\varepsilon_0}{3\varepsilon_c} - 50\varepsilon_c + 100\varepsilon_c - 50 \frac{\varepsilon_0^2}{\varepsilon_c} \right) \\ &= \left( 1 - \frac{0.002}{3 * 0.004} - 50(0.004) + 100(0.004) - 50 \frac{(0.002)^2}{0.004} \right) = k_1 \\ &= 0.983 \end{aligned}$$

Para  $\varepsilon_0 \leq \varepsilon_c \leq \varepsilon_{cu}$

$$K_2 = \frac{\frac{\varepsilon_0^2}{12} - \frac{\varepsilon_c \cdot \varepsilon_0}{3} + \frac{\varepsilon_c^2}{2} - \frac{50}{3} (\varepsilon_c - \varepsilon_0)^3}{\varepsilon_c (\varepsilon_c - \frac{\varepsilon_0}{3} - 50 \varepsilon_c^2 + 100 \varepsilon_c \cdot \varepsilon_0 - 50 \varepsilon_0^2)} =$$

$$K_2 = \frac{\frac{0.002^2}{12} - \frac{0.004 \cdot 0.002}{3} + \frac{0.004^2}{2} - \frac{50}{3} (0.004 - 0.002)^3}{0.004 (0.004 - \frac{0.002}{3} - 50 \cdot 0.004^2 + 100 \cdot 0.004 \cdot 0.002 - 50 \cdot 0.002^2)}$$

$$K_2 = 0.441$$

Haciendo equilibrio de fuerzas (T=C):

$$k_1 \cdot f'_c \cdot b \cdot c = A_s \cdot f_y$$

$$0.983 \cdot 210 \cdot 10 \cdot c = 1.42 \cdot 4200$$

$$c = 2.89 \text{ cm}$$

Verificación si acero fluye:

$$E_s = \left( \frac{0.004(d - c)}{c} \right) = 0.004 \cdot \frac{17 - 2.89}{2.89} = 0.020 > 0.0021 \text{ (si fluye)}$$

$$\therefore E_s = 0.0021$$

$$\therefore f_s = f_y = 4200 \text{ kg/cm}^2$$

Curvatura:

$$\phi_4 = \frac{E_c}{c} = \frac{0.004}{2.89} = 1.38 \times 10^{-3} \text{ 1/cm}$$

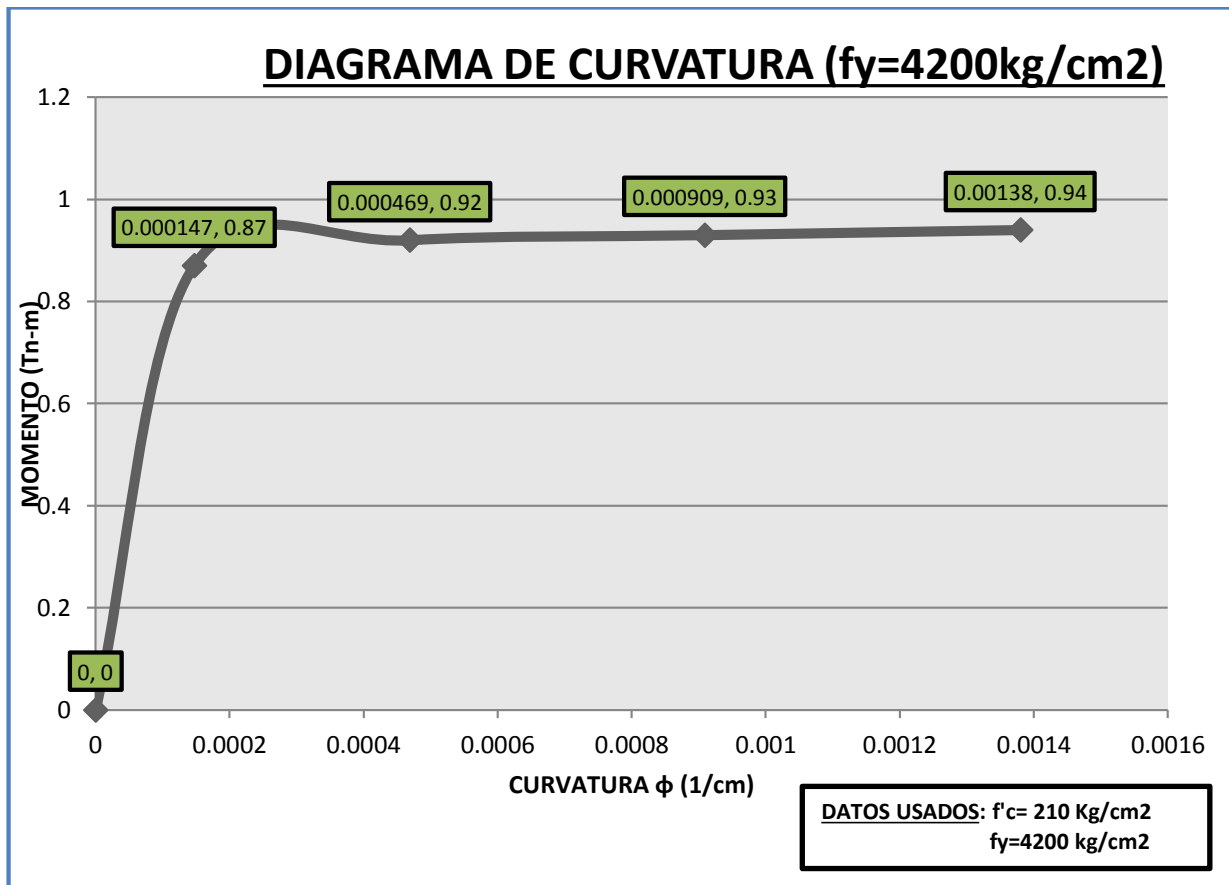
Momento:

$$M_{n4} = k_1 \cdot f'_c \cdot b \cdot c \cdot (d - k_2 \cdot c)$$

$$M_{n4} = 0.983 \cdot 210 \cdot 10 \cdot 2.89 \cdot (17 - 0.441 \cdot 2.89)$$

$$M_{n4} = 93815.67 \text{ kg} - \text{cm} = 0.94 \text{ tn} - \text{m}$$





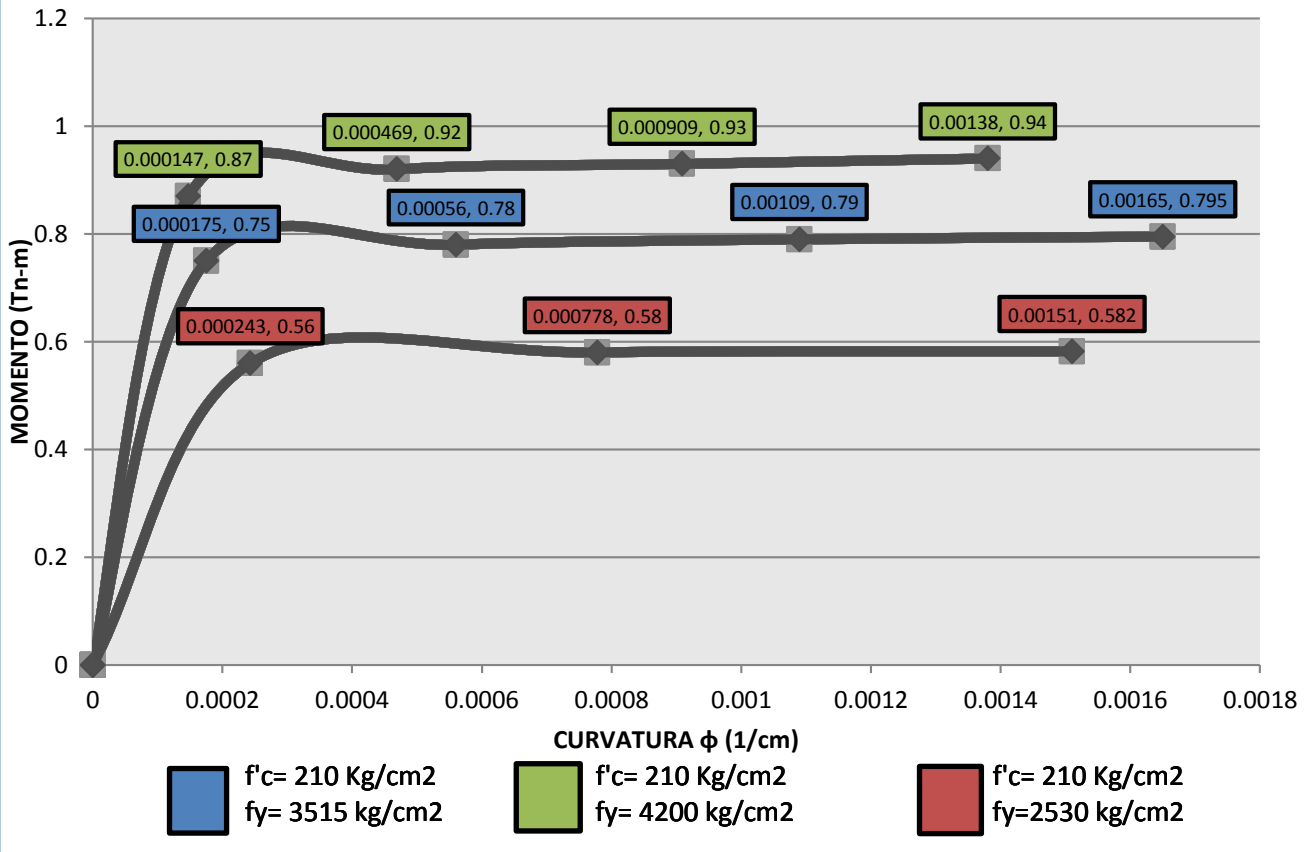
Fuente: Propia del tesista

Ductilidad:

$$\mu = \frac{\phi_u}{\phi_y}$$

$$\mu = \frac{0.00138}{0.000147} = 9.39$$

## COMPARACIÓN DE DIAGRAMA DE CURVATURA



Fuente: Propia del tesista

### Ejercicio 4: Modelo Hognestad para el concreto- viga no confinada

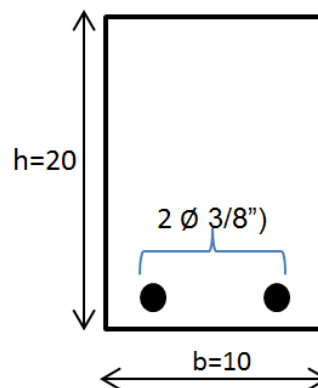
Datos:  $f'_c = 175 \text{ kg/cm}^2$

$$f_{y(60)} = 4200 \text{ kg/cm}^2$$

$$E_s = 2 \times 10^6 \text{ kg/cm}^2$$

$$E_c = 198431 \text{ kg/cm}^2$$

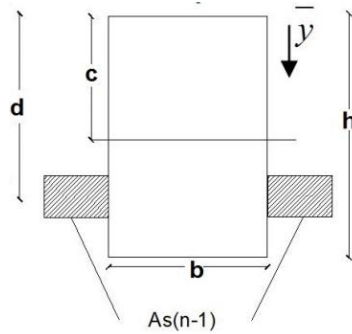
$$A_s = 1.42 \text{ cm}^2$$



Resistencia a tracción del concreto en flexión:

$$f_r = 2\sqrt{f'_c}$$

$$f_r = 2\sqrt{175} = 26.46 \text{ kg/cm}^2$$



$$d = h - 3$$

$$d = 20 - 3$$

$$d = 17 \text{ cm}$$

$$A_s = 1.42 \text{ cm}^2$$

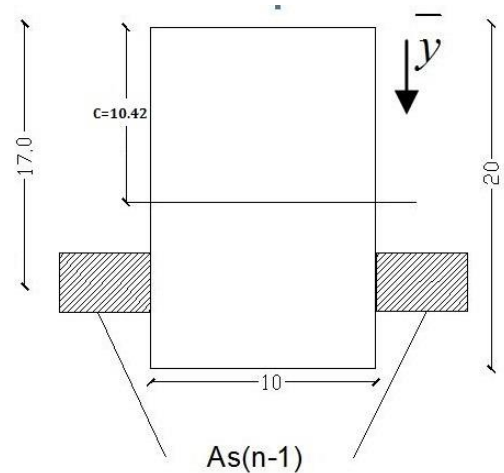
Relación modular:

$$n = \frac{E_s}{E_c} = \frac{2 \times 10^6}{15000 \sqrt{175}} = 10.1$$

$$A_s(n - 1) = 1.42(10.1 - 1) = 12.92 \text{ cm}^2$$

$$\bar{Y} = \frac{20(10)(10) + 12.92(17)}{20(10) + 12.92}$$

$$\bar{Y} = 10.42 \text{ cm}$$



Inercia respecto al centro de gravedad:

$$I = I + A * dx^2$$

$$I = \frac{10(20)^3}{12} + (10 * 20)(0.42)^2 + 12.92 * (17 - 10.42)^2$$

$$I = 7261.34 \text{ cm}^4$$

Calculando el momento correspondiente, este será el momento de agrietamiento del concreto:

$$M_n = \frac{f_r * I}{c} = \frac{26.46 * 7261.34}{20 - 10.42}$$

$$M_n = 20055.85 \text{ kg} \cdot \text{cm}$$

$$M_n = 0.20 \text{ Tn} \cdot \text{m}$$

Esfuerzo del concreto y acero:

$$\sigma_c = \frac{20055.85 (10.42)}{7261.34} = 28.78 \text{ kg/cm}^2$$

$$\sigma_s = \frac{20055.85(17 - 10.42)(10.1)}{7261.34} = 183.56 \text{ kg/cm}^2$$

Calculo de deformación:

$$\sigma = E * \varepsilon \rightarrow \varepsilon = \sigma/E$$

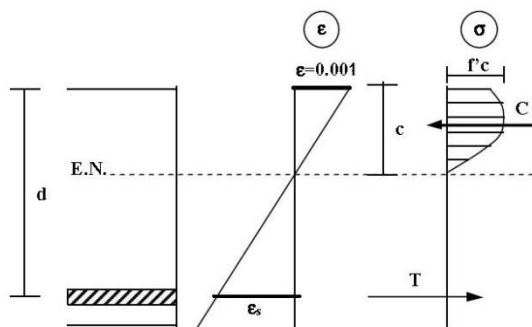
$$\varepsilon_c = \frac{28.78}{15000 * \sqrt{175}} = 1.45 \times 10^{-4} = 0.000145$$

$$\varepsilon_s = \frac{183.56}{2 \times 10^6} = 9.18 \times 10^{-5} = 0.0000918$$

Curvatura:

$$\phi = \frac{\varepsilon_c}{c} = \frac{0.000145}{10.42} = 0.0000139$$

Por tanteo asumo  $\varepsilon_c = 0.001$



$$\frac{\varepsilon_s}{d - c} = \frac{0.001}{c}$$

$$\varepsilon_s = \frac{0.001}{c} * (d - c)$$

$$f_s = \varepsilon_s * E_s$$

$$f_s = E_s \left( \frac{0.001(d-c)}{c} \right)$$

Calculo de k1 y k2:

$$k_1 = \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_0} \left(1 - \frac{\varepsilon_c}{3 * \varepsilon_0}\right) = \frac{0.001}{0.002} \left(1 - \frac{0.001}{3 * 0.002}\right) = 0.4167$$

$$k_2 = \frac{1}{4} \left(\frac{4\varepsilon_0 - \varepsilon_c}{3\varepsilon_0 - \varepsilon_c}\right) = \frac{1}{4} \left(\frac{4 * 0.002 - 0.001}{3 * 0.002 - 0.001}\right) = 0.35$$

Haciendo equilibrio de fuerzas (T=C):

$$k_1 * f'_c * b * c = A_s * f_y$$

$$0.4167 * 175 * 10 * c = 1.42 * 4200$$

$$c = 8.18 \text{ cm}^2$$

Verificación si acero fluye:

$$E_s = \left(\frac{0.001(d - c)}{c}\right) = 0.001 * \frac{17 - 8.18}{8.18} = 0.0011 > 0.00175 \text{ (no fluye)}$$

Curvatura:

$$\phi_1 = \frac{E_c}{c} = \frac{0.001}{8.18} = 1.22 \times 10^{-4} \text{ 1/cm}$$

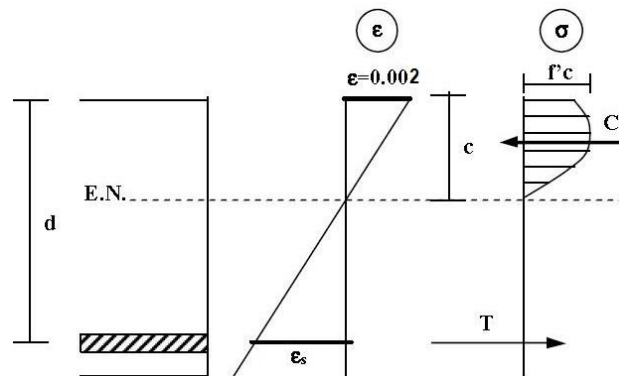
Momento:

$$M_{n1} = k_1 * f'_c * b * c * (d - k_2 * c)$$

$$M_{n1} = 0.4167 * 175 * 10 * 8.18 * (17 - 0.35 * 8.18)$$

$$M_{n1} = 84328.06 \text{ kg - cm} = 0.84 \text{ tn - m}$$

Por tanteo asumo  $\varepsilon_c = 0.002$



$$\frac{\varepsilon_s}{d-c} = \frac{0.002}{c}$$

$$\varepsilon_s = \frac{0.002}{c} * (d-c)$$

$$f_s = \varepsilon_s * E_s$$

$$f_s = E_s \left( \frac{0.002(d-c)}{c} \right)$$

Calculo de k1 y k2:

Para  $\varepsilon_0 \leq \varepsilon_c \leq \varepsilon_{cu}$

$$k_1 = \left( 1 - \frac{\varepsilon_0}{3\varepsilon_c} - 50\varepsilon_c + 100\varepsilon_c - 50 \frac{\varepsilon_0^2}{\varepsilon_c} \right)$$

$$= \left( 1 - \frac{0.002}{3 * 0.002} - 50(0.002) + 100(0.002) - 50 \frac{(0.002)^2}{0.002} \right) = k_1$$

$$= 0.6667$$

Para  $\varepsilon_0 \leq \varepsilon_c \leq \varepsilon_{cu}$

$$K_2 = \frac{\frac{\varepsilon_0^2}{12} - \frac{\varepsilon_c * \varepsilon_0}{3} + \frac{\varepsilon_c^2}{2} - \frac{50}{3} (\varepsilon_c - \varepsilon_0)^3}{\varepsilon_c (\varepsilon_c - \frac{\varepsilon_0}{3} - 50\varepsilon_c^2 + 100\varepsilon_c * \varepsilon_0 - 50\varepsilon_0^2)} =$$

$$K_2 = \frac{\frac{0.002^2}{12} - \frac{0.002 * 0.002}{3} + \frac{0.002^2}{2} - \frac{50}{3} (0.002 - 0.002)^3}{0.002(0.002 - \frac{0.002}{3} - 50 * 0.002^2 + 100 * 0.002 * 0.002 - 50 * 0.002^2)}$$

$$K_2 = 0.375$$

Haciendo equilibrio de fuerzas (T=C):

$$k_1 * f'_c * b * c = A_s * f_y$$

$$0.6667 * 175 * 10 * c = 1.42 * 4200$$

$$c = 5.11cm$$

Verificación si acero fluye:

$$E_s = \left( \frac{0.002(d-c)}{c} \right) = 0.002 * \frac{17 - 5.11}{5.11} = 0.0047 > 0.00175 \text{ (si fluye)}$$

$$\therefore E_s = 0.00175$$

$$\therefore f_s = f_y = 4200 \text{ kg/cm}^2$$

Curvatura:

$$\phi_2 = \frac{E_c}{c} = \frac{0.002}{5.11} = 3.91 \times 10^{-4} \text{ 1/cm}$$

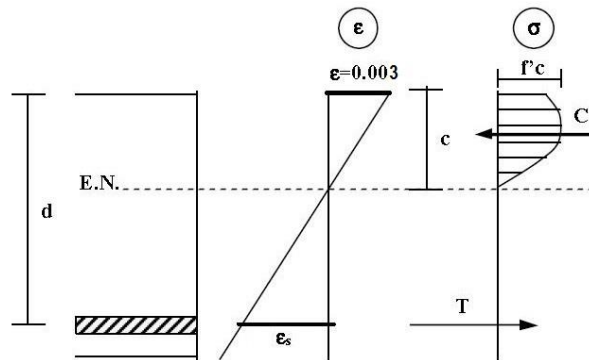
Momento:

$$M_{n2} = k_1 * f'_c * b * c * (d - k_2 * c)$$

$$M_{n2} = 0.6667 * 175 * 10 * 5.11 * (17 - 0.375 * 5.11)$$

$$M_{n2} = 89928.79 \text{ kg-cm} = 0.90 \text{ tn-m}$$

Por tanteo asumo  $\varepsilon_c = 0.003$



$$\frac{\varepsilon_s}{d-c} = \frac{0.003}{c}$$

$$\varepsilon_s = \frac{0.003}{c} * (d-c)$$

$$f_s = \varepsilon_s * E_s$$

$$f_s = E_s \left( \frac{0.003(d-c)}{c} \right)$$

Calculo de k1 y k2:

Para  $\varepsilon_0 \leq \varepsilon_c \leq \varepsilon_{cu}$

$$k_1 = \left( 1 - \frac{\varepsilon_0}{3\varepsilon_c} - 50\varepsilon_c + 100\varepsilon_c - 50 \frac{\varepsilon_0^2}{\varepsilon_c} \right)$$

$$= \left( 1 - \frac{0.002}{3 * 0.003} - 50(0.003) + 100(0.003) - 50 \frac{(0.002)^2}{0.003} \right) = k_1$$

$$= 0.861$$

Para  $\varepsilon_0 \leq \varepsilon_c \leq \varepsilon_{cu}$

$$K_2 = \frac{\frac{\varepsilon_0^2}{12} - \frac{\varepsilon_c * \varepsilon_0}{3} + \frac{\varepsilon_c^2}{2} - \frac{50}{3} (\varepsilon_c - \varepsilon_0)^3}{\varepsilon_c (\varepsilon_c - \frac{\varepsilon_0}{3} - 50\varepsilon_c^2 + 100\varepsilon_c * \varepsilon_0 - 50\varepsilon_0^2)}$$

$$K_2 = \frac{\frac{0.002^2}{12} - \frac{0.003 * 0.002}{3} + \frac{0.003^2}{2} - \frac{50}{3} (0.003 - 0.002)^3}{0.003(0.003 - \frac{0.002}{3} - 50 * 0.003^2 + 100 * 0.003 * 0.002 - 50 * 0.002^2)}$$

$$K_2 = 0.4112$$

Haciendo equilibrio de fuerzas (T=C):

$$k_1 * f'_c * b * c = A_s * f_y$$

$$0.861 * 175 * 10 * c = 1.42 * 4200$$

$$c = 3.96 \text{ cm}$$

Verificación si acero fluye:

$$E_s = \left( \frac{0.003(d - c)}{c} \right) = 0.003 * \frac{17 - 3.96}{3.96} = 0.0099 > 0.00175 \text{ (si fluye)}$$

$$\therefore E_s = 0.00175$$

$$\therefore f_s = f_y = 4200 \text{ kg/cm}^2$$

Curvatura:

$$\phi_3 = \frac{E_c}{c} = \frac{0.003}{3.96} = 7.58 \times 10^{-4} \text{ 1/cm}$$

Momento:

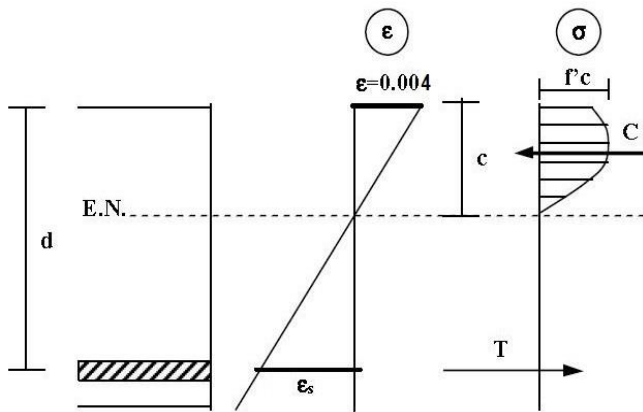


$$M_{n3} = k_1 * f'_c * b * c * (d - k_2 * c)$$

$$M_{n3} = 0.861 * 175 * 10 * 3.96 * (17 - 0.4112 * 3.96)$$

$$M_{n3} = 91718.47 \text{ kg} - \text{cm} = 0.917 \text{ tn} - \text{m}$$

Por tanteo asumo  $\varepsilon_c = 0.004$



$$\frac{\varepsilon_s}{d - c} = \frac{0.004}{c}$$

$$\varepsilon_s = \frac{0.004}{c} * (d - c)$$

$$f_s = \varepsilon_s * E_s$$

$$f_s = E_s \left( \frac{0.004(d - c)}{c} \right)$$

Calculo de k1 y k2:

Para  $\varepsilon_0 \leq \varepsilon_c \leq \varepsilon_{cu}$

$$\begin{aligned} k_1 &= \left( 1 - \frac{\varepsilon_0}{3\varepsilon_c} - 50\varepsilon_c + 100\varepsilon_c - 50 \frac{\varepsilon_0^2}{\varepsilon_c} \right) \\ &= \left( 1 - \frac{0.002}{3 * 0.004} - 50(0.004) + 100(0.004) - 50 \frac{(0.002)^2}{0.004} \right) = k_1 \\ &= 0.983 \end{aligned}$$

Para  $\varepsilon_0 \leq \varepsilon_c \leq \varepsilon_{cu}$

$$K_2 = \frac{\frac{\varepsilon_0^2}{12} - \frac{\varepsilon_c \varepsilon_0}{3} + \frac{\varepsilon_c^2}{2} - \frac{50}{3} (\varepsilon_c - \varepsilon_0)^3}{\varepsilon_c (\varepsilon_c - \frac{\varepsilon_0}{3} - 50 \varepsilon_c^2 + 100 \varepsilon_c * \varepsilon_0 - 50 \varepsilon_0^2)} =$$

$$K_2 = \frac{\frac{0.002^2}{12} - \frac{0.004 * 0.002}{3} + \frac{0.004^2}{2} - \frac{50}{3} (0.004 - 0.002)^3}{0.004 (0.004 - \frac{0.002}{3} - 50 * 0.004^2 + 100 * 0.004 * 0.002 - 50 * 0.002^2)}$$

$$K_2 = 0.441$$

Haciendo equilibrio de fuerzas (T=C):

$$k_1 * f'_c * b * c = A_s * f_y$$

$$0.983 * 175 * 10 * c = 1.42 * 4200$$

$$c = 3.47 \text{ cm}$$

Verificación si acero fluye:

$$E_s = \left( \frac{0.004(d - c)}{c} \right) = 0.004 * \frac{17 - 3.47}{3.47} = 0.016 > 0.00175 \text{ ( si fluye)}$$

$$\therefore E_s = 0.00175$$

$$\therefore f_s = f_y = 4200 \text{ kg/cm}^2$$

Curvatura:

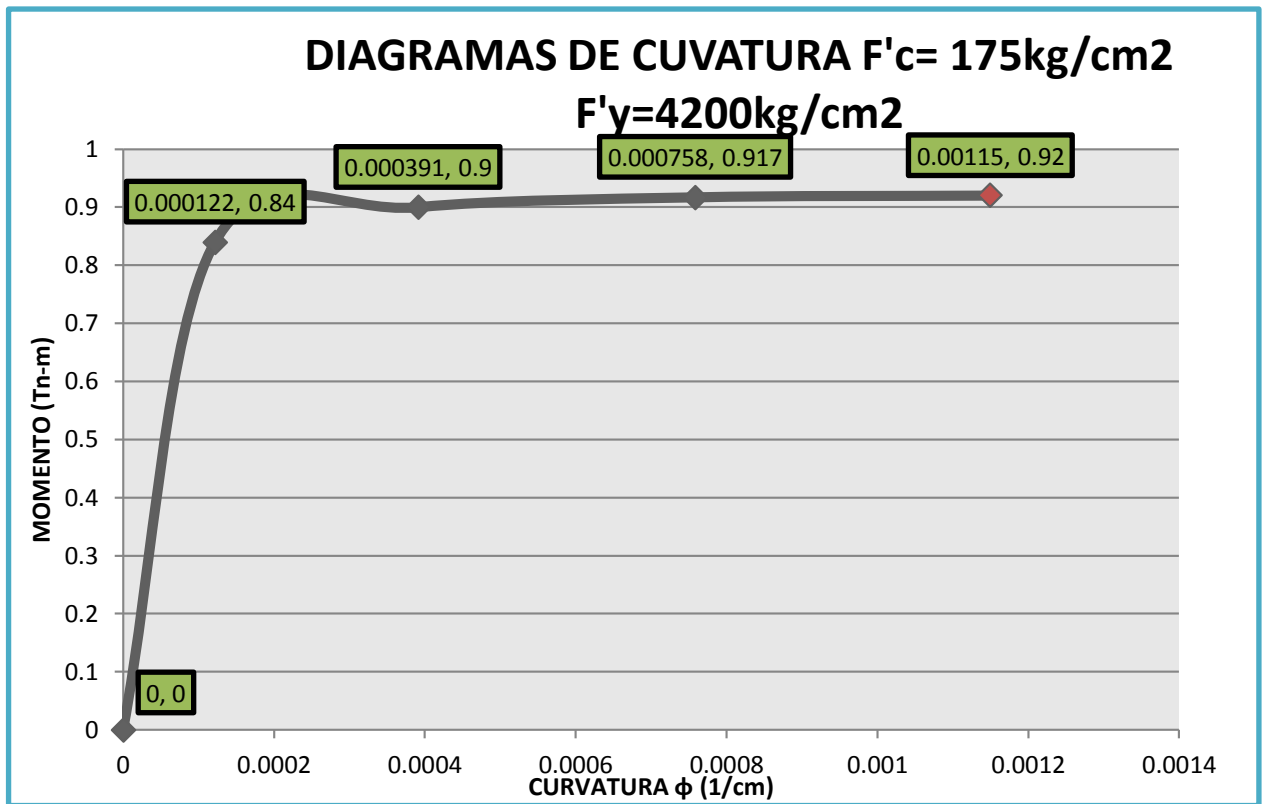
$$\phi_4 = \frac{E_c}{c} = \frac{0.004}{3.47} = 1.15 \times 10^{-3} \text{ 1/cm}$$

Momento:

$$M_{n4} = k_1 * f'_c * b * c * (d - k_2 * c)$$

$$M_{n4} = 0.983 * 175 * 10 * 3.47 * (17 - 0.441 * 3.47)$$

$$M_{n4} = 92342.96 \text{ kg} - \text{cm} = 0.92 \text{ tn} - \text{m}$$



Fuente: Propia del tesista

Ductilidad:

$$\mu = \frac{\phi_u}{\phi_y}$$

$$\mu = \frac{0.00115}{0.000122} = 9.43$$

#### Ejercicio 5: Modelo Hognestad para el concreto- viga no confinada

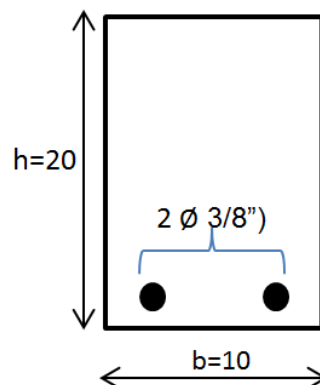
Datos:  $f'_c = 210 \text{ kg/cm}^2$

$$f_{y(60)} = 4200 \text{ kg/cm}^2$$

$$E_s = 2 \times 10^6 \text{ kg/cm}^2$$

$$E_c = 217370 \text{ kg/cm}^2$$

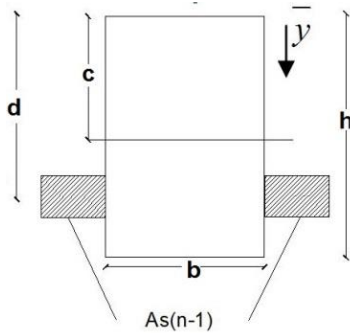
$$A_s = 1.42 \text{ cm}^2$$



Resistencia a tracción del cº en flexión:

$$f_r = 2\sqrt{f'_c}$$

$$f_r = 2\sqrt{210} = 28.98 \text{ kg/cm}^2$$



$$d = h - 3$$

$$d = 20 - 3$$

$$d = 17 \text{ cm}$$

$$A_s = 1.42 \text{ cm}^2$$

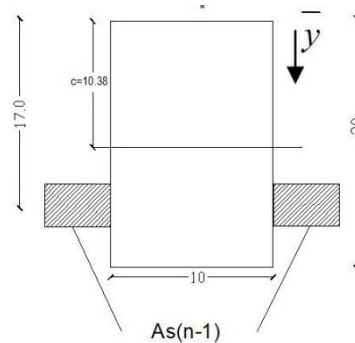
Relación modular:

$$n = \frac{E_s}{E_c} = \frac{2 \times 10^6}{15000 \sqrt{210}} = 9.2$$

$$A_s(n - 1) = 1.42(9.2 - 1) = 11.64 \text{ cm}^2$$

$$\bar{Y} = \frac{20(10)(10) + 11.64(17)}{20(10) + 11.64}$$

$$\bar{Y} = 10.38 \text{ cm}$$



Inercia respecto al centro de gravedad:

$$I = I + A * dx^2$$

$$I = \frac{10(20)^3}{12} + (10 * 20)(0.38)^2 + 11.64 * (17 - 10.38)^2$$

$$I = 7205.663 \text{ cm}^4$$

Calculando el momento correspondiente, este será el momento de agrietamiento del concreto:

$$M_n = \frac{f_r * I}{c} = \frac{28.98 * 7205.663}{20 - 10.38}$$

$$M_n = 21709 \text{ kg * cm}$$

$$M_n = 0.217 Tn - m$$

Esfuerzo del concreto y acero:

$$\sigma_c = \frac{21709 (10.38)}{7205.663} = 31.27 \text{ kg/cm}^2$$

$$\sigma_s = \frac{21709 (17 - 10.38)(9.2)}{7205.663} = 183.19 \text{ kg/cm}^2$$

Calculo de deformación:

$$\sigma = E * \varepsilon \rightarrow \varepsilon = \sigma / E$$

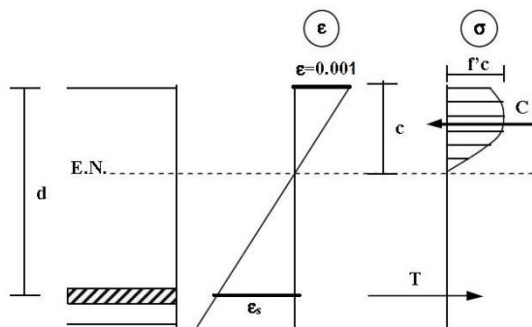
$$\varepsilon_c = \frac{31.27}{15000 * \sqrt{210}} = 1.44 \times 10^{-4} = 0.000144$$

$$\varepsilon_s = \frac{183.19}{2 \times 10^6} = 9.18 \times 10^{-5} = 0.0000918$$

Curvatura:

$$\phi = \frac{\varepsilon_c}{c} = \frac{0.000144}{10.38} = 0.0000139$$

Por tanteo asumo  $\varepsilon_c = 0.001$



$$\frac{\varepsilon_s}{d - c} = \frac{0.001}{c}$$

$$\varepsilon_s = \frac{0.001}{c} * (d - c)$$

$$f_s = \varepsilon_s * E_s$$

$$f_s = E_s \left( \frac{0.001(d-c)}{c} \right)$$

Calculo de k1 y k2:

$$k_1 = \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_0} \left( 1 - \frac{\varepsilon_c}{3 * \varepsilon_0} \right) = \frac{0.001}{0.002} \left( 1 - \frac{0.001}{3 * 0.002} \right) = 0.4167$$

$$k_2 = \frac{1}{4} \left( \frac{4\varepsilon_0 - \varepsilon_c}{3\varepsilon_0 - \varepsilon_c} \right) = \frac{1}{4} \left( \frac{4 * 0.002 - 0.001}{3 * 0.002 - 0.001} \right) = 0.35$$

Haciendo equilibrio de fuerzas (T=C):

$$k_1 * f'_c * b * c = A_s * f_y$$

$$0.4167 * 210 * 10 * c = 1.42 * 4200$$

$$c = 6.82 \text{ cm}^2$$

Verificación si acero fluye:

$$E_s = \left( \frac{0.001(d - c)}{c} \right) = 0.001 * \frac{17 - 6.82}{6.82} = 0.00149 > 0.0021 \text{ (no fluye)}$$

Curvatura:

$$\phi_1 = \frac{E_c}{c} = \frac{0.001}{6.82} = 1.47 \times 10^{-4} \text{ 1/cm}$$

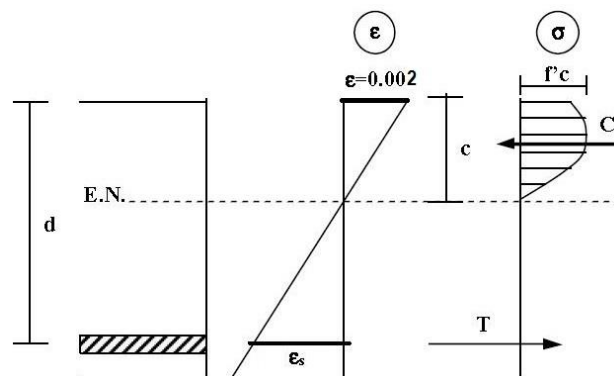
Momento:

$$M_{n1} = k_1 * f'_c * b * c * (d - k_2 * c)$$

$$M_{n1} = 0.4167 * 210 * 10 * 6.82 * (17 - 0.35 * 6.82)$$

$$M_{n1} = 87210.05 \text{ kg - cm} = 0.87 \text{ tn - m}$$

Por tanteo asumo  $\varepsilon_c = 0.002$



$$\frac{\varepsilon_s}{d-c} = \frac{0.002}{c}$$

$$\varepsilon_s = \frac{0.002}{c} * (d-c)$$

$$f_s = \varepsilon_s * E_s$$

$$f_s = E_s \left( \frac{0.002(d-c)}{c} \right)$$

Calculo de k1 y k2:

Para  $\varepsilon_0 \leq \varepsilon_c \leq \varepsilon_{cu}$

$$k_1 = \left( 1 - \frac{\varepsilon_0}{3\varepsilon_c} - 50\varepsilon_c + 100\varepsilon_c - 50 \frac{\varepsilon_0^2}{\varepsilon_c} \right)$$

$$= \left( 1 - \frac{0.002}{3 * 0.002} - 50(0.002) + 100(0.002) - 50 \frac{(0.002)^2}{0.002} \right) = k_1$$

$$= 0.6667$$

Para  $\varepsilon_0 \leq \varepsilon_c \leq \varepsilon_{cu}$

$$K_2 = \frac{\frac{\varepsilon_0^2}{12} - \frac{\varepsilon_c * \varepsilon_0}{3} + \frac{\varepsilon_c^2}{2} - \frac{50}{3} (\varepsilon_c - \varepsilon_0)^3}{\varepsilon_c (\varepsilon_c - \frac{\varepsilon_0}{3} - 50\varepsilon_c^2 + 100\varepsilon_c * \varepsilon_0 - 50\varepsilon_0^2)} =$$

$$K_2 = \frac{\frac{0.002^2}{12} - \frac{0.002 * 0.002}{3} + \frac{0.002^2}{2} - \frac{50}{3} (0.002 - 0.002)^3}{0.002(0.002 - \frac{0.002}{3} - 50 * 0.002^2 + 100 * 0.002 * 0.002 - 50 * 0.002^2)}$$

$$K_2 = 0.375$$

Haciendo equilibrio de fuerzas (T=C):

$$k_1 * f'_c * b * c = A_s * f_y$$

$$0.6667 * 210 * 10 * c = 1.42 * 4200$$

$$c = 4.26cm$$

Verificación si acero fluye:

$$E_s = \left( \frac{0.002(d-c)}{c} \right) = 0.002 * \frac{17 - 4.26}{4.26} = 0.0060 > 0.0021 \text{ ( si fluye)}$$

$$\therefore E_s = 0.0021$$

$$\therefore f_s = f_y = 4200 \text{ kg/cm}^2$$

Curvatura:

$$\phi_2 = \frac{E_c}{c} = \frac{0.002}{4.26} = 4.69 \times 10^{-4} \text{ 1/cm}$$

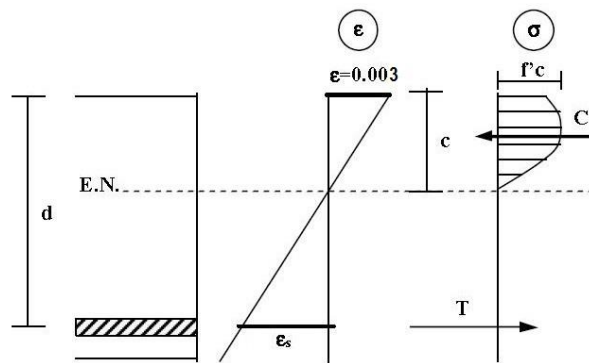
Momento:

$$M_{n2} = k_1 * f'_c * b * c * (d - k_2 * c)$$

$$M_{n2} = 0.6667 * 210 * 10 * 4.26 * (17 - 0.375 * 4.26)$$

$$M_{n2} = 91865.10 \text{ kg-cm} = 0.92 \text{ tn-m}$$

Por tanteo asumo  $\epsilon_c = 0.003$



$$\frac{\epsilon_s}{d - c} = \frac{0.003}{c}$$

$$\epsilon_s = \frac{0.003}{c} * (d - c)$$

$$f_s = \epsilon_s * E_s$$

$$f_s = E_s \left( \frac{0.003(d - c)}{c} \right)$$

Calculo de k1 y k2:

Para  $\epsilon_0 \leq \epsilon_c \leq \epsilon_{cu}$  (verificar)



$$\begin{aligned}
k_1 &= \left( 1 - \frac{\varepsilon_0}{3\varepsilon_c} - 50\varepsilon_c + 100\varepsilon_c - 50\frac{\varepsilon_0^2}{\varepsilon_c} \right) \\
&= \left( 1 - \frac{0.002}{3 * 0.003} - 50(0.003) + 100(0.003) - 50\frac{(0.002)^2}{0.003} \right) = k_1 \\
&= 0.861
\end{aligned}$$

Para  $\varepsilon_0 \leq \varepsilon_c \leq \varepsilon_{cu}$

$$\begin{aligned}
K_2 &= \frac{\frac{\varepsilon_0^2}{12} - \frac{\varepsilon_c \varepsilon_0}{3} + \frac{\varepsilon_c^2}{2} - \frac{50}{3}(\varepsilon_c - \varepsilon_0)^3}{\varepsilon_c(\varepsilon_c - \frac{\varepsilon_0}{3} - 50\varepsilon_c^2 + 100\varepsilon_c * \varepsilon_0 - 50\varepsilon_0^2)} = \\
K_2 &= \frac{\frac{0.002^2}{12} - \frac{0.003 * 0.002}{3} + \frac{0.003^2}{2} - \frac{50}{3}(0.003 - 0.002)^3}{0.003(0.003 - \frac{0.002}{3} - 50 * 0.003^2 + 100 * 0.003 * 0.002 - 50 * 0.002^2)} \\
K_2 &= 0.4112
\end{aligned}$$

Haciendo equilibrio de fuerzas (T=C):

$$\begin{aligned}
k_1 * f'_c * b * c &= A_s * f_y \\
0.86 * 210 * 10 * c &= 1.42 * 4200 \\
c &= 3.30 \text{ cm}
\end{aligned}$$

Verificación si acero fluye:

$$\begin{aligned}
E_s &= \left( \frac{0.003(d - c)}{c} \right) = 0.003 * \frac{17 - 3.30}{3.30} = 0.012 > 0.0021 \text{ (si fluye)} \\
\therefore E_s &= 0.0021 \\
\therefore f_s &= f_y = 4200 \text{ kg/cm}^2
\end{aligned}$$

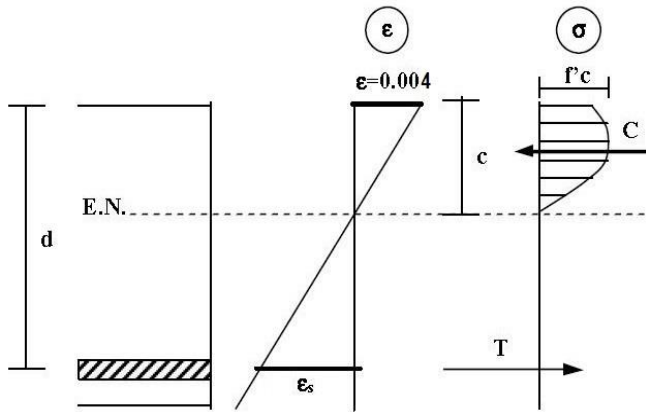
Curvatura:

$$\phi_3 = \frac{E_c}{c} = \frac{0.003}{3.30} = 9.09 \times 10^{-4} \text{ 1/cm}$$

Momento:

$$\begin{aligned}
M_{n3} &= k_1 * f'_c * b * c * (d - k_2 * c) \\
M_{n3} &= 0.86 * 210 * 10 * 3.30 * (17 - 0.4112 * 3.30) \\
M_{n3} &= 93229.39 \text{ kg - cm} = 0.93 \text{ tn - m}
\end{aligned}$$

Por tanteo asumo  $\varepsilon_c = 0.004$



$$\frac{\varepsilon_s}{d - c} = \frac{0.004}{c}$$

$$\varepsilon_s = \frac{0.004}{c} * (d - c)$$

$$f_s = \varepsilon_s * E_s$$

$$f_s = E_s \left( \frac{0.004(d - c)}{c} \right)$$

Calculo de k1 y k2:

Para  $\varepsilon_0 \leq \varepsilon_c \leq \varepsilon_{cu}$

$$\begin{aligned} k_1 &= \left( 1 - \frac{\varepsilon_0}{3\varepsilon_c} - 50\varepsilon_c + 100\varepsilon_c - 50\frac{\varepsilon_0^2}{\varepsilon_c} \right) \\ &= \left( 1 - \frac{0.002}{3 * 0.004} - 50(0.004) + 100(0.004) - 50\frac{(0.002)^2}{0.004} \right) = k_1 \\ &= 0.983 \end{aligned}$$

Para  $\varepsilon_0 \leq \varepsilon_c \leq \varepsilon_{cu}$

$$\begin{aligned} K_2 &= \frac{\frac{\varepsilon_0^2}{12} - \frac{\varepsilon_c * \varepsilon_0}{3} + \frac{\varepsilon_c^2}{2} - \frac{50}{3}(\varepsilon_c - \varepsilon_0)^3}{\varepsilon_c \left( \varepsilon_c - \frac{\varepsilon_0}{3} - 50\varepsilon_c^2 + 100\varepsilon_c * \varepsilon_0 - 50\varepsilon_0^2 \right)} = \\ K_2 &= \frac{\frac{0.002^2}{12} - \frac{0.004 * 0.002}{3} + \frac{0.004^2}{2} - \frac{50}{3}(0.004 - 0.002)^3}{0.004 \left( 0.004 - \frac{0.002}{3} - 50 * 0.004^2 + 100 * 0.004 * 0.002 - 50 * 0.002^2 \right)} \end{aligned}$$

$$K_2 = 0.441$$

Haciendo equilibrio de fuerzas (T=C):

$$k_1 * f'_c * b * c = A_s * f_y$$

$$0.983 * 210 * 10 * c = 1.42 * 4200$$

$$c = 2.89 \text{ cm}$$

Verificación si acero fluye:

$$E_s = \left( \frac{0.004(d - c)}{c} \right) = 0.004 * \frac{17 - 2.89}{2.89} = 0.020 > 0.0021 \text{ (si fluye)}$$

$$\therefore E_s = 0.0021$$

$$\therefore f_s = f_y = 4200 \text{ kg/cm}^2$$

Curvatura:

$$\phi_4 = \frac{E_c}{c} = \frac{0.004}{2.89} = 1.38 \times 10^{-3} \text{ 1/cm}$$

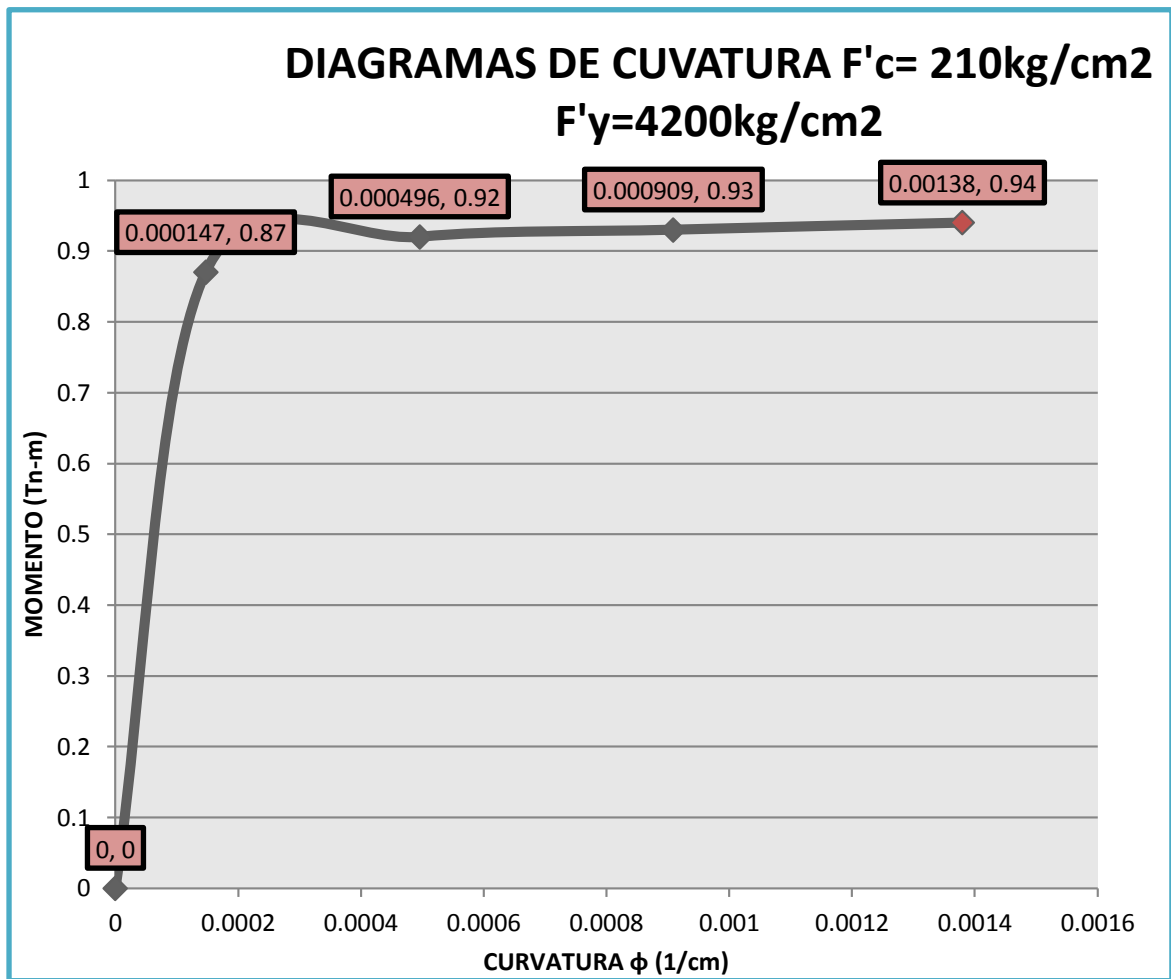
Momento:

$$M_{n4} = k_1 * f'_c * b * c * (d - k_2 * c)$$

$$M_{n4} = 0.983 * 210 * 10 * 2.89 * (17 - 0.441 * 2.89)$$

$$M_{n4} = 93815.67 \text{ kg} - \text{cm} = 0.94 \text{ tn} - \text{m}$$

*Fuente: Propia del tesista*



Fuente: Propia del tesista

Ductilidad:

$$\mu = \frac{\phi_u}{\phi_y}$$

$$\mu = \frac{0.00138}{0.000147} = 9.47$$

**Ejercicio 6: Modelo Hognestad para el concreto- viga no confinada**

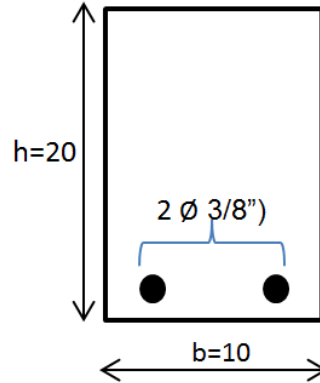
Datos:  $f'_c = 300 \text{ kg/cm}$

$$f_{y(60)} = 4200 \text{ kg/cm}^2$$

$$E_s = 2 \times 10^6 \text{ kg/cm}^2$$

$$E_c = 259808 \text{ kg/cm}^2$$

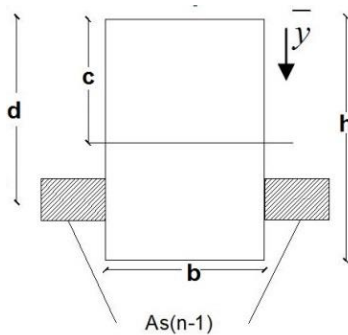
$$A_s = 1.42 \text{ cm}^2$$



Resistencia a tracción del cº en flexión:

$$f_r = 2\sqrt{f'_c}$$

$$f_r = 2\sqrt{300} = 34.64 \text{ kg/cm}^2$$



$$d = h - 3$$

$$d = 20 - 3$$

$$d = 17 \text{ cm}$$

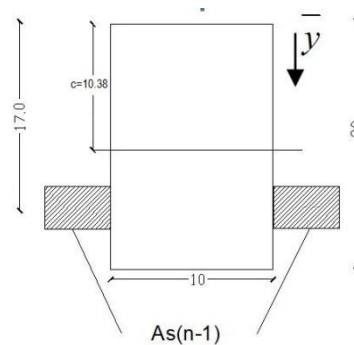
$$A_s = 1.42 \text{ cm}^2$$

Relación modular:

$$n = \frac{E_s}{E_c} = \frac{2 \times 10^6}{15000 \sqrt{300}} = 7.70$$

$$A_s(n - 1) = 1.42(7.70 - 1) = 9.5 \text{ cm}^2$$

$$\bar{Y} = \frac{20(10)(10) + 9.5(17)}{20(10) + 9.5}$$



$$\bar{Y} = 10.32 \text{ cm}$$

Inercia respecto al centro de gravedad:

$$I = I + A * dx^2$$

$$I = \frac{10(20)^3}{12} + (10 * 20)(0.32)^2 + 9.5 * (17 - 10.32)^2$$

$$I = 7111.06 \text{ cm}^4$$

Calculando el momento correspondiente, este será el momento de agrietamiento del concreto:

$$M_n = \frac{f_r * I}{c} = \frac{34.64 * 7111.06}{20 - 10.32}$$

$$M_n = 25447.02 \text{ kg} * \text{cm}$$

$$M_n = 0.254 \text{ Tn} - \text{m}$$

Esfuerzo del concreto y acero:

$$\sigma_c = \frac{25447.02(10.32)}{7111.06} = 36.93 \text{ kg/cm}^2$$

$$\sigma_s = \frac{25447.02 (17 - 10.32)(7.70)}{7111.06} = 184.06 \text{ kg/cm}^2$$

Calculo de deformación:

$$\sigma = E * \varepsilon \rightarrow \varepsilon = \sigma / E$$

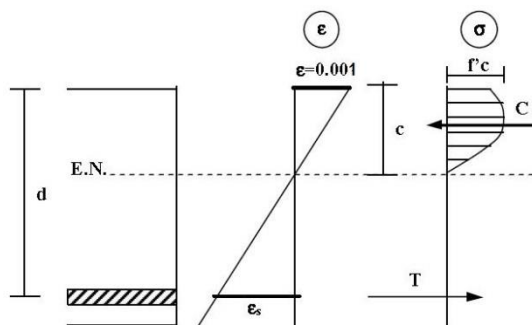
$$\varepsilon_c = \frac{36.93}{15000 * \sqrt{300}} = 1.42 * 10^{-4} = 0.000142$$

$$\varepsilon_s = \frac{184.06}{2 * 10^6} = 9.20 * 10^{-5} = 0.000092$$

Curvatura:

$$\phi = \frac{\varepsilon_c}{c} = \frac{0.000142}{10.32} = 0.000014$$

Por tanteo asumo  $\varepsilon_c = 0.001$



$$\frac{\varepsilon_s}{d - c} = \frac{0.001}{c}$$

$$\varepsilon_s = \frac{0.001}{c} * (d - c)$$

$$f_s = \varepsilon_s * E_s$$

$$f_s = E_s \left( \frac{0.001(d-c)}{c} \right)$$

Calculo de k1 y k2:

$$k_1 = \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_0} \left( 1 - \frac{\varepsilon_c}{3 * \varepsilon_0} \right) = \frac{0.001}{0.002} \left( 1 - \frac{0.001}{3 * 0.002} \right) = 0.4167$$

$$k_2 = \frac{1}{4} \left( \frac{4\varepsilon_0 - \varepsilon_c}{3\varepsilon_0 - \varepsilon_c} \right) = \frac{1}{4} \left( \frac{4 * 0.002 - 0.001}{3 * 0.002 - 0.001} \right) = 0.35$$

Haciendo equilibrio de fuerzas (T=C):

$$k_1 * f'_c * b * c = A_s * f_y$$

$$0.4167 * 300 * 10 * c = 1.42 * 4200$$

$$c = 4.77 \text{ cm}^2$$

Verificación si acero fluye:

$$E_s = \left( \frac{0.001(d-c)}{c} \right) = 0.001 * \frac{17 - 4.77}{4.77} = 0.0026 > 0.0030 \text{ (no fluye)}$$

Curvatura:

$$\phi_1 = \frac{E_c}{c} = \frac{0.001}{4.77} = 2.1 \times 10^{-4} \text{ 1/cm}$$

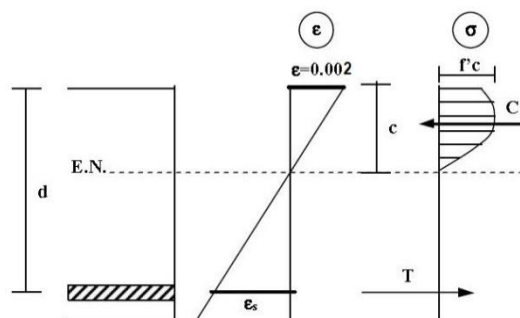
Momento:

$$M_{n1} = k_1 * f'_c * b * c * (d - k_2 * c)$$

$$M_{n1} = 0.4167 * 300 * 10 * 4.77 * (17 - 0.35 * 4.77)$$

$$M_{n1} = 91415.42 \text{ kg-cm} = 0.91 \text{ tn-m}$$

Por tanteo asumo  $\varepsilon_c = 0.002$



$$\frac{\varepsilon_s}{d-c} = \frac{0.002}{c}$$

$$\varepsilon_s = \frac{0.002}{c} * (d-c)$$

$$f_s = \varepsilon_s * E_s$$

$$f_s = E_s \left( \frac{0.002(d-c)}{c} \right)$$

Calculo de k1 y k2:

Para  $\varepsilon_0 \leq \varepsilon_c \leq \varepsilon_{cu}$

$$k_1 = \left( 1 - \frac{\varepsilon_0}{3\varepsilon_c} - 50\varepsilon_c + 100\varepsilon_c - 50 \frac{\varepsilon_0^2}{\varepsilon_c} \right)$$

$$= \left( 1 - \frac{0.002}{3 * 0.002} - 50(0.002) + 100(0.002) - 50 \frac{(0.002)^2}{0.002} \right) = k_1$$

$$= 0.6667$$

Para  $\varepsilon_0 \leq \varepsilon_c \leq \varepsilon_{cu}$

$$K_2 = \frac{\frac{\varepsilon_0^2}{12} - \frac{\varepsilon_c * \varepsilon_0}{3} + \frac{\varepsilon_c^2}{2} - \frac{50}{3} (\varepsilon_c - \varepsilon_0)^3}{\varepsilon_c (\varepsilon_c - \frac{\varepsilon_0}{3} - 50\varepsilon_c^2 + 100\varepsilon_c * \varepsilon_0 - 50\varepsilon_0^2)} =$$

$$K_2 = \frac{\frac{0.002^2}{12} - \frac{0.002 * 0.002}{3} + \frac{0.002^2}{2} - \frac{50}{3} (0.002 - 0.002)^3}{0.002(0.002 - \frac{0.002}{3} - 50 * 0.002^2 + 100 * 0.002 * 0.002 - 50 * 0.002^2)}$$

$$K_2 = 0.375$$

Haciendo equilibrio de fuerzas (T=C):

$$k_1 * f'_c * b * c = A_s * f_y$$

$$0.6667 * 300 * 10 * c = 1.42 * 4200$$

$$c = 2.98 \text{ cm}$$

Verificación si acero fluye:

$$E_s = \left( \frac{0.002(d-c)}{c} \right) = 0.002 * \frac{17 - 2.98}{2.98} = 0.0094 > 0.0030 \text{ ( si fluye)}$$

$$\therefore E_s = 0.0030$$



$$\therefore f_s = f_y = 4200 \text{ kg/cm}^2$$

Curvatura:

$$\phi_2 = \frac{E_c}{c} = \frac{0.002}{2.98} = 6.71 \times 10^{-4} \text{ 1/cm}$$

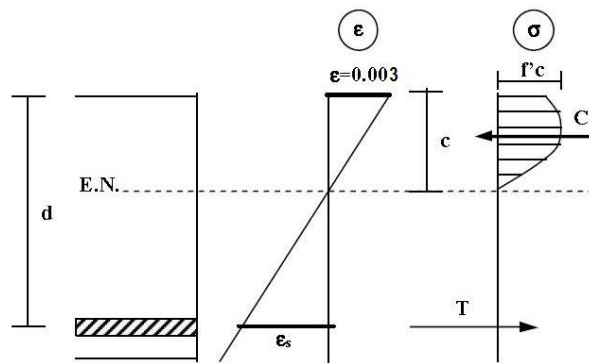
Momento:

$$M_{n2} = k_1 * f'_c * b * c * (d - k_2 * c)$$

$$M_{n2} = 0.6667 * 300 * 10 * 2.98 * (17 - 0.375 * 2.98)$$

$$M_{n2} = 94664.43 \text{ kg} - \text{cm} = 0.94 \text{ tn} - \text{m}$$

Por tanteo asumo  $\epsilon_c = 0.003$



$$\frac{\epsilon_s}{d - c} = \frac{0.003}{c}$$

$$\epsilon_s = \frac{0.003}{c} * (d - c)$$

$$f_s = \epsilon_s * E_s$$

$$f_s = E_s \left( \frac{0.003(d - c)}{c} \right)$$

Calculo de k1 y k2:

Para  $\epsilon_0 \leq \epsilon_c \leq \epsilon_{cu}$

$$\begin{aligned}
k_1 &= \left( 1 - \frac{\varepsilon_0}{3\varepsilon_c} - 50\varepsilon_c + 100\varepsilon_c - 50 \frac{\varepsilon_0^2}{\varepsilon_c} \right) \\
&= \left( 1 - \frac{0.002}{3 * 0.003} - 50(0.003) + 100(0.003) - 50 \frac{(0.002)^2}{0.003} \right) = k_1 \\
&= 0.861
\end{aligned}$$

Para  $\varepsilon_0 \leq \varepsilon_c \leq \varepsilon_{cu}$

$$\begin{aligned}
K_2 &= \frac{\frac{\varepsilon_0^2}{12} - \frac{\varepsilon_c * \varepsilon_0}{3} + \frac{\varepsilon_c^2}{2} - \frac{50}{3} (\varepsilon_c - \varepsilon_0)^3}{\varepsilon_c (\varepsilon_c - \frac{\varepsilon_0}{3} - 50\varepsilon_c^2 + 100\varepsilon_c * \varepsilon_0 - 50\varepsilon_0^2)} = \\
K_2 &= \frac{\frac{0.002^2}{12} - \frac{0.003 * 0.002}{3} + \frac{0.003^2}{2} - \frac{50}{3} (0.003 - 0.002)^3}{0.003(0.003 - \frac{0.002}{3} - 50 * 0.003^2 + 100 * 0.003 * 0.002 - 50 * 0.002^2)} \\
K_2 &= 0.4112
\end{aligned}$$

Haciendo equilibrio de fuerzas (T=C):

$$\begin{aligned}
k_1 * f'_c * b * c &= A_s * f_y \\
0.861 * 300 * 10 * c &= 1.42 * 4200 \\
c &= 2.31 \text{ cm}
\end{aligned}$$

Verificación si acero fluye:

$$\begin{aligned}
E_s &= \left( \frac{0.003(d - c)}{c} \right) = 0.003 * \frac{17 - 2.31}{2.31} = 0.019 > 0.0030 \text{ (si fluye)} \\
\therefore E_s &= 0.0021 \\
\therefore f_s = f_y &= 4200 \text{ kg/cm}^2
\end{aligned}$$

Curvatura:

$$\phi_3 = \frac{E_c}{c} = \frac{0.003}{2.31} = 1.30 \times 10^{-3} \text{ 1/cm}$$

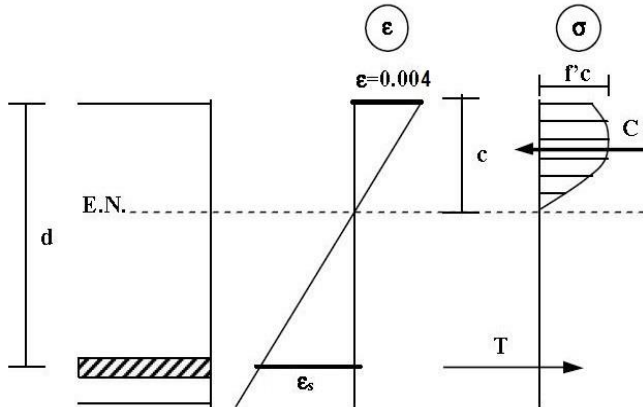
Momento:

$$M_{n3} = k_1 * f'_c * b * c * (d - k_2 * c)$$

$$M_{n3} = 0.861 * 300 * 10 * 2.31 * (17 - 0.4112 * 2.31)$$

$$M_{n3} = 95766.78 \text{ kg} - \text{cm} = 0.96 \text{ tn} - \text{m}$$

Por tanteo asumo  $\varepsilon_c = 0.004$



$$\frac{\varepsilon_s}{d - c} = \frac{0.004}{c}$$

$$\varepsilon_s = \frac{0.004}{c} * (d - c)$$

$$f_s = \varepsilon_s * E_s$$

$$f_s = E_s \left( \frac{0.004(d - c)}{c} \right)$$

Calculo de k1 y k2:

Para  $\varepsilon_0 \leq \varepsilon_c \leq \varepsilon_{cu}$

$$\begin{aligned} k_1 &= \left( 1 - \frac{\varepsilon_0}{3\varepsilon_c} - 50\varepsilon_c + 100\varepsilon_c - 50 \frac{\varepsilon_0^2}{\varepsilon_c} \right) \\ &= \left( 1 - \frac{0.002}{3 * 0.004} - 50(0.004) + 100(0.004) - 50 \frac{(0.002)^2}{0.004} \right) = k_1 \\ &= 0.983 \end{aligned}$$

Para  $\varepsilon_0 \leq \varepsilon_c \leq \varepsilon_{cu}$

$$K_2 = \frac{\frac{\varepsilon_0^2}{12} - \frac{\varepsilon_c * \varepsilon_0}{3} + \frac{\varepsilon_c^2}{2} - \frac{50}{3} (\varepsilon_c - \varepsilon_0)^3}{\varepsilon_c \left( \varepsilon_c - \frac{\varepsilon_0}{3} - 50\varepsilon_c^2 + 100\varepsilon_c * \varepsilon_0 - 50\varepsilon_0^2 \right)} =$$

$$K_2 = \frac{\frac{0.002^2}{12} - \frac{0.004 * 0.002}{3} + \frac{0.004^2}{2} - \frac{50}{3} (0.004 - 0.002)^3}{0.004(0.004 - \frac{0.002}{3} - 50 * 0.004^2 + 100 * 0.004 * 0.002 - 50 * 0.002^2)}$$

$$K_2 = 0.441$$

Haciendo equilibrio de fuerzas (T=C):

$$k_1 * f'_c * b * c = A_s * f_y$$

$$0.983 * 300 * 10 * c = 1.42 * 4200$$

$$c = 2.02 \text{ cm}$$

Verificación si acero fluye:

$$E_s = \left( \frac{0.004(d - c)}{c} \right) = 0.004 * \frac{17 - 2.02}{2.02} = 0.030 > 0.0030 \text{ (si fluye)}$$

$$\therefore E_s = 0.0021$$

$$\therefore f_s = f_y = 4200 \text{ kg/cm}^2$$

Curvatura:

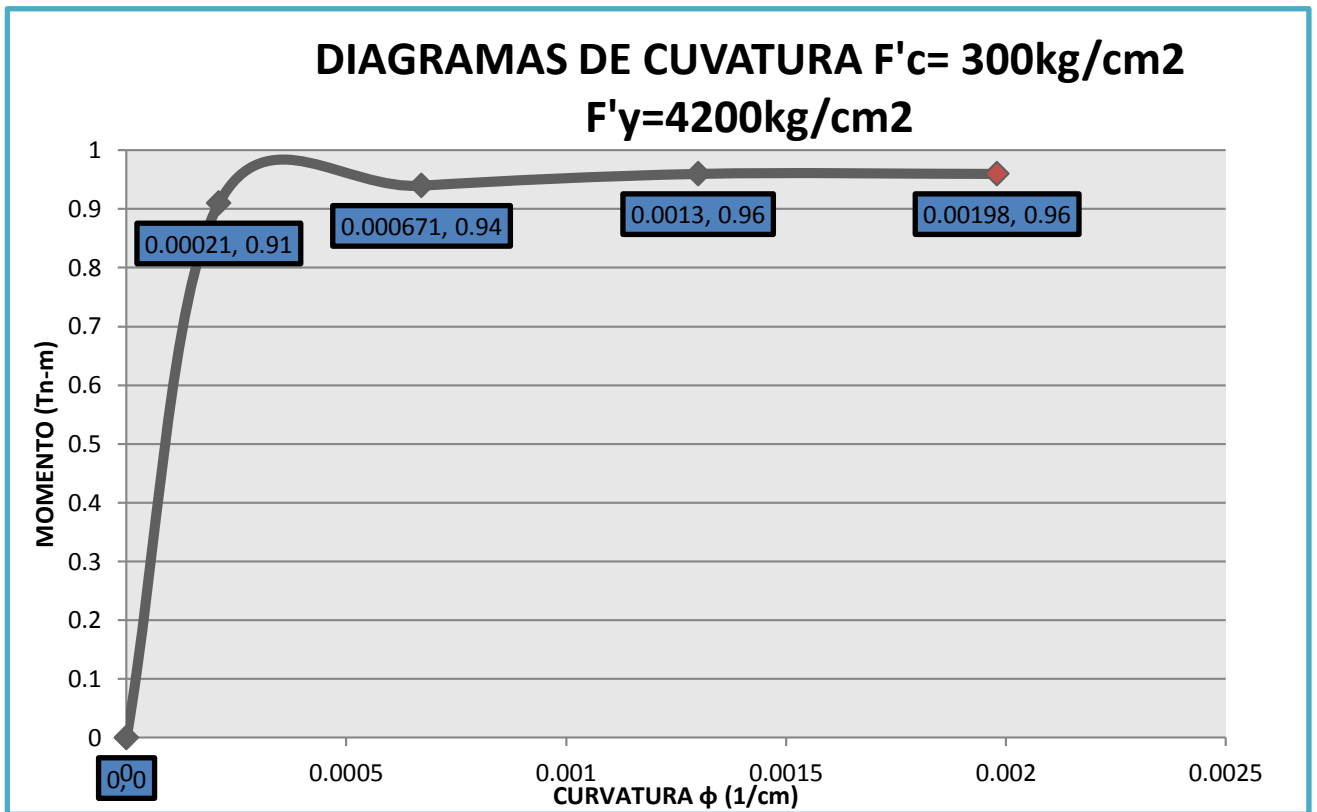
$$\phi_4 = \frac{E_c}{c} = \frac{0.004}{2.02} = 1.98 \times 10^{-3} \text{ 1/cm}$$

Momento:

$$M_{n4} = k_1 * f'_c * b * c * (d - k_2 * c)$$

$$M_{n4} = 0.983 * 300 * 10 * 2.02 * (17 - 0.441 * 2.02)$$

$$M_{n4} = 95962.06 \text{ kg} - \text{cm} = 0.96 \text{ tn} - \text{m}$$

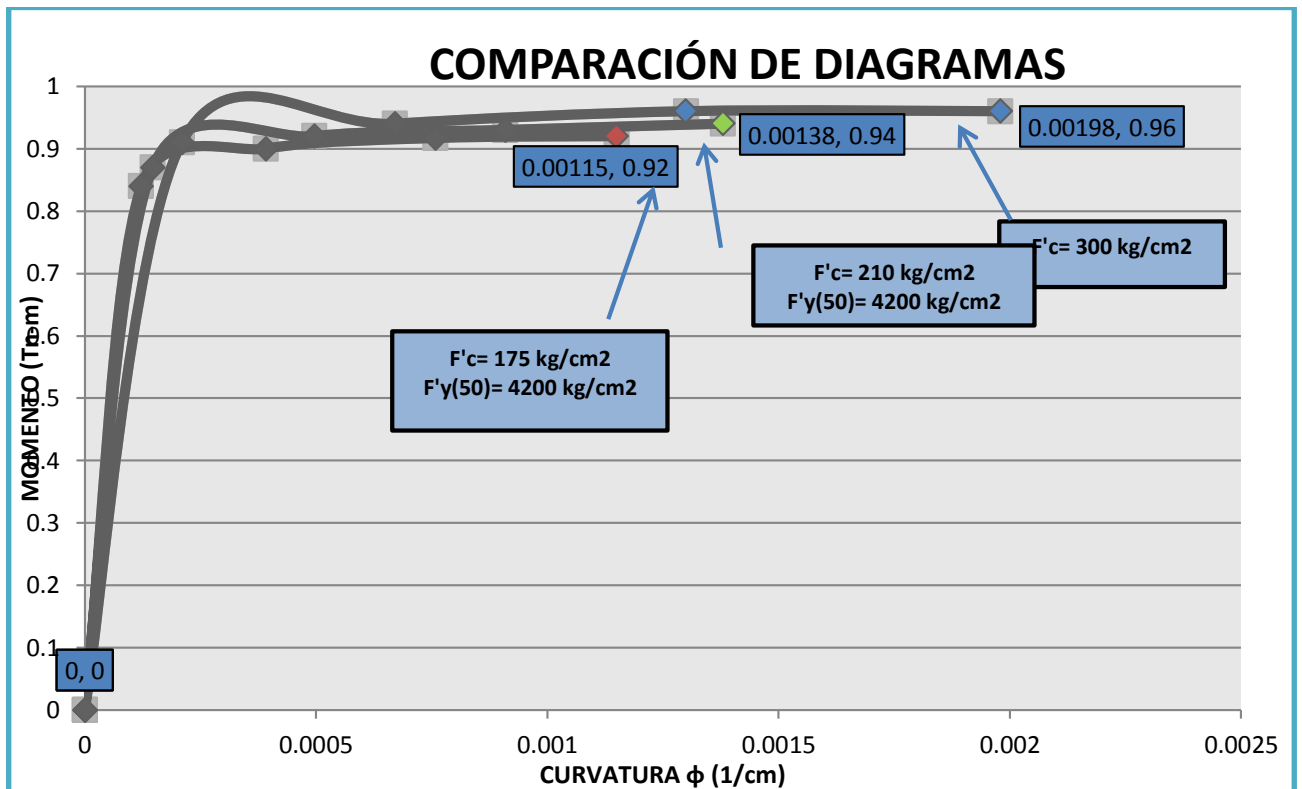


*Fuente: Propia del tesista*

Ductilidad:

$$\mu = \frac{\phi_u}{\phi_y}$$

$$\mu = \frac{0.00198}{0.00021} = 9.54$$

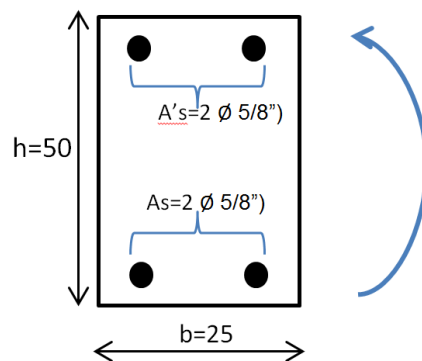


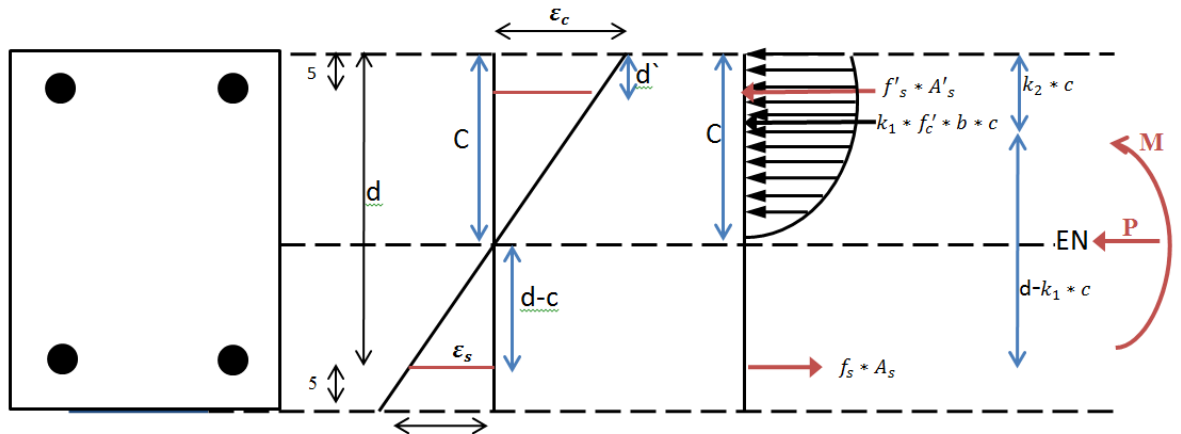
Fuente: Propia del tesista

#### Ejercicio 1: Modelo Hognestad para el concreto- columna no confinado

Datos:

- $f'_c = 210 \text{ kg/cm}^2$
- $f_y = 4200 \text{ kg/cm}^2$
- $P = 100 \text{ Tn}$
- $E_s = 2 \times 10^6 \text{ kg/cm}^2$
- $E_c = 217370 \text{ kg/cm}^2$
- $A_s = 3.96 \text{ cm}^2$
- $A'_s = 3.96 \text{ cm}^2$





Para el desarrollo de este ejercicio se utilizara estas fórmulas:

a) Equilibrio de fuerzas:

$$f'_s * A'_s + k_1 * f'_c * b * c - A_s * f_s = P$$

b) Compatibilidad de deformaciones:

$$\frac{\varepsilon_c}{c} = \frac{\varepsilon'_s}{c - d'} = \frac{\varepsilon_s}{d - c}$$

c) Ley constitutiva:

$$f'_s = E'_s * \varepsilon'_s$$

$$f'_s = E'_s * \frac{\varepsilon_c}{c} (c - d') \leq f'_s$$

$$f_s = E_s * \varepsilon_s$$

$$f_s = E_s * \frac{\varepsilon_c}{c} (d - c) \leq f_s$$

Tanteo 1: Asumiendo  $\varepsilon_c = 0.001$

$$k_1 = \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_0} \left(1 - \frac{\varepsilon_c}{3 * \varepsilon_0}\right) = \frac{0.001}{0.002} \left(1 - \frac{0.001}{3 * 0.002}\right) = 0.4167$$

$$k_2 = \frac{1}{4} \left(\frac{4\varepsilon_0 - \varepsilon_c}{3\varepsilon_0 - \varepsilon_c}\right) = \frac{1}{4} \left(\frac{4 * 0.002 - 0.001}{3 * 0.002 - 0.001}\right) = 0.35$$

Cálculos de esfuerzos:

$$f'_s * A'_s + k_1 * f'_c * b * c - A_s * f_s = P$$





$$M_n = 1087449.039 \text{ kg} - \text{cm} = 10.87 \text{ Tn} - \text{m}$$

Tanteo 2: Asumiendo  $\varepsilon_c = 0.002$

$$k_1 = \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_0} \left(1 - \frac{\varepsilon_c}{3 * \varepsilon_0}\right) = \frac{0.002}{0.002} \left(1 - \frac{0.002}{3 * 0.002}\right) = 0.66667$$

$$k_2 = \frac{1}{4} \left(\frac{4\varepsilon_0 - \varepsilon_c}{3\varepsilon_0 - \varepsilon_c}\right) = \frac{1}{4} \left(\frac{4 * 0.002 - 0.002}{3 * 0.002 - 0.002}\right) = 0.375$$

Cálculos de esfuerzos:

$$f'_s * A's + k_1 * f'_c * b * c - A_s * f_s = P$$

$$E'_s * \frac{\varepsilon_c}{c} (c - d') * A's + k_1 * f'_c * b * c - A_s * E_s * \frac{\varepsilon_c}{c} (d - c) = 100000 \text{ kg}$$

$$2x10^6 * \frac{0.002}{c} (c - 5) * 3.96 + 0.66667 * 210 * 25 * c - 3.96 * 2x10^6 * \frac{0.002}{c} (45 - c) = 100000 \text{ kg}$$

$$\frac{15840}{c} (c - 5) + 3500.02c - \frac{15840}{c} (45 - c) = 100000 \text{ kg}$$

$$15840(c - 5) + 3500.02c^2 - 15840(45 - c) = 100000c$$

$$15840c - 79200 + 3500.02c^2 - 712800 + 15840c = 100000c$$

$$3500.02c^2 - 68320c - 792000 = 0$$

$$c_1 = 27.69 \text{ cm}$$

$$f'_s = \frac{E'_s * \varepsilon_c}{c} (c - d') \rightarrow \frac{2 * 10^6 * 0.002}{27.69} (27.69 - 5) = 3277.71 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

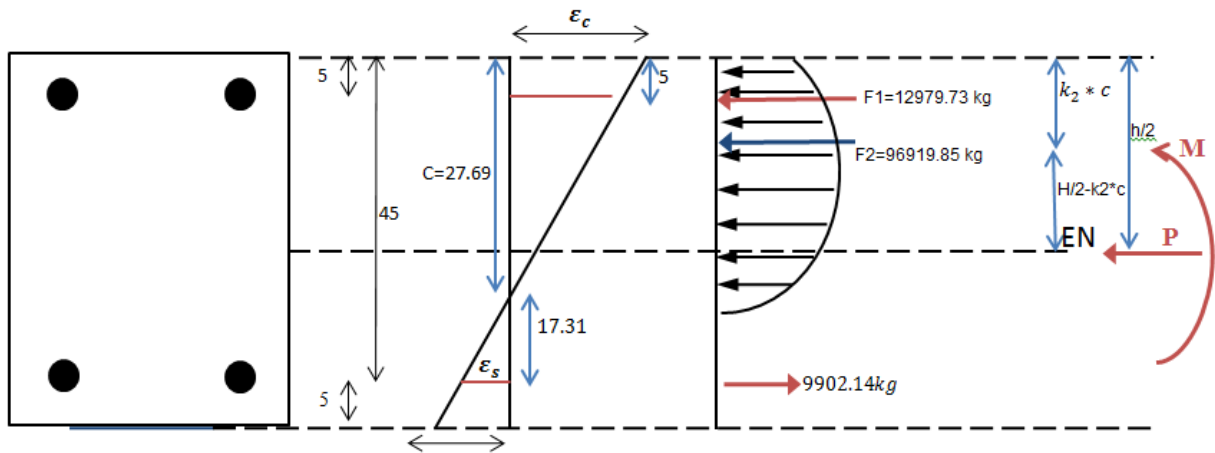
$$> 4200 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \text{ (no fluye)}$$

$$f_s = \frac{E_s * \varepsilon_c}{c} (d - c) \rightarrow \frac{2 * 10^6 * 0.002}{27.69} (45 - 27.69) = 2500.54 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$> 4200 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \text{ (no fluye)}$$

Curvatura:

$$\emptyset = \frac{E_c}{c} = \frac{0.002}{27.69} = 7.22 * 10^{-5} \text{ 1/cm}$$



$$M_n = k_1 * f'_c * b * c * \left(\frac{h}{2} - k_2 * c\right) + A's * f'_s * \left(\frac{h}{2} - d'\right) + A_s * f_s * \left(\frac{h}{2} - 5\right)$$

$$M_n = 0.466667 * 210 * 25 * 27.69 * \left(\frac{50}{2} - 0.375 * 27.69\right) + 3.96 * 3277.71 * \left(\frac{50}{2} - 5\right) + 3.96 * 2500.54 * \left(\frac{50}{2} - 5\right)$$

$$M_n = 1449172.216 \text{ kg} - \text{cm} = 14.49 \text{ Tn} - \text{m}$$

Tanteo 3: Asumiendo  $\varepsilon_c = 0.002612$

$$k_1 = \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_0} \left(1 - \frac{\varepsilon_c}{3 * \varepsilon_0}\right) = \frac{0.002612}{0.002} \left(1 - \frac{0.002612}{3 * 0.002}\right) = 0.73745$$

$$k_2 = \frac{1}{4} \left(\frac{4\varepsilon_0 - \varepsilon_c}{3\varepsilon_0 - \varepsilon_c}\right) = \frac{1}{4} \left(\frac{4 * 0.002 - 0.002612}{3 * 0.002 - 0.002612}\right) = 0.39758$$

Cálculos de esfuerzos:

$$f'_s * A's + k_1 * f'_c * b * c - A_s * f_s = P$$

$$E'_s * \frac{\varepsilon_c}{c} (c - d') * A's + k_1 * f'_c * b * c - A_s * E_s * \frac{\varepsilon_c}{c} (d - c) = 100000 \text{ kg}$$

$$2x10^6 * \frac{0.002612}{c} (c - 5) * 3.96 + 0.73745 * 210 * 25 * c - 3.96 * 2x10^6 * \frac{0.002612}{c} (45 - c) = 100000 \text{ kg}$$

$$\frac{20687.04}{c} (c - 5) + 3871.61c - \frac{20687.04}{c} (45 - c) = 100000 \text{ kg}$$

$$20687.04(c - 5) + 3871.61c^2 - 20687.04(45 - c) = 100000c$$

$$20687.04c - 103435.2 + 3871.61c^2 - 930916.8 + 20687.04c = 100000c$$

$$3871.61c^2 - 58625.92c - 827481.6 = 0$$

$$c_1 = 24.04 \text{ cm}$$

$$f'_s = \frac{E'_s * \varepsilon_c}{c} (c - d') \rightarrow \frac{2 * 10^6 * 0.002612}{24.04} (24.04 - 5) = 4137.48 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

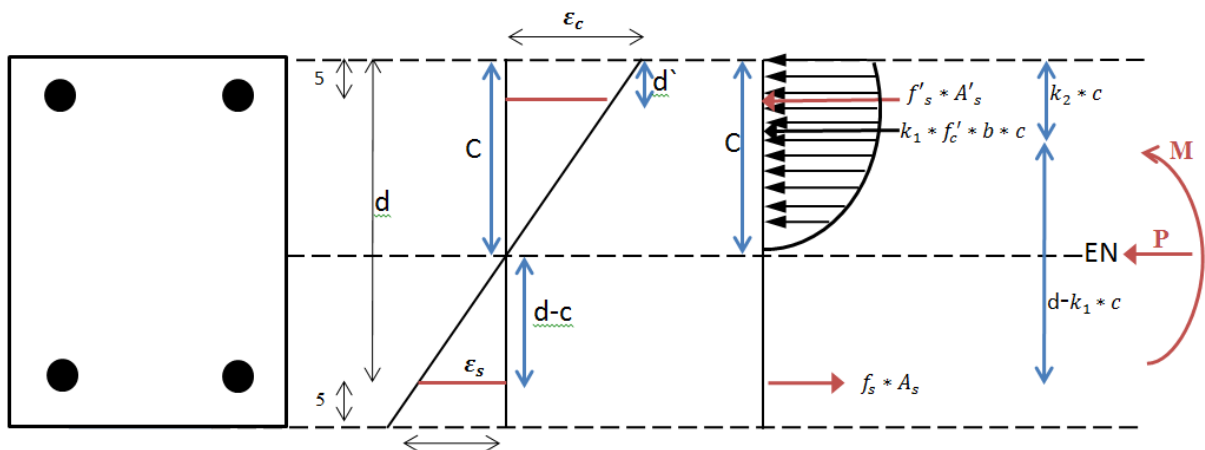
$$> 4200 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \text{ (no fluye)}$$

$$f_s = \frac{E_s * \varepsilon_c}{c} (d - c) \rightarrow \frac{2 * 10^6 * 0.002612}{24.04} (45 - 24.04) = 4554.70 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$> 4200 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \text{ (fluye)}$$

Curvatura:

$$\phi = \frac{E_s}{c} = \frac{0.002612}{24.04} = 1.09 \times 10^{-4} \text{ 1/cm}$$



**DIAGRAMA DE DEFORMACIONES- ESFUERZOS**

$$M_n = k_1 * f'_c * b * c * \left( \frac{h}{2} - k_2 * c \right) + A'_s * f'_s * \left( \frac{h}{2} - d' \right) + A_s * f_s * \left( \frac{h}{2} - 5 \right)$$

$$M_n = 0.73745 * 210 * 25 * 24.04 * \left( \frac{50}{2} - 0.39758 * 24.04 \right) + 3.96 * 4137.48$$

$$* \left( \frac{50}{2} - 5 \right) + 3.96 * 4200 * \left( \frac{50}{2} - 5 \right)$$

$$M_n = 2078097 \text{ kg} - \text{cm} = 20.8 \text{ Tn} - \text{m}$$

Tanteo 4: Asumiendo  $\varepsilon_c = 0.003$

$$k_1 = \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_0} \left( 1 - \frac{\varepsilon_c}{3 * \varepsilon_0} \right) = \frac{0.003}{0.002} \left( 1 - \frac{0.003}{3 * 0.002} \right) = 0.75$$

$$k_2 = \frac{1}{4} \left( \frac{4\varepsilon_0 - \varepsilon_c}{3\varepsilon_0 - \varepsilon_c} \right) = \frac{1}{4} \left( \frac{4 * 0.002 - 0.003}{3 * 0.002 - 0.003} \right) = 0.4167$$

Cálculos de esfuerzos:

$$f'_s * A's + k_1 * f'_c * b * c - A_s * f_s = P$$

$$E'_s * \frac{\varepsilon_c}{c} (c - d') * A's + k_1 * f'_c * b * c - A_s * E_s * \frac{\varepsilon_c}{c} (d - c) = 100000 \text{ kg}$$

$$2x10^6 * \frac{0.003}{c} (c - 5) * 3.96 + 0.75 * 210 * 25 * c - 3.96 * 2x10^6 * \frac{0.003}{c} (45 - c) = 100000 \text{ kg}$$

$$\frac{23760}{c} (c - 5) + 3937.5c - \frac{23760}{c} (45 - c) = 100000 \text{ kg}$$

$$23760(c - 5) + 3937.5c^2 - 23760(45 - c) = 100000c$$

$$23760c - 118800 + 3937.5c^2 - 1069200 + 23760c = 100000c$$

$$3937.5c^2 - 52480c - 1188000 = 0$$

$$c_1 = 25.27 \text{ cm}$$

$$f'_s = \frac{E'_s * \varepsilon_c}{c} (c - d') \rightarrow \frac{2 * 10^6 * 0.003}{25.27} (25.27 - 5) = 4812.82 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$> 4200 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \text{ fluye}$$

$$f_s = \frac{E_s * \varepsilon_c}{c} (d - c) \rightarrow \frac{2 * 10^6 * 0.003}{25.27} (45 - 25.27) = 4684.61 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} > 4200 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \text{ fluye}$$

Curvatura:

$$\phi = \frac{E_s}{c} = \frac{0.003}{25.27} = 1.19x 10^{-4} 1/\text{cm}$$

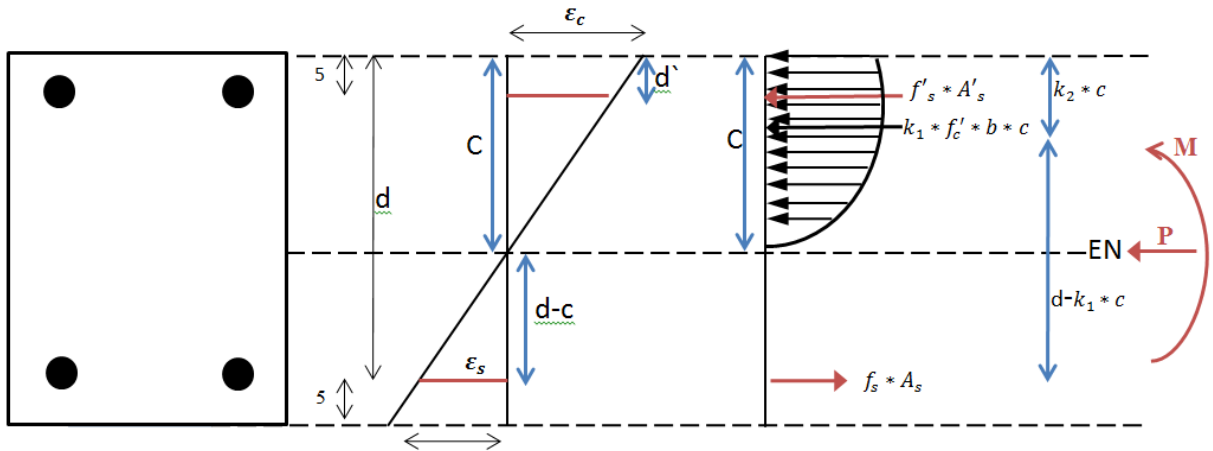


DIAGRAMA DE DEFORMACIONES- ESFUERZOS

$$M_n = k_1 * f'_c * b * c * \left( \frac{h}{2} - k_2 * c \right) + A's * f'_s * \left( \frac{h}{2} - d' \right) + A_s * f_s * \left( \frac{h}{2} - 5 \right)$$

$$M_n = 0.75 * 210 * 25 * 25.27 * \left( \frac{50}{2} - 0.4167 * 25.27 \right) + 3.96 * 4200 * \left( \frac{50}{2} - 5 \right) + 3.96 * 4200 * \left( \frac{50}{2} - 5 \right)$$

$$M_n = 2105053.15 \text{ kg} - \text{cm} = 21.05 \text{ Tn} - \text{m}$$

Tanteo 5: Asumiendo  $\epsilon_c = 0.004$

$$k_1 = \frac{\epsilon_c}{\epsilon_0} \left( 1 - \frac{\epsilon_c}{3 * \epsilon_0} \right) = \frac{0.004}{0.002} \left( 1 - \frac{0.004}{3 * 0.002} \right) = 0.667$$

$$k_2 = \frac{1}{4} \left( \frac{4\epsilon_0 - \epsilon_c}{3\epsilon_0 - \epsilon_c} \right) = \frac{1}{4} \left( \frac{4 * 0.002 - 0.004}{3 * 0.002 - 0.004} \right) = 0.5$$

Cálculos de esfuerzo:

$$f'_s * A's + k_1 * f'_c * b * c - A_s * f_s = P$$

$$E'_s * \frac{\epsilon_c}{c} (c - d') * A's + k_1 * f'_c * b * c - A_s * E_s * \frac{\epsilon_c}{c} (d - c) = 100000 \text{ kg}$$

$$2x10^6 * \frac{0.004}{c} (c - 5) * 3.96 + 0.667 * 210 * 25 * c - 3.96 * 2x10^6 * \frac{0.004}{c} (45 - c) = 100000 \text{ kg}$$

$$\frac{31680}{c} (c - 5) + 3501.75c - \frac{31680}{c} (45 - c) = 100000 \text{ kg}$$

$$31680(c - 5) + 3501.75c^2 - 31680(45 - c) = 100000c$$

$$31680c - 158400 + 3501.75c^2 - 1425600 + 31680c = 100000c$$

$$3501.75c^2 - 36640c - 1584000 = 0$$

$$c_1 = 27.13 \text{ c}$$

$$f'_s = \frac{E'_s * \varepsilon_c}{c} (c - d') \rightarrow \frac{2 * 10^6 * 0.004}{27.13} (27.13 - 5) = 6525.62 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$> 4200 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \text{ fluye}$$

$$f_s = \frac{E_s * \varepsilon_c}{c} (d - c) \rightarrow \frac{2 * 10^6 * 0.004}{27.13} (45 - 27.13) = 5269.44 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} > 4200 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \text{ fluye}$$

Curvatura:

$$\phi = \frac{E_s}{c} = \frac{0.004}{27.13} = 1.47x 10^{-4} 1/\text{cm}$$

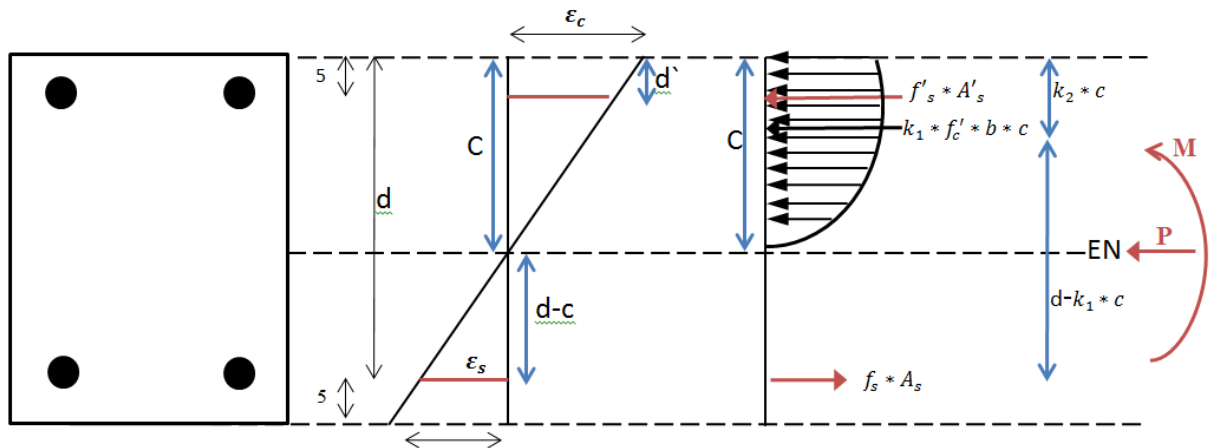
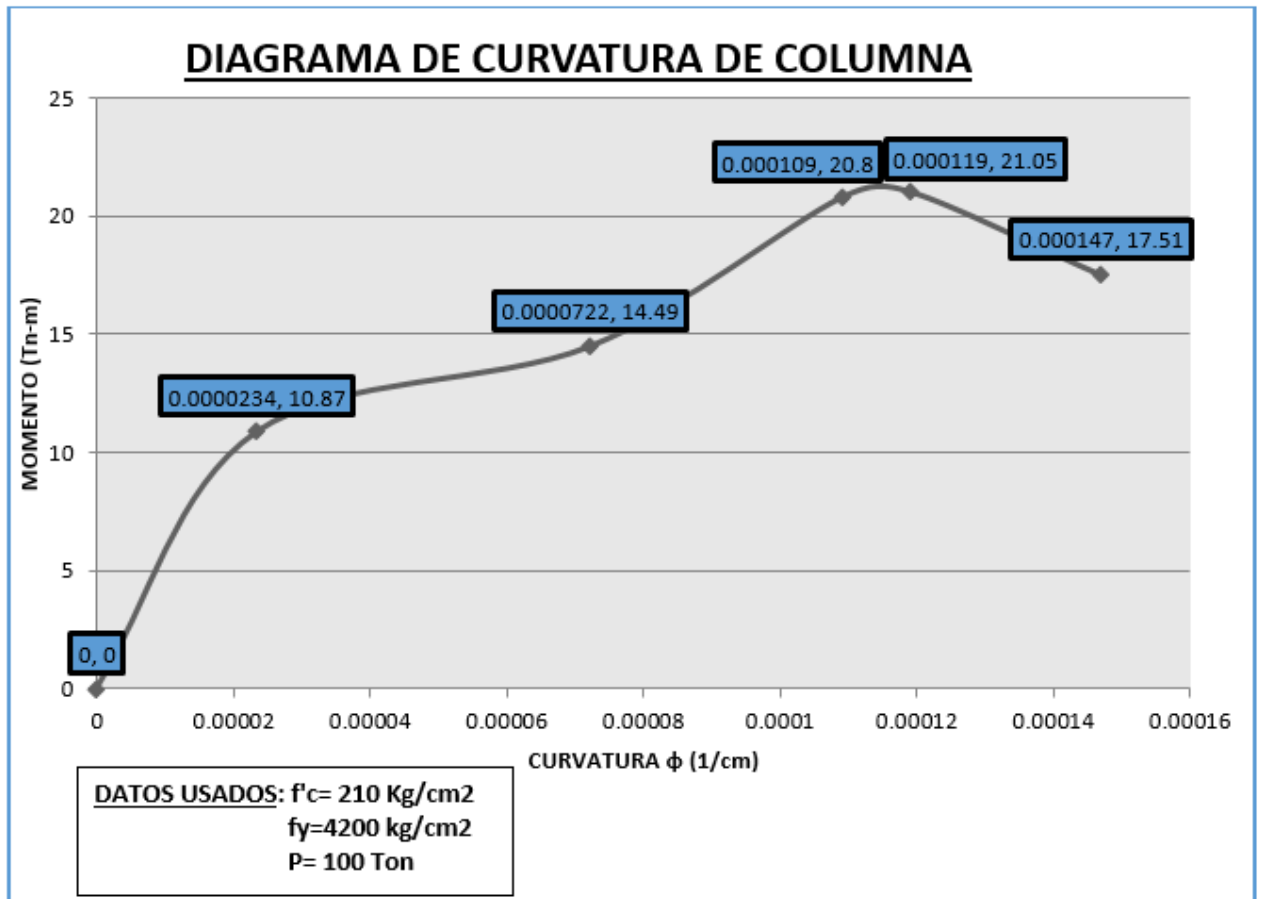


DIAGRAMA DE DEFORMACIONES- ESFUERZOS

$$M_n = k_1 * f'_c * b * c * \left( \frac{h}{2} - k_2 * c \right) + A'_s * f'_s * \left( \frac{h}{2} - d' \right) + A_s * f_s * \left( \frac{h}{2} - 5 \right)$$

$$M_n = 0.667 * 210 * 25 * 27.13 * \left( \frac{50}{2} - 0.5 * 27.13 \right) + 3.96 * 4200 * \left( \frac{50}{2} - 5 \right) + 3.96 * 4200 * \left( \frac{50}{2} - 5 \right)$$

$$M_n = 1751633.33 \text{ kg} - \text{cm} = 17.51 \text{ Tn} -$$



Fuente: Propia del tesista

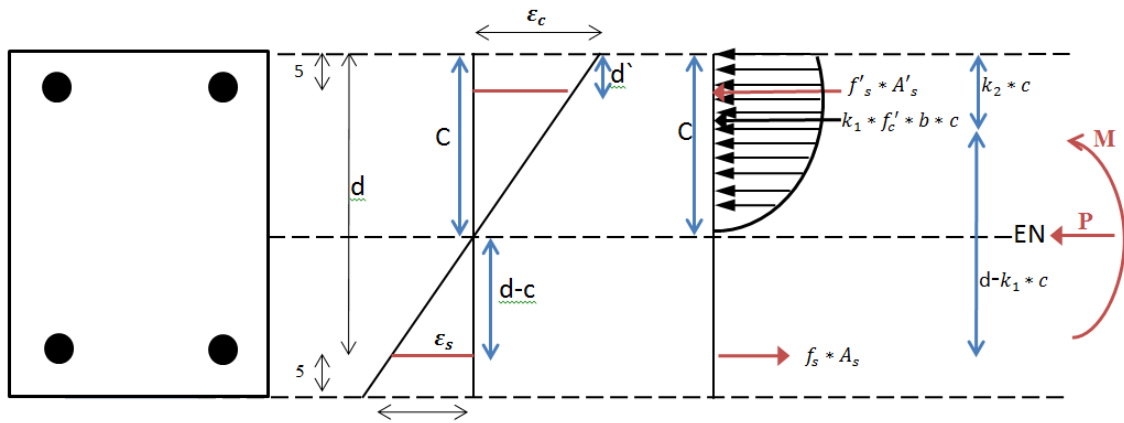
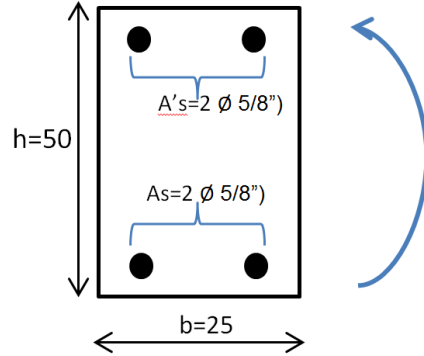
Ductilidad:

$$\mu = \frac{\phi_u}{\phi_y}$$

$$\mu = \frac{0.000147}{0.0000234} = 6.28$$

**Ejercicio 2: Modelo Hognestad para el concreto- columna no confinado**

**Datos:**  $f'_c = 210 \text{ kg/cm}$   
 $f_y = 4200 \text{ kg/cm}^2$   
 $P = 80 \text{ Tn}$   
 $E_s = 2 \times 10^6 \text{ kg/cm}^2$   
 $E_c = 217370 \text{ kg/cm}^2$   
 $A_s = 3.96 \text{ cm}^2$   
 $A'_s = 3.96 \text{ cm}^2$



**DIAGRAMA DE DEFORMACIONES- ESFUERZOS**

Para el desarrollo de este ejercicio se utilizara estas fórmulas:

a) Equilibrio de fuerzas:

$$f'_s * A'_s + k_1 * f'_c * b * c - A_s * f_s = P$$

b) Compatibilidad de deformaciones:

$$\frac{\epsilon_c}{c} = \frac{\epsilon'_s}{c - d'} = \frac{\epsilon_s}{d - c}$$

c) Ley constitutiva:

$$f'_s = E'_s * \epsilon'_s$$

$$f'_s = E'_s * \frac{\epsilon_c}{c} (c - d') \leq f'_s$$

$$f_s = E_s * \epsilon_s$$



$$f_s = E_s * \frac{\varepsilon_c}{c} (d - c) \leq f_s$$

Tanteo 1: Asumiendo  $\varepsilon_c = 0.001$

$$k_1 = \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_0} \left(1 - \frac{\varepsilon_c}{3 * \varepsilon_0}\right) = \frac{0.001}{0.002} \left(1 - \frac{0.001}{3 * 0.002}\right) = 0.41667$$

$$k_2 = \frac{1}{4} \left(\frac{4\varepsilon_0 - \varepsilon_c}{3\varepsilon_0 - \varepsilon_c}\right) = \frac{1}{4} \left(\frac{4 * 0.002 - 0.001}{3 * 0.002 - 0.001}\right) = 0.35$$

Cálculos de esfuerzos:

$$f'_s * A's + k_1 * f'_c * b * c - A_s * f_s = P$$

$$E'_s * \frac{\varepsilon_c}{c} (c - d') * A's + k_1 * f'_c * b * c - A_s * E_s * \frac{\varepsilon_c}{c} (d - c) = 80000 \text{ kg}$$

$$2x10^6 * \frac{0.001}{c} (c - 5) * 3.96 + 0.41667 * 210 * 25 * c - 3.96 * 2x10^6 * \frac{0.001}{c} (45 - c) = 80000 \text{ kg}$$

$$\frac{7920}{c} (c - 5) + 2187.52c - \frac{7920}{c} (45 - c) = 80000 \text{ kg}$$

$$7920(c - 5) + 2187.52c^2 - 7920(45 - c) = 80000c$$

$$7920c - 39600 + 2187.52c^2 - 356400 + 7920c = 80000c$$

$$2187.52c^2 - 64160 - 396000 = 0$$

$$c_1 = 34.57$$

$$f'_s = \frac{E'_s * \varepsilon_c}{c} (c - d') \rightarrow \frac{2 * 10^6 * 0.001}{34.57} (34.57 - 5) = 1710.73 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

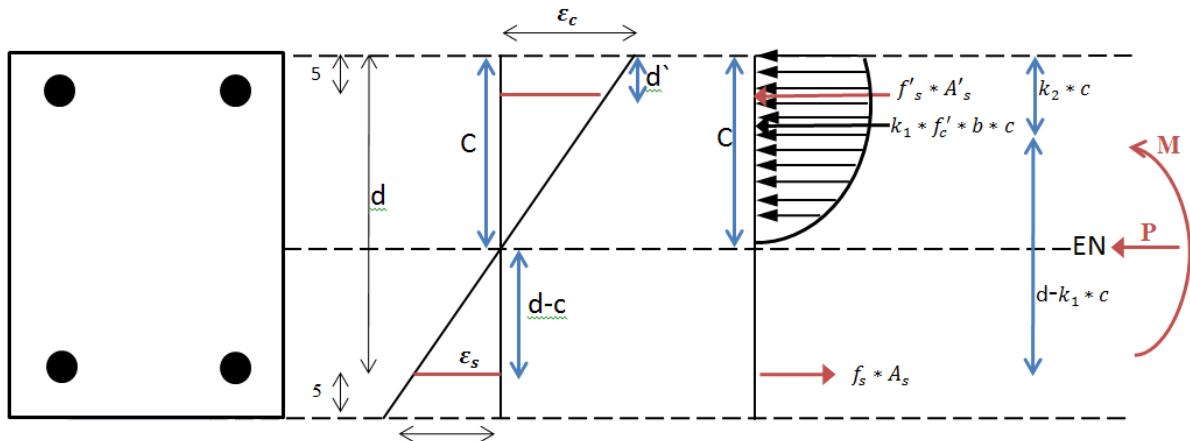
$$> 4200 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \text{ (no fluye)}$$

$$f_s = \frac{E_s * \varepsilon_c}{c} (d - c) \rightarrow \frac{2 * 10^6 * 0.001}{34.57} (45 - 34.57) = 603.41 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$> 4200 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \text{ (no fluye)}$$

Curvatura:

$$\phi = \frac{E_s}{c} = \frac{0.001}{34.57} = 2.89 \times 10^{-5} \text{ 1/cm}$$



**DIAGRAMA DE DEFORMACIONES- ESFUERZOS**

$$M_n = k_1 * f'_c * b * c * \left(\frac{h}{2} - k_2 * c\right) + A's * f'_s * \left(\frac{h}{2} - d'\right) + A_s * f_s * \left(\frac{h}{2} - 5\right)$$

$$M_n = 0.4167 * 210 * 25 * 34.57 * \left(\frac{50}{2} - 0.35 * 34.57\right) + 3.96 * 1710.73 * \left(\frac{50}{2} - 5\right) + 3.96 * 603.41 * \left(\frac{50}{2} - 5\right)$$

$$M_n = 1170865.45 \text{ kg} - \text{cm} = 11.71 \text{ Tn} - \text{m}$$

Tanteo 2: Asumiendo  $\varepsilon_c = 0.002$

$$k_1 = \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_0} \left(1 - \frac{\varepsilon_c}{3 * \varepsilon_0}\right) = \frac{0.002}{0.002} \left(1 - \frac{0.002}{3 * 0.002}\right) = 0.66667$$

$$k_2 = \frac{1}{4} \left(\frac{4\varepsilon_0 - \varepsilon_c}{3\varepsilon_0 - \varepsilon_c}\right) = \frac{1}{4} \left(\frac{4 * 0.002 - 0.002}{3 * 0.002 - 0.002}\right) = 0.375$$

Cálculos de esfuerzos:

$$f'_s * A's + k_1 * f'_c * b * c - A_s * f_s = P$$

$$E'_s * \frac{\varepsilon_c}{c} (c - d') * A's + k_1 * f'_c * b * c - A_s * E_s * \frac{\varepsilon_c}{c} (d - c) = 80000 \text{ kg}$$

$$2x10^6 * \frac{0.002}{c} (c - 5) * 3.96 + 0.66667 * 210 * 25 * c - 3.96 * 2x10^6 * \frac{0.002}{c} (45 - c) = 80000 \text{ kg}$$

$$\frac{15840}{c} (c - 5) + 3500.02c - \frac{15840}{c} (45 - c) = 50000 \text{ kg}$$

$$15840(c - 5) + 3500.02c^2 - 15840(45 - c) = 50000c$$

$$15840c - 79200 + 3500.02c^2 - 712800 + 15840c = 50000c$$

$$3500.02c^2 - 18320c - 792000 = 0$$

$$c_1 = 17.89 \text{ cm}$$

$$f'_s = \frac{E'_s * \varepsilon_c}{c} (c - d') \rightarrow \frac{2 * 10^6 * 0.002}{17.89} (17.89 - 5) = 2882.06 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

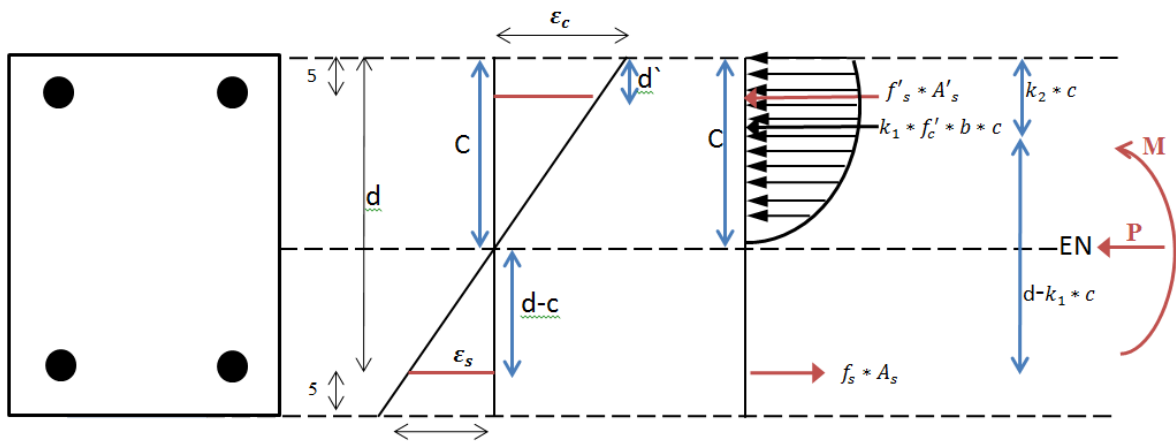
$$> 4200 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \text{ (no fluye)}$$

$$f_s = \frac{E_s * \varepsilon_c}{c} (d - c) \rightarrow \frac{2 * 10^6 * 0.002}{17.89} (45 - 17.89) = 6061.49 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$> 4200 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \text{ (si fluye)}$$

Curvatura:

$$\phi = \frac{E_s}{c} = \frac{0.002}{17.89} = 1.12 \times 10^{-4} \text{ 1/cm}$$



**DIAGRAMA DE DEFORMACIONES- ESFUERZOS**

$$M_n = k_1 * f'_c * b * c * \left( \frac{h}{2} - k_2 * c \right) + A'_s * f'_s * \left( \frac{h}{2} - d' \right) + A_s * f_s * \left( \frac{h}{2} - 5 \right)$$

$$M_n = 0.6667 * 210 * 25 * 17.89 * \left( \frac{50}{2} - 0.375 * 17.89 \right) + 3.96 * 2882.06 * \left( \frac{50}{2} - 5 \right)$$

$$+ 3.96 * 4200 * \left( \frac{50}{2} - 5 \right)$$

$$M_n = 1706263.04 \text{ kg} - \text{cm} = 17.06 \text{ Tn} - \text{m}$$

Tanteo 3: Asumiendo  $\varepsilon_c = 0.002612$

$$k_1 = \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_0} \left( 1 - \frac{\varepsilon_c}{3 * \varepsilon_0} \right) = \frac{0.002612}{0.002} \left( 1 - \frac{0.002612}{3 * 0.002} \right) = 0.73745$$

$$k_2 = \frac{1}{4} \left( \frac{4\varepsilon_0 - \varepsilon_c}{3\varepsilon_0 - \varepsilon_c} \right) = \frac{1}{4} \left( \frac{4 * 0.002 - 0.002612}{3 * 0.002 - 0.002612} \right) = 0.39758$$

Cálculos de esfuerzos:

$$f'_s * A's + k_1 * f'_c * b * c - A_s * f_s = P$$

$$E'_s * \frac{\varepsilon_c}{c} (c - d') * A's + k_1 * f'_c * b * c - A_s * E_s * \frac{\varepsilon_c}{c} (d - c) = 80000 \text{ kg}$$

$$2x10^6 * \frac{0.002612}{c} (c - 5) * 3.96 + 0.73745 * 210 * 25 * c - 3.96 * 2x10^6 * \frac{0.002612}{c} (45 - c) = 80000 \text{ kg}$$

$$\frac{20687.04}{c} (c - 5) + 3871.61c - \frac{20687.04}{c} (45 - c) = 80000 \text{ kg}$$

$$20687.04(c - 5) + 3871.61c^2 - 20687.04(45 - c) = 80000c$$

$$20687.04c - 103435.2 + 3871.61c^2 - 930916.8 + 20687.04c = 80000c$$

$$3871.61c^2 - 38625.92c - 1034352 = 0$$

$$c_1 = 22.08 \text{ cm}$$

$$f'_s = \frac{E'_s * \varepsilon_c}{c} (c - d') \rightarrow \frac{2 * 10^6 * 0.002612}{22.08} (22.08 - 5) = 4041.03 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

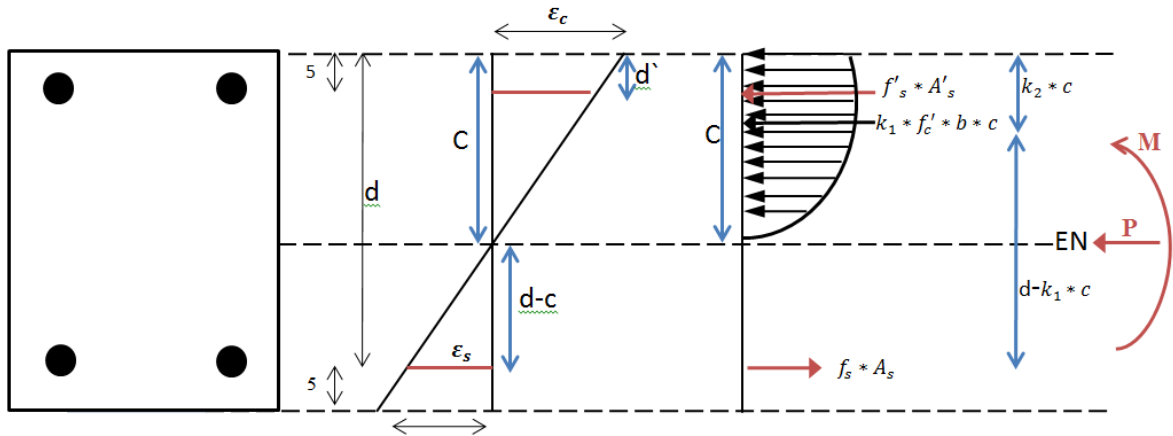
$$> 4200 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \text{ (no fluye)}$$

$$f_s = \frac{E_s * \varepsilon_c}{c} (d - c) \rightarrow \frac{2 * 10^6 * 0.002612}{22.08} (45 - 22.08) = 5422.74 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$> 4200 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \text{ (si fluye)}$$

Curvatura:

$$\phi = \frac{E_s}{c} = \frac{0.002612}{22.08} = 1.18x 10^{-4} 1/\text{cm}$$



**DIAGRAMA DE DEFORMACIONES- ESFUERZOS**

$$M_n = k_1 * f'_c * b * c * \left(\frac{h}{2} - k_2 * c\right) + A's * f'_s * \left(\frac{h}{2} - d'\right) + A_s * f_s * \left(\frac{h}{2} - 5\right)$$

$$M_n = 0.73745 * 210 * 25 * 22.08 * \left(\frac{50}{2} - 0.39758 * 22.08\right) + 3.96 * 4041.03 * \left(\frac{50}{2} - 5\right) + 3.96 * 4200 * \left(\frac{50}{2} - 5\right)$$

$$M_n = 2039382.14 - cm = 20.39 Tn - m$$

Tanteo 4: Asumiendo  $\varepsilon_c = 0.003$

$$k_1 = \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_0} \left(1 - \frac{\varepsilon_c}{3 * \varepsilon_0}\right) = \frac{0.003}{0.002} \left(1 - \frac{0.003}{3 * 0.002}\right) = 0.75$$

$$k_2 = \frac{1}{4} \left(\frac{4\varepsilon_0 - \varepsilon_c}{3\varepsilon_0 - \varepsilon_c}\right) = \frac{1}{4} \left(\frac{4 * 0.002 - 0.003}{3 * 0.002 - 0.003}\right) = 0.4167$$

Cálculos de esfuerzo:

$$f'_s * A's + k_1 * f'_c * b * c - A_s * f_s = P$$

$$E'_s * \frac{\varepsilon_c}{c} (c - d') * A's + k_1 * f'_c * b * c - A_s * E_s * \frac{\varepsilon_c}{c} (d - c) = 80000 \text{ kg}$$

$$2x10^6 * \frac{0.003}{c} (c - 5) * 3.96 + 0.75 * 210 * 25 * c - 3.96 * 2x10^6 * \frac{0.003}{c} (45 - c) = 80000 \text{ kg}$$

$$\frac{23760}{c} (c - 5) + 3937.5c - \frac{23760}{c} (45 - c) = 80000 \text{ kg}$$

$$23760(c - 5) + 3937.5c^2 - 23760(45 - c) = 80000c$$



Tanteo 5: Asumiendo  $\varepsilon_c = 0.004$

$$k_1 = \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_0} \left(1 - \frac{\varepsilon_c}{3 * \varepsilon_0}\right) = \frac{0.001}{0.002} \left(1 - \frac{0.001}{3 * 0.002}\right) = 0.667$$

$$k_2 = \frac{1}{4} \left(\frac{4\varepsilon_0 - \varepsilon_c}{3\varepsilon_0 - \varepsilon_c}\right) = \frac{1}{4} \left(\frac{4 * 0.002 - 0.001}{3 * 0.002 - 0.001}\right) = 0.5$$

Cálculos de esfuerzo:

$$f'_s * A's + k_1 * f'_c * b * c - As * f_s = P$$

$$E'_s * \frac{\varepsilon_c}{c} (c - d') * A's + k_1 * f'_c * b * c - As * E_s * \frac{\varepsilon_c}{c} (d - c) = 80000 \text{ kg}$$

$$2x10^6 * \frac{0.004}{c} (c - 5) * 3.96 + 0.667 * 210 * 25 * c - 3.96 * 2x10^6 * \frac{0.004}{c} (45 - c)$$

$$= 80000 \text{ kg}$$

$$\frac{31680}{c} (c - 5) + 3501.75 c - \frac{31680}{c} (45 - c) = 80000 \text{ kg}$$

$$31680(c - 5) + 3501.75c^2 - 31680(45 - c) = 80000c$$

$$31680c - 158400 + 3501.75c^2 - 1425600 + 31680c = 80000c$$

$$3501.75c^2 - 16640c - 1584000 = 0$$

$$c_1 = 23.78$$

$$f'_s = \frac{E'_s * \varepsilon_c}{c} (c - d') \rightarrow \frac{2 * 10^6 * 0.004}{23.78} (23.78 - 5) = 6317.91 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$> 4200 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \text{ (si fluye)}$$

$$f_s = \frac{E_s * \varepsilon_c}{c} (d - c) \rightarrow \frac{2 * 10^6 * 0.004}{23.78} (45 - 23.78) = 7138.77 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$> 4200 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \text{ (si fluye)}$$

Curvatura:

$$\phi = \frac{E_s}{c} = \frac{0.004}{23.78} = 1.68x 10^{-4} 1/\text{cm}$$

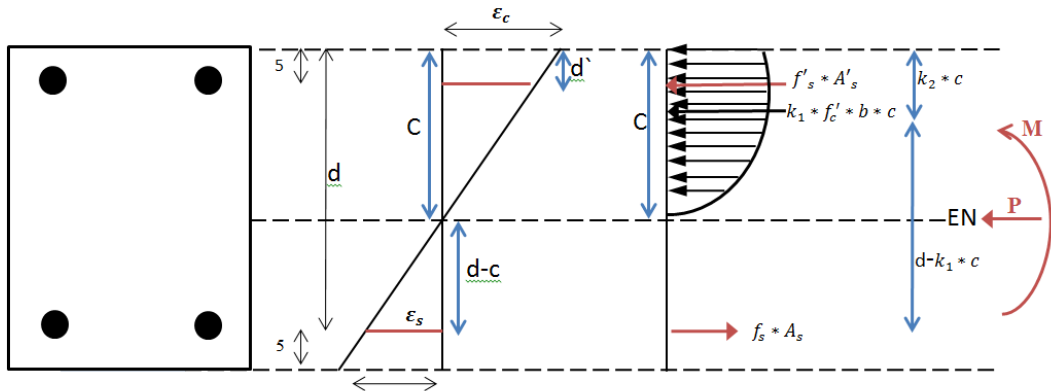


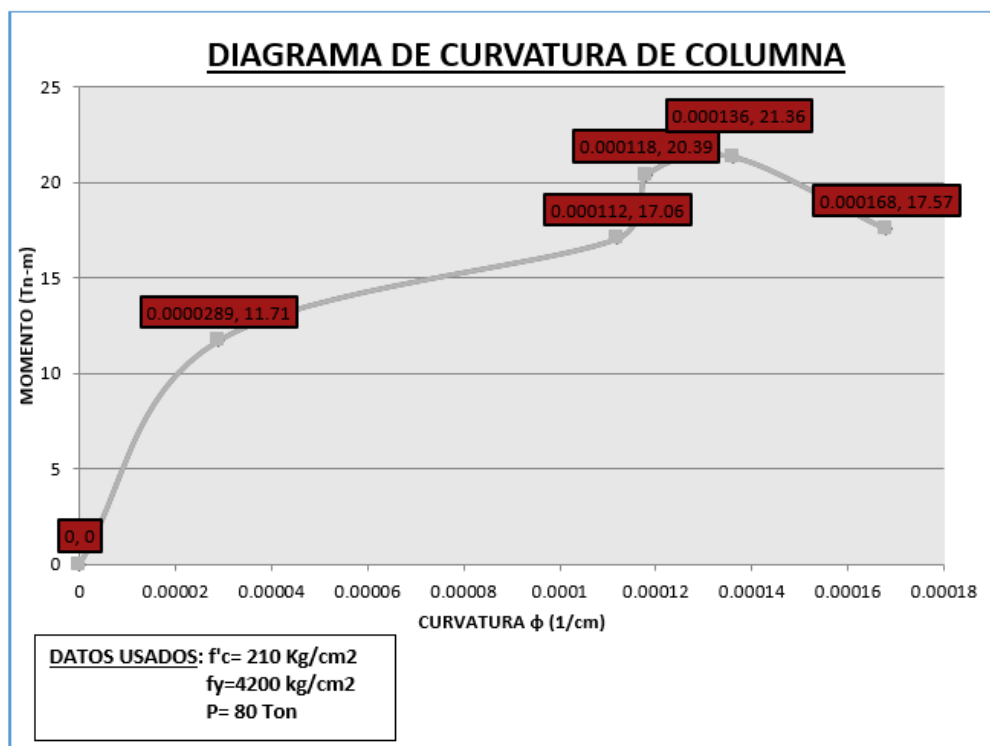
DIAGRAMA DE DEFORMACIONES- ESFUERZOS

$$M_n = k_1 * f'_c * b * c * \left(\frac{h}{2} - k_2 * c\right) + A'_s * f'_s * \left(\frac{h}{2} - d'\right) + A_s * f_s * \left(\frac{h}{2} - 5\right)$$

$$M_n = 0.667 * 210 * 25 * 23.78 * \left(\frac{50}{2} - 0.5 * 23.78\right) + 3.96 * 4200 * \left(\frac{50}{2} - 5\right) + 3.96 * 4200 * \left(\frac{50}{2} - 5\right)$$

$$M_n = 1756970.87 \text{ kg} - \text{cm}$$

$$M_n = 17.57 \text{ Tn} - \text{m}$$



Fuente: Propia del tesista



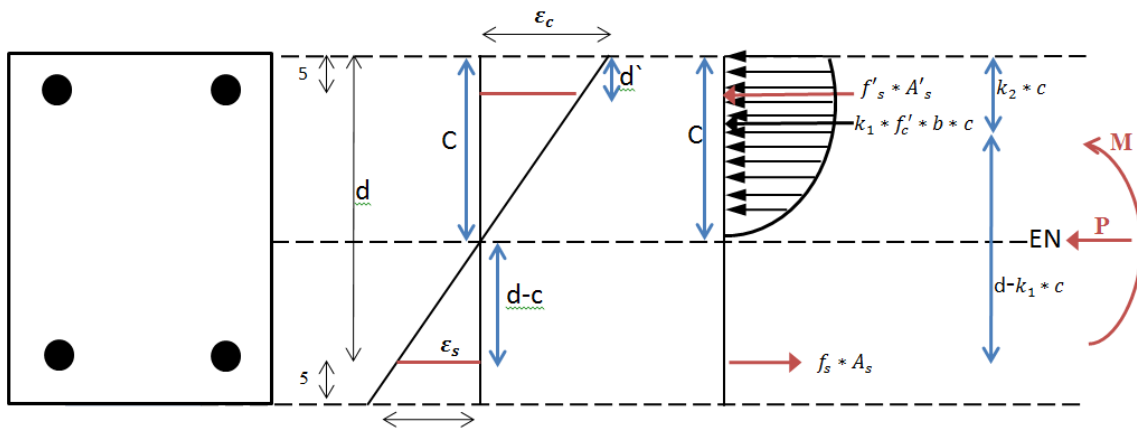
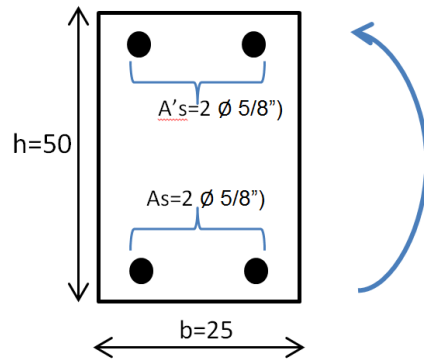
Ductilidad:

$$\mu = \frac{\phi_u}{\phi_y}$$

$$\mu = \frac{0.000168}{0.0000289} = 5.81$$

**Ejercicio 3: Modelo Hognestad para el concreto- columna no confinado**

- Datos:
- $f'_c = 210 \text{ kg/cm}$
  - $f_y = 4200 \text{ kg/cm}^2$
  - $P = 60 \text{ Tn}$
  - $E_s = 2 \times 10^6 \text{ kg/cm}^2$
  - $E_c = 217370 \text{ kg/cm}^2$
  - $A_s = 3.96 \text{ cm}^2$
  - $A'_s = 3.96 \text{ cm}^2$



**DIAGRAMA DE DEFORMACIONES- ESFUERZOS**

Para el desarrollo de este ejercicio se utilizara estas fórmulas:

a) Equilibrio de fuerzas:

$$f'_s * A'_s + k_1 * f'_c * b * c - A_s * f_s = P$$

b) Compatibilidad de deformaciones:

$$\frac{\varepsilon_c}{c} = \frac{\varepsilon'_s}{c - d'} = \frac{\varepsilon_s}{d - c}$$

c) Ley constitutiva:

$$f'_s = E'_s * \varepsilon'_s$$

$$f'_s = E'_s * \frac{\varepsilon_c}{c} (c - d') \leq f'_s$$

$$f_s = E_s * \varepsilon_s$$

$$f_s = E_s * \frac{\varepsilon_c}{c} (d - c) \leq f_s$$

Tanteo 1: Asumiendo  $\varepsilon_c = 0.001$

$$k_1 = \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_0} \left(1 - \frac{\varepsilon_c}{3 * \varepsilon_0}\right) = \frac{0.001}{0.002} \left(1 - \frac{0.001}{3 * 0.002}\right) = 0.4167$$

$$k_2 = \frac{1}{4} \left(\frac{4\varepsilon_0 - \varepsilon_c}{3\varepsilon_0 - \varepsilon_c}\right) = \frac{1}{4} \left(\frac{4 * 0.002 - 0.001}{3 * 0.002 - 0.001}\right) = 0.35$$

Cálculos de esfuerzos:

$$f'_s * A's + k_1 * f'_c * b * c - A_s * f_s = P$$

$$E'_s * \frac{\varepsilon_c}{c} (c - d') * A's + k_1 * f'_c * b * c - A_s * E_s * \frac{\varepsilon_c}{c} (d - c) = 60000 \text{ kg}$$

$$2x10^6 * \frac{0.001}{c} (c - 5) * 3.96 + 0.41667 * 210 * 25 * c - 3.96 * 2x10^6 * \frac{0.001}{c} (45 - c) = 60000 \text{ kg}$$

$$\frac{7920}{c} (c - 5) + 2187.52c - \frac{7920}{c} (45 - c) = 60000 \text{ kg}$$

$$7920(c - 5) + 2187.52c^2 - 7920(45 - c) = 60000c$$

$$7920c - 39600 + 2187.52c^2 - 356400 + 7920c = 60000c$$

$$2187.52c^2 - 44160c - 396000 = 0$$

$$c_1 = 26.91$$

$$f'_s = \frac{E'_s * \varepsilon_c}{c} (c - d') \rightarrow \frac{2 * 10^6 * 0.001}{26.91} (26.91 - 5) = 1628.39 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$> 4200 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \text{ (no fluye)}$$

$$f_s = \frac{E_s * \varepsilon_c}{c} (d - c) \rightarrow \frac{2 * 10^6 * 0.001}{26.91} (45 - 26.91) = 1344.48 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$> 4200 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \text{ (no fluye)}$$

Curvatura:

$$\phi = \frac{E_s}{c} = \frac{0.001}{26.91} = 3.72 \times 10^{-5} \text{ 1/cm}$$

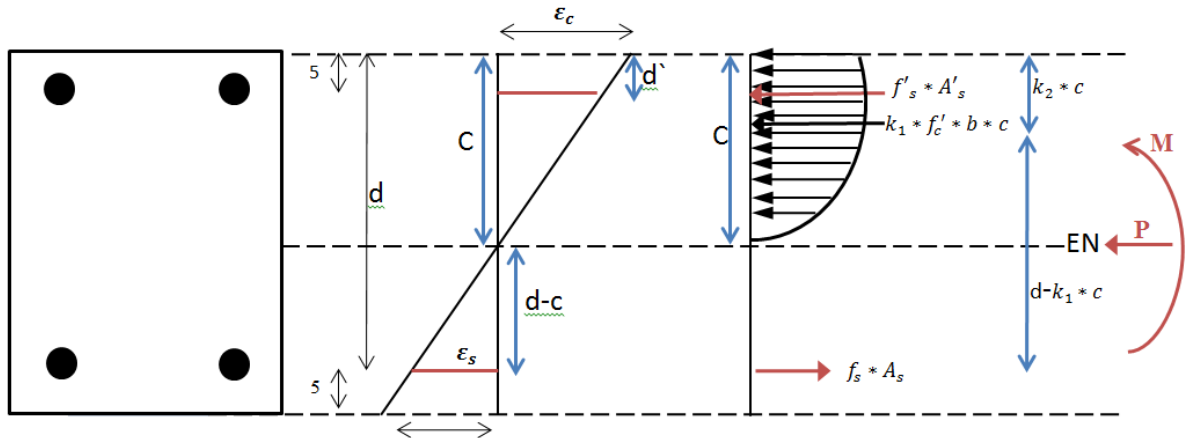


DIAGRAMA DE DEFORMACIONES- ESFUERZOS

$$M_n = k_1 * f'_c * b * c * \left( \frac{h}{2} - k_2 * c \right) + A's * f'_s * \left( \frac{h}{2} - d' \right) + A_s * f_s * \left( \frac{h}{2} - 5 \right)$$

$$M_n = 0.41667 * 210 * 25 * 26.91 * \left( \frac{50}{2} - 0.35 * 26.91 \right) + 3.96 * 1628.39 * \left( \frac{50}{2} - 5 \right) + 3.96 * 1344.48 * \left( \frac{50}{2} - 5 \right)$$

$$M_n = 1152673.38 \text{ kg-cm} = 11.53 \text{ Tn-m}$$

Tanteo 2: Asumiendo  $\epsilon_c = 0.002$

$$k_1 = \frac{\epsilon_c}{\epsilon_0} \left( 1 - \frac{\epsilon_c}{3 * \epsilon_0} \right) = \frac{0.002}{0.002} \left( 1 - \frac{0.002}{3 * 0.002} \right) = 0.66667$$

$$k_2 = \frac{1}{4} \left( \frac{4\epsilon_0 - \epsilon_c}{3\epsilon_0 - \epsilon_c} \right) = \frac{1}{4} \left( \frac{4 * 0.002 - 0.002}{3 * 0.002 - 0.002} \right) = 0.375$$

Cálculos de esfuerzos:

$$f'_s * A's + k_1 * f'_c * b * c - A_s * f_s = P$$

$$E'_s * \frac{\epsilon_c}{c} (c - d') * A's + k_1 * f'_c * b * c - A_s * E_s * \frac{\epsilon_c}{c} (d - c) = 60000 \text{ kg}$$

$$2 \times 10^6 * \frac{0.002}{c} (c - 5) * 3.96 + 0.66667 * 210 * 25 * c - 3.96 * 2 \times 10^6 * \frac{0.002}{c} (45 - c) = 60000 \text{ kg}$$

$$\frac{15840}{c}(c-5) + 3500.02c - \frac{15840}{c}(45-c) = 60000 \text{ kg}$$

$$15840(c-5) + 3500.02c^2 - 15840(45-c) = 60000c$$

$$15840c - 79200 + 3500.02c^2 - 712800 + 15840c = 60000c$$

$$3500.02c^2 - 28320c - 792000 = 0$$

$$c = 19.62 \text{ cm}$$

$$f'_s = \frac{E'_s * \varepsilon_c}{c}(c-d') \rightarrow \frac{2 * 10^6 * 0.002}{19.62}(19.62-5) = 2980.63 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

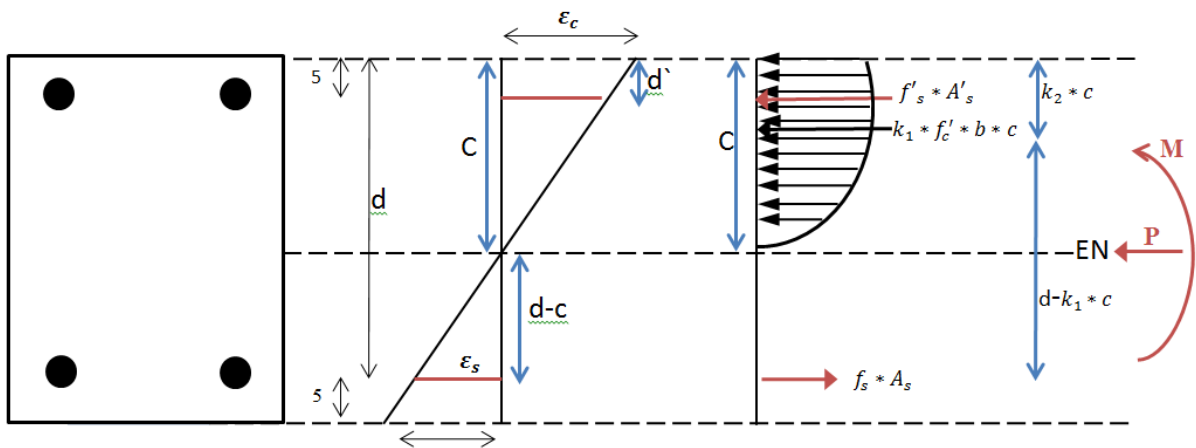
$$> 4200 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \text{ (no fluye)}$$

$$f_s = \frac{E_s * \varepsilon_c}{c}(d-c) \rightarrow \frac{2 * 10^6 * 0.002}{19.62}(45-19.62) = 5174.31 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$> 4200 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \text{ (si fluye)}$$

Curvatura:

$$\phi = \frac{E_s}{c} = \frac{0.002}{19.62} = 1.02 \times 10^{-4} \text{ 1/cm}$$



**DIAGRAMA DE DEFORMACIONES- ESFUERZOS**

$$M_n = k_1 * f'_c * b * c * \left(\frac{h}{2} - k_2 * c\right) + A'_s * f'_s * \left(\frac{h}{2} - d'\right) + A_s * f_s * \left(\frac{h}{2} - 5\right)$$

$$M_n = 0.667 * 210 * 25 * 19.62 * \left(\frac{50}{2} - 0.375 * 19.62\right) + 3.96 * 2980.63 * \left(\frac{50}{2} - 5\right)$$

$$+ 3.96 * 4200 * \left(\frac{50}{2} - 5\right)$$

$$M_n = 1780822.13 \text{ kg} - \text{cm} = 17.80 \text{ Tn} - \text{m}$$

Tanteo 3: Asumiendo  $\varepsilon_c = 0.002612$

$$k_1 = \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_0} \left(1 - \frac{\varepsilon_c}{3 * \varepsilon_0}\right) = \frac{0.002612}{0.002} \left(1 - \frac{0.002612}{3 * 0.002}\right) = 0.73745$$

$$k_2 = \frac{1}{4} \left(\frac{4\varepsilon_0 - \varepsilon_c}{3\varepsilon_0 - \varepsilon_c}\right) = \frac{1}{4} \left(\frac{4 * 0.002 - 0.002612}{3 * 0.002 - 0.002612}\right) = 0.39758$$

Cálculos de esfuerzos:

$$f'_s * A's + k_1 * f'_c * b * c - A_s * f_s = P$$

$$E'_s * \frac{\varepsilon_c}{c} (c - d') * A's + k_1 * f'_c * b * c - A_s * E_s * \frac{\varepsilon_c}{c} (d - c) = 60000 \text{ kg}$$

$$2x10^6 * \frac{0.002612}{c} (c - 5) * 3.96 + 0.73745 * 210 * 25 * c - 3.96 * 2x10^6 * \frac{0.002612}{c} (45 - c) = 60000 \text{ kg}$$

$$\frac{20687.04}{c} (c - 5) + 3871.61c - \frac{20687.04}{c} (45 - c) = 60000 \text{ kg}$$

$$20687.04(c - 5) + 3871.61c^2 - 20687.04(45 - c) = 60000c$$

$$20687.04c - 103435.2 + 3871.61c^2 - 930916.8 + 20687.04c = 60000c$$

$$3871.61c^2 - 18625.92c - 1034352 = 0$$

$$c_1 = 18.93 \text{ cm}$$

$$f'_s = \frac{E'_s * \varepsilon_c}{c} (c - d') \rightarrow \frac{2 * 10^6 * 0.002612}{18.93} (18.93 - 5) = 3844.18 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

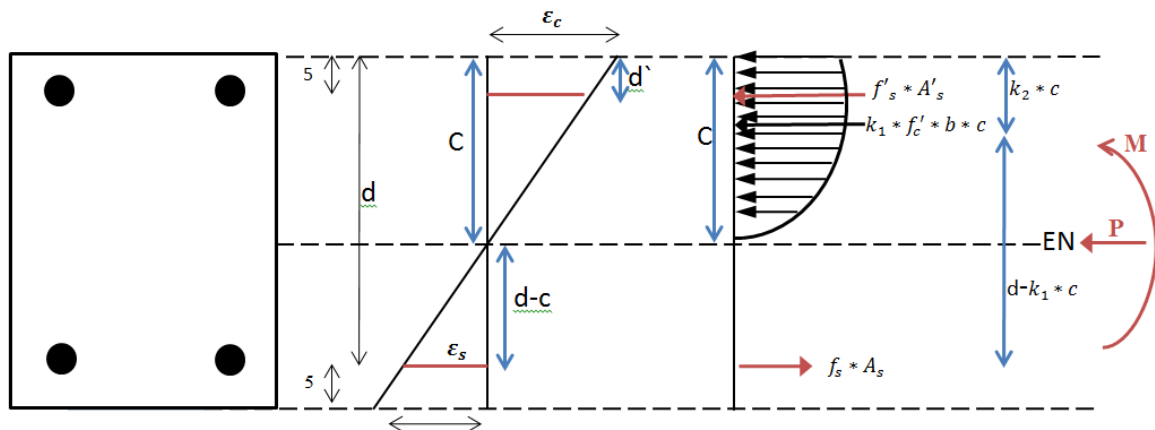
$$> 4200 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \text{ (no fluye)}$$

$$f_s = \frac{E_s * \varepsilon_c}{c} (d - c) \rightarrow \frac{2 * 10^6 * 0.002612}{18.93} (45 - 18.93) = 7194.38 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$> 4200 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \text{ (si fluye)}$$

Curvatura:

$$\emptyset = \frac{E_s}{c} = \frac{0.002612}{18.93} = 1.38x 10^{-4} 1/\text{cm}$$



**DIAGRAMA DE DEFORMACIONES- ESFUERZOS**

$$M_n = k_1 * f'_c * b * c * \left(\frac{h}{2} - k_2 * c\right) + A'_s * f'_s * \left(\frac{h}{2} - d'\right) + A_s * f_s * \left(\frac{h}{2} - 5\right)$$

$$M_n = 0.73745 * 210 * 25 * 18.93 * \left(\frac{50}{2} - 0.39758 * 18.93\right) + 3.96 * 3844.18 * \left(\frac{50}{2} - 5\right) + 3.96 * 4200 * \left(\frac{50}{2} - 5\right)$$

$$M_n = 1917748.08 \text{ kg} - \text{cm} = 19.18 \text{ Tn} - \text{m}$$

Tanteo 4: Asumiendo  $\varepsilon_c = 0.003$

$$k_1 = \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_0} \left(1 - \frac{\varepsilon_c}{3 * \varepsilon_0}\right) = \frac{0.003}{0.002} \left(1 - \frac{0.003}{3 * 0.002}\right) = 0.75$$

$$k_2 = \frac{1}{4} \left(\frac{4\varepsilon_0 - \varepsilon_c}{3\varepsilon_0 - \varepsilon_c}\right) = \frac{1}{4} \left(\frac{4 * 0.002 - 0.003}{3 * 0.002 - 0.003}\right) = 0.4167$$

Cálculos de esfuerzo:

$$f'_s * A'_s + k_1 * f'_c * b * c - A_s * f_s = P$$

$$E'_s * \frac{\varepsilon_c}{c} (c - d') * A'_s + k_1 * f'_c * b * c - A_s * E_s * \frac{\varepsilon_c}{c} (d - c) = 60000 \text{ kg}$$

$$2x10^6 * \frac{0.003}{c} (c - 5) * 3.96 + 0.75 * 210 * 25 * c - 3.96 * 2x10^6 * \frac{0.003}{c} (45 - c) = 60000 \text{ kg}$$

$$\frac{23760}{c} (c - 5) + 3937.5c - \frac{23760}{c} (45 - c) = 60000 \text{ kg}$$

$$23760(c - 5) + 3937.5c^2 - 23760(45 - c) = 60000c$$

$$23760c - 118800 + 3937.5c^2 - 1069200 + 23760c = 60000c$$

$$3937.5c^2 - 12480c - 1188000 = 0$$

$$c_1 = 19.03 \text{ cm}$$

$$f'_s = \frac{E'_s * \varepsilon_c}{c} (c - d') \rightarrow \frac{2 * 10^6 * 0.003}{19.03} (19.03 - 5) = 4423.54 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

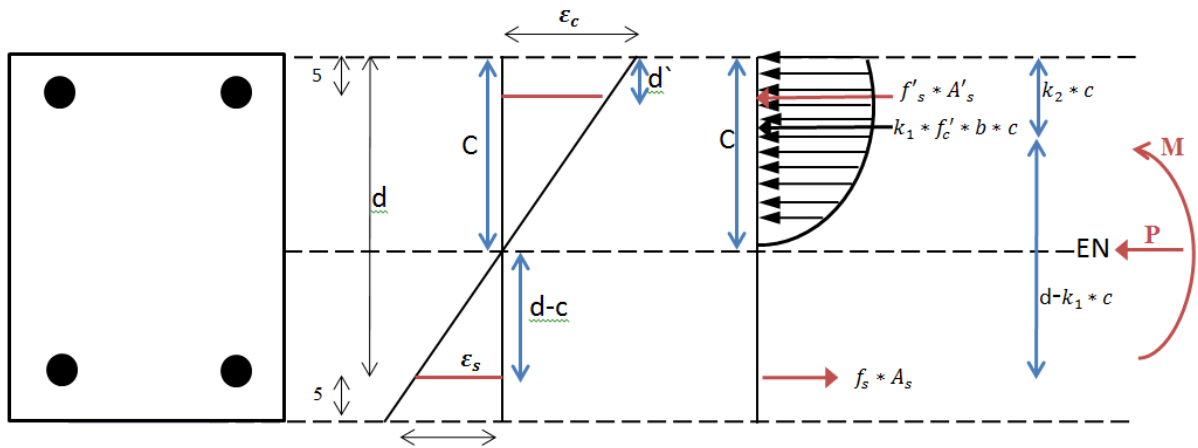
$$> 4200 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \text{ (si fluye)}$$

$$f_s = \frac{E_s * \varepsilon_c}{c} (d - c) \rightarrow \frac{2 * 10^6 * 0.003}{19.03} (45 - 19.03) = 8188.12 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$> 4200 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \text{ (si fluye)}$$

Curvatura:

$$\phi = \frac{E_s}{c} = \frac{0.003}{19.03} = 1.58 \times 10^{-4} \text{ 1/cm}$$



**DIAGRAMA DE DEFORMACIONES- ESFUERZOS**

$$M_n = k_1 * f'_c * b * c * \left( \frac{h}{2} - k_2 * c \right) + A'_s * f'_s * \left( \frac{h}{2} - d' \right) + A_s * f_s * \left( \frac{h}{2} - 5 \right)$$

$$M_n = 0.75 * 210 * 25 * 19.03 * \left( \frac{50}{2} - 0.4167 * 19.03 \right) + 3.96 * 4200 * \left( \frac{50}{2} - 5 \right) + 3.96 * 4200 * \left( \frac{50}{2} - 5 \right)$$

$$M_n = 1944360.68 \text{ kg} - \text{cm} = 19.44 \text{ Tn} - \text{m}$$

Tanteo 5: Asumiendo  $\varepsilon_c = 0.004$

$$k_1 = \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_0} \left( 1 - \frac{\varepsilon_c}{3 * \varepsilon_0} \right) = \frac{0.001}{0.002} \left( 1 - \frac{0.001}{3 * 0.002} \right) = 0.667$$

$$k_2 = \frac{1}{4} \left( \frac{4\varepsilon_0 - \varepsilon_c}{3\varepsilon_0 - \varepsilon_c} \right) = \frac{1}{4} \left( \frac{4 * 0.002 - 0.001}{3 * 0.002 - 0.001} \right) = 0.5$$

Cálculos de esfuerzo:

$$f'_s * A's + k_1 * f'_c * b * c - A_s * f_s = P$$

$$E'_s * \frac{\varepsilon_c}{c} (c - d') * A's + k_1 * f'_c * b * c - A_s * E_s * \frac{\varepsilon_c}{c} (d - c) = 60000 \text{ kg}$$

$$2x10^6 * \frac{0.004}{c} (c - 5) * 3.96 + 0.667 * 210 * 25 * c - 3.96 * 2x10^6 * \frac{0.004}{c} (45 - c)$$

$$= 60000 \text{ kg}$$

$$\frac{31680}{c} (c - 5) + 3501.75 c - \frac{31680}{c} (45 - c) = 60000 \text{ kg}$$

$$31680(c - 5) + 3501.75c^2 - 31680(45 - c) = 60000c$$

$$31680c - 158400 + 3501.75c^2 - 1425600 + 31680c = 60000c$$

$$3501.75c^2 + 3360c - 1584000 = 0$$

$$c_1 = 20.79$$

$$f'_s = \frac{E'_s * \varepsilon_c}{c} (c - d') \rightarrow \frac{2 * 10^6 * 0.004}{20.79} (20.79 - 5) = 6076 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$> 4200 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \text{ (si fluye)}$$

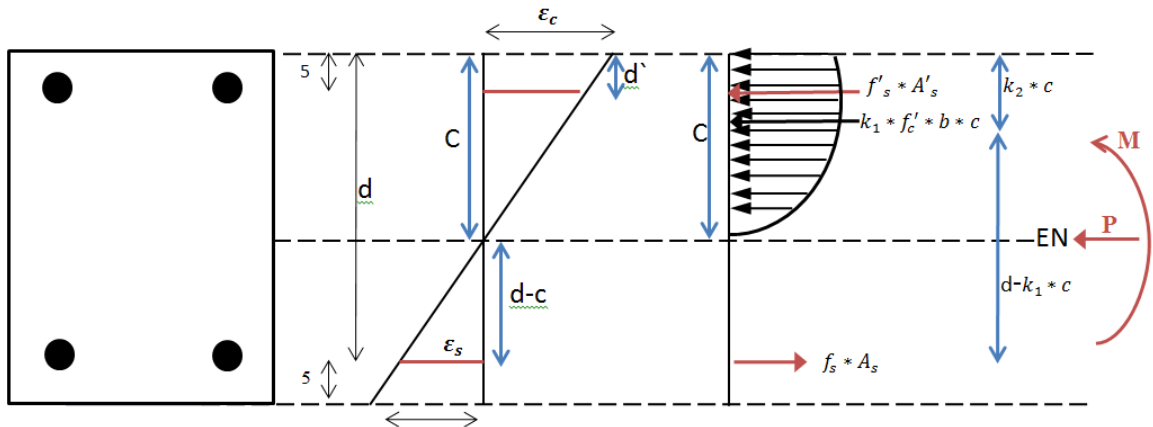
$$f_s = \frac{E_s * \varepsilon_c}{c} (d - c) \rightarrow \frac{2 * 10^6 * 0.004}{20.79} (45 - 20.79) = 9316.02 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$> 4200 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \text{ (si fluye)}$$

Curvatura:

$$\emptyset = \frac{E_s}{c} = \frac{0.004}{20.79} = 1.92 \times 10^{-4} \text{ 1/cm}$$





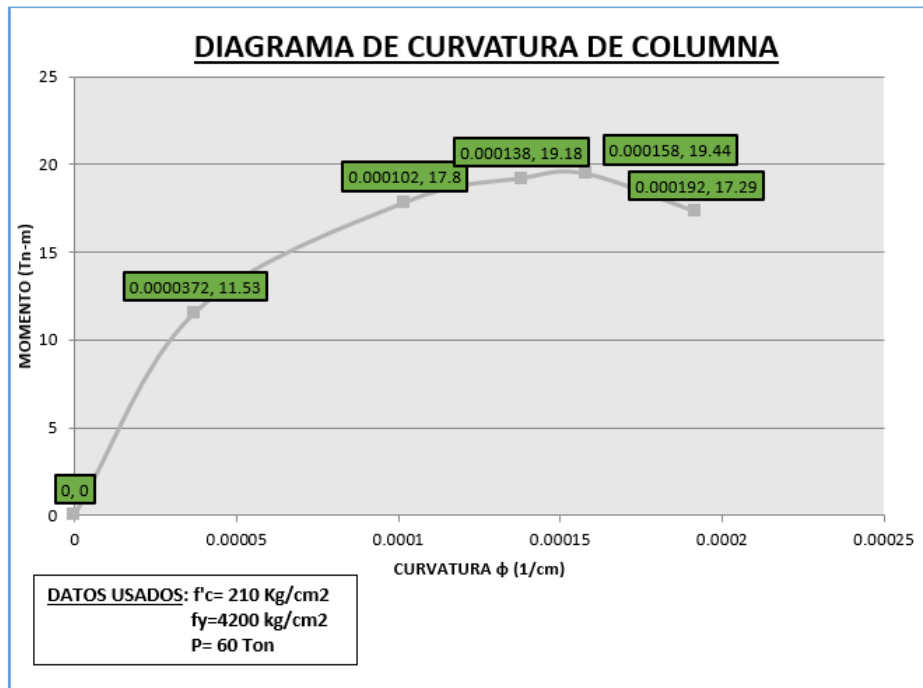
**DIAGRAMA DE DEFORMACIONES- ESFUERZOS**

$$M_n = k_1 * f'_c * b * c * \left(\frac{h}{2} - k_2 * c\right) + A'_s * f'_s * \left(\frac{h}{2} - d'\right) + A_s * f_s * \left(\frac{h}{2} - 5\right)$$

$$M_n = 0.667 * 210 * 25 * 20.79 * \left(\frac{50}{2} - 0.5 * 20.79\right) + 3.96 * 4200 * \left(\frac{50}{2} - 5\right) + 3.96 * 4200 * \left(\frac{50}{2} - 5\right)$$

$$M_n = 1728544.19 \text{ kg} - \text{cm}$$

$$M_n = 17.29 \text{ Tn} - \text{m}$$



Fuente: Propia del testista

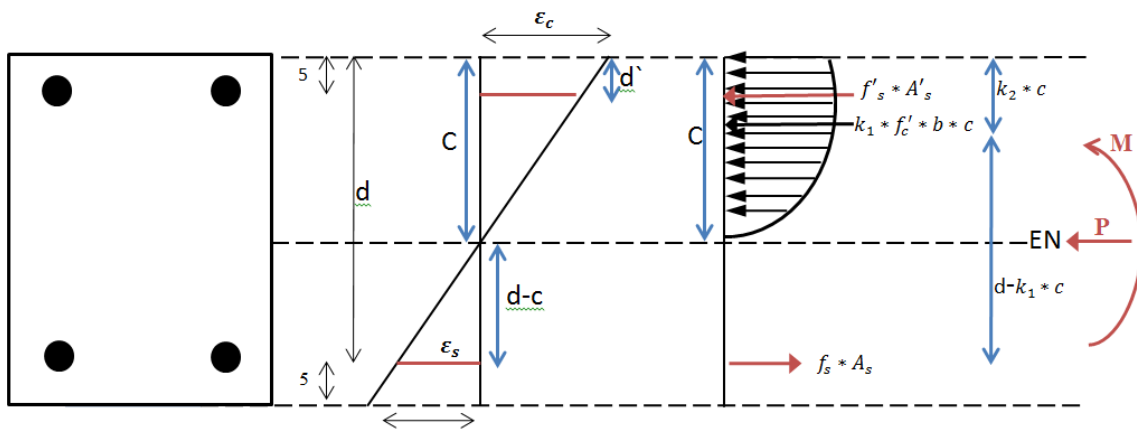
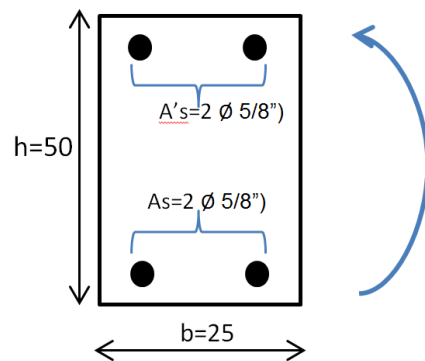
Ductilidad:

$$\mu = \frac{\phi_u}{\phi_y}$$

$$\mu = \frac{0.000192}{0.0000372} = 5.16$$

**Ejercicio 4: Modelo Hognestad para el concreto- columna no confinado**

- Datos:**
- $f'_c = 210 \text{ kg/cm}^2$
  - $f_y = 4200 \text{ kg/cm}^2$
  - $P = 40 \text{ Tn}$
  - $E_s = 2 \times 10^6 \text{ kg/cm}^2$
  - $E_c = 217370 \text{ kg/cm}^2$
  - $A_s = 3.96 \text{ cm}^2$
  - $A'_s = 3.96 \text{ cm}^2$



**DIAGRAMA DE DEFORMACIONES- ESFUERZOS**

Para el desarrollo de este ejercicio se utilizara estas fórmulas:

a) Equilibrio de fuerzas:

$$f'_s * A'_s + k_1 * f'_c * b * c - A_s * f_s = P$$

b) Compatibilidad de deformaciones:

$$\frac{\varepsilon_c}{c} = \frac{\varepsilon'_s}{c - d'} = \frac{\varepsilon_s}{d - c}$$

c) Ley constitutiva:

$$f'_s = E'_s * \varepsilon'_s$$

$$f'_s = E'_s * \frac{\varepsilon_c}{c} (c - d') \leq f'_s$$

$$f_s = E_s * \varepsilon_s$$

$$f_s = E_s * \frac{\varepsilon_c}{c} (d - c) \leq f_s$$

Tanteo 1: Asumiendo  $\varepsilon_c = 0.001$

$$k_1 = \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_0} \left(1 - \frac{\varepsilon_c}{3 * \varepsilon_0}\right) = \frac{0.001}{0.002} \left(1 - \frac{0.001}{3 * 0.002}\right) = 0.4167$$

$$k_2 = \frac{1}{4} \left(\frac{4\varepsilon_0 - \varepsilon_c}{3\varepsilon_0 - \varepsilon_c}\right) = \frac{1}{4} \left(\frac{4 * 0.002 - 0.001}{3 * 0.002 - 0.001}\right) = 0.35$$

Cálculos de esfuerzos:

$$f'_s * A's + k_1 * f'_c * b * c - A_s * f_s = P$$

$$E'_s * \frac{\varepsilon_c}{c} (c - d') * A's + k_1 * f'_c * b * c - A_s * E_s * \frac{\varepsilon_c}{c} (d - c) = 40000 \text{ kg}$$

$$2x10^6 * \frac{0.001}{c} (c - 5) * 3.96 + 0.41667 * 210 * 25 * c - 3.96 * 2x10^6 * \frac{0.001}{c} (45 - c) = 40000 \text{ kg}$$

$$\frac{7920}{c} (c - 5) + 2187.52c - \frac{7920}{c} (45 - c) = 40000 \text{ kg}$$

$$7920(c - 5) + 2187.52c^2 - 7920(45 - c) = 40000c$$

$$7920c - 39600 + 2187.52c^2 - 356400 + 7920c = 40000c$$

$$2187.52c^2 - 24160c - 396000 = 0$$

$$c_1 = 20.07$$

$$f'_s = \frac{E'_s * \varepsilon_c}{c} (c - d') \rightarrow \frac{2 * 10^6 * 0.001}{20.07} (20.07 - 5) = 1501.74 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$> 4200 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \text{ (no fluye)}$$

$$f_s = \frac{E_s * \varepsilon_c}{c} (d - c) \rightarrow \frac{2 * 10^6 * 0.001}{20.07} (45 - 20.07) = 2484.30 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$> 4200 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \text{ (no fluye)}$$

Curvatura:

$$\phi = \frac{E_s}{c} = \frac{0.001}{20.07} = 4.98 \times 10^{-5} \text{ 1/cm}$$

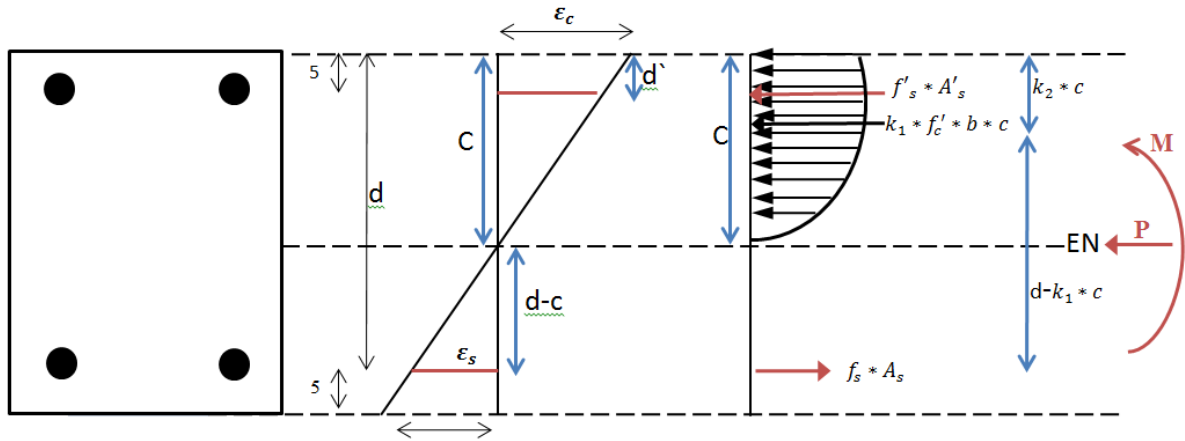


DIAGRAMA DE DEFORMACIONES- ESFUERZOS

$$M_n = k_1 * f'_c * b * c * \left(\frac{h}{2} - k_2 * c\right) + A'_s * f'_s * \left(\frac{h}{2} - d'\right) + A_s * f_s * \left(\frac{h}{2} - 5\right)$$

$$M_n = 0.41667 * 210 * 25 * 20.07 * \left(\frac{50}{2} - 0.35 * 20.07\right) + 3.96 * 1501.74 * \left(\frac{50}{2} - 5\right) + 3.96 * 2484.30 * \left(\frac{50}{2} - 5\right)$$

$$M_n = 1104881.31 \text{ kg-cm} = 11.05 \text{ Tn-m}$$

Tanteo 2: Asumiendo  $\varepsilon_c = 0.002$

$$k_1 = \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_0} \left(1 - \frac{\varepsilon_c}{3 * \varepsilon_0}\right) = \frac{0.002}{0.002} \left(1 - \frac{0.002}{3 * 0.002}\right) = 0.66667$$

$$k_2 = \frac{1}{4} \left(\frac{4\varepsilon_0 - \varepsilon_c}{3\varepsilon_0 - \varepsilon_c}\right) = \frac{1}{4} \left(\frac{4 * 0.002 - 0.002}{3 * 0.002 - 0.002}\right) = 0.37$$

Cálculos de esfuerzos:

$$f'_s * A'_s + k_1 * f'_c * b * c - A_s * f_s = P$$

$$E'_s * \frac{\varepsilon_c}{c} (c - d') * A'_s + k_1 * f'_c * b * c - A_s * E_s * \frac{\varepsilon_c}{c} (d - c) = 40000 \text{ kg}$$

$$2 \times 10^6 * \frac{0.002}{c} (c - 5) * 3.96 + 0.66667 * 210 * 25 * c - 3.96 * 2 \times 10^6 * \frac{0.002}{c} (45 - c) = 40000 \text{ kg}$$

$$\frac{15840}{c} (c - 5) + 3500.02c - \frac{15840}{c} (45 - c) = 40000 \text{ kg}$$

$$15840(c - 5) + 3500.02c^2 - 15840(45 - c) = 40000c$$

$$15840c - 79200 + 3500.02c^2 - 712800 + 15840c = 40000c$$

$$3500.02c^2 - 8320c - 792000 = 0$$

$$c = 16.28 \text{ cm}$$

$$f'_s = \frac{E'_s * \varepsilon_c}{c} (c - d') \rightarrow \frac{2 * 10^6 * 0.002}{16.28} (16.28 - 5) = 2771.50 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

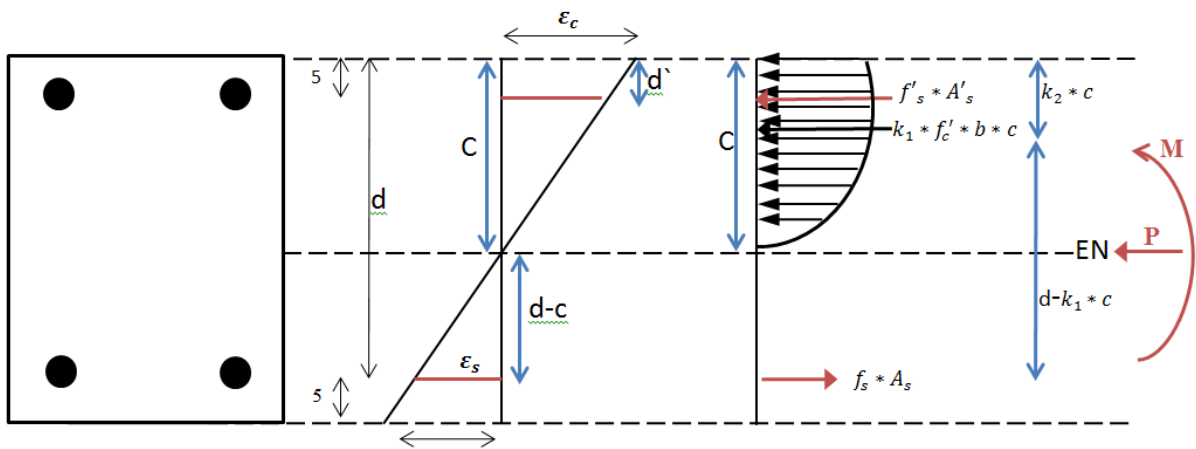
$$> 4200 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \text{ (no fluye)}$$

$$f_s = \frac{E_s * \varepsilon_c}{c} (d - c) \rightarrow \frac{2 * 10^6 * 0.002}{16.28} (45 - 16.28) = 7056.51 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$> 4200 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \text{ (si fluye)}$$

Curvatura:

$$\phi = \frac{E_s}{c} = \frac{0.002}{16.28} = 1.23 \times 10^{-4} \text{ 1/cm}$$



**DIAGRAMA DE DEFORMACIONES- ESFUERZOS**

$$M_n = k_1 * f'_c * b * c * \left(\frac{h}{2} - k_2 * c\right) + A'_s * f'_s * \left(\frac{h}{2} - d'\right) + A_s * f_s * \left(\frac{h}{2} - 5\right)$$

$$M_n = 0.667 * 210 * 25 * 16.28 * \left(\frac{50}{2} - 0.375 * 16.28\right) + 3.96 * 2771.50 * \left(\frac{50}{2} - 5\right)$$

$$+ 3.96 * 4200 * \left(\frac{50}{2} - 5\right)$$

$$M_n = 1629318.22 \text{ kg} - \text{cm} = 16.29 \text{ Tn} - \text{m}$$

Tanteo 3: Asumiendo  $\varepsilon_c = 0.002612$

$$k_1 = \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_0} \left(1 - \frac{\varepsilon_c}{3 * \varepsilon_0}\right) = \frac{0.002612}{0.002} \left(1 - \frac{0.002612}{3 * 0.002}\right) = 0.73745$$

$$k_2 = \frac{1}{4} \left(\frac{4\varepsilon_0 - \varepsilon_c}{3\varepsilon_0 - \varepsilon_c}\right) = \frac{1}{4} \left(\frac{4 * 0.002 - 0.002612}{3 * 0.002 - 0.002612}\right) = 0.39758$$

Cálculos de esfuerzos:

$$f'_s * A's + k_1 * f'_c * b * c - A_s * f_s = P$$

$$E'_s * \frac{\varepsilon_c}{c} (c - d') * A's + k_1 * f'_c * b * c - A_s * E_s * \frac{\varepsilon_c}{c} (d - c) = 40000 \text{ kg}$$

$$2x10^6 * \frac{0.002612}{c} (c - 5) * 3.96 + 0.73745 * 210 * 25 * c - 3.96 * 2x10^6 * \frac{0.002612}{c} (45 - c) = 40000 \text{ kg}$$

$$\frac{20687.04}{c} (c - 5) + 3871.61c - \frac{20687.04}{c} (45 - c) = 40000 \text{ kg}$$

$$20687.04(c - 5) + 3871.61c^2 - 20687.04(45 - c) = 40000c$$

$$20687.04c - 103435.2 + 3871.61c^2 - 930916.8 + 20687.04c = 40000c$$

$$3871.61c^2 + 1374.08c - 1034352 = 0$$

$$c_1 = 16.17 \text{ cm}$$

$$f'_s = \frac{E'_s * \varepsilon_c}{c} (c - d') \rightarrow \frac{2 * 10^6 * 0.002612}{16.17} (16.17 - 5) = 3608.66 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

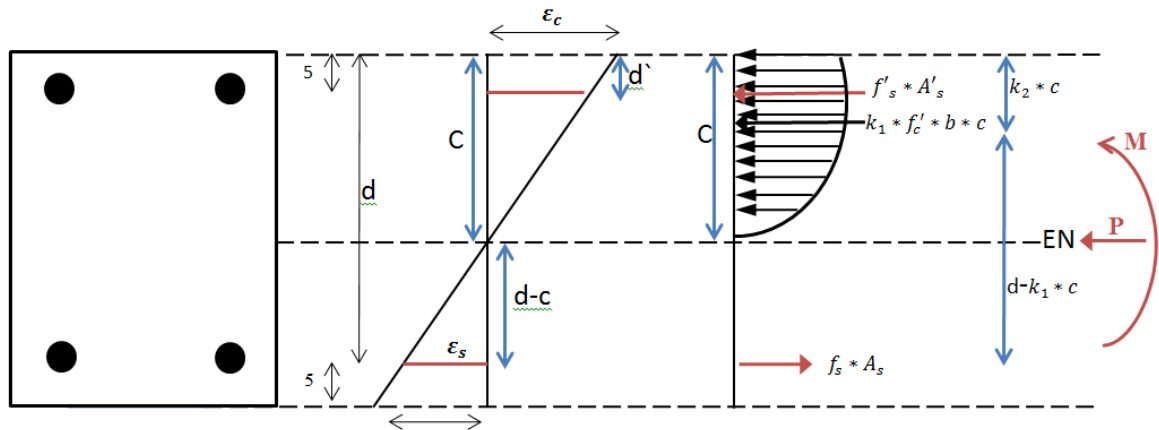
$$> 4200 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \text{ (no fluye)}$$

$$f_s = \frac{E_s * \varepsilon_c}{c} (d - c) \rightarrow \frac{2 * 10^6 * 0.002612}{16.17} (45 - 16.17) = 9314.03 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$> 4200 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \text{ (si fluye)}$$

Curvatura:

$$\emptyset = \frac{E_s}{c} = \frac{0.002612}{16.17} = 1.62x 10^{-4} 1/\text{cm}$$



**DIAGRAMA DE DEFORMACIONES- ESFUERZOS**

$$M_n = k_1 * f'_c * b * c * \left(\frac{h}{2} - k_2 * c\right) + A'_s * f'_s * \left(\frac{h}{2} - d'\right) + A_s * f_s * \left(\frac{h}{2} - 5\right)$$

$$M_n = 0.73745 * 210 * 25 * 16.17 * \left(\frac{50}{2} - 0.39758 * 16.17\right) + 3.96 * 3608.66 * \left(\frac{50}{2} - 5\right) + 3.96 * 4200 * \left(\frac{50}{2} - 5\right)$$

$$M_n = 1781072.50 \text{ kg} - \text{cm} = 17.81 \text{ Tn} - \text{m}$$

Tanteo 4: Asumiendo  $\varepsilon_c = 0.003$

$$k_1 = \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_0} \left(1 - \frac{\varepsilon_c}{3 * \varepsilon_0}\right) = \frac{0.003}{0.002} \left(1 - \frac{0.003}{3 * 0.002}\right) = 0.75$$

$$k_2 = \frac{1}{4} \left(\frac{4\varepsilon_0 - \varepsilon_c}{3\varepsilon_0 - \varepsilon_c}\right) = \frac{1}{4} \left(\frac{4 * 0.002 - 0.003}{3 * 0.002 - 0.003}\right) = 0.4167$$

Cálculos de esfuerzo:

$$f'_s * A'_s + k_1 * f'_c * b * c - A_s * f_s = P$$

$$E'_s * \frac{\varepsilon_c}{c} (c - d') * A'_s + k_1 * f'_c * b * c - A_s * E_s * \frac{\varepsilon_c}{c} (d - c) = 40000 \text{ kg}$$

$$2x10^6 * \frac{0.003}{c} (c - 5) * 3.96 + 0.75 * 210 * 25 * c - 3.96 * 2x10^6 * \frac{0.003}{c} (45 - c) = 40000 \text{ kg}$$

$$\frac{23760}{c} (c - 5) + 3937.5c - \frac{23760}{c} (45 - c) = 40000 \text{ kg}$$

$$23760(c - 5) + 3937.5c^2 - 23760(45 - c) = 40000c$$

$$23760c - 118800 + 3937.5c^2 - 1069200 + 23760c = 40000c$$

$$3937.5c^2 + 7520c - 1188000 = 0$$

$$c_1 = 16.4 \text{ cm}$$

$$f'_s = \frac{E'_s * \varepsilon_c}{c} (c - d') \rightarrow \frac{2 * 10^6 * 0.003}{16.4} (16.4 - 5) = 4170.73 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

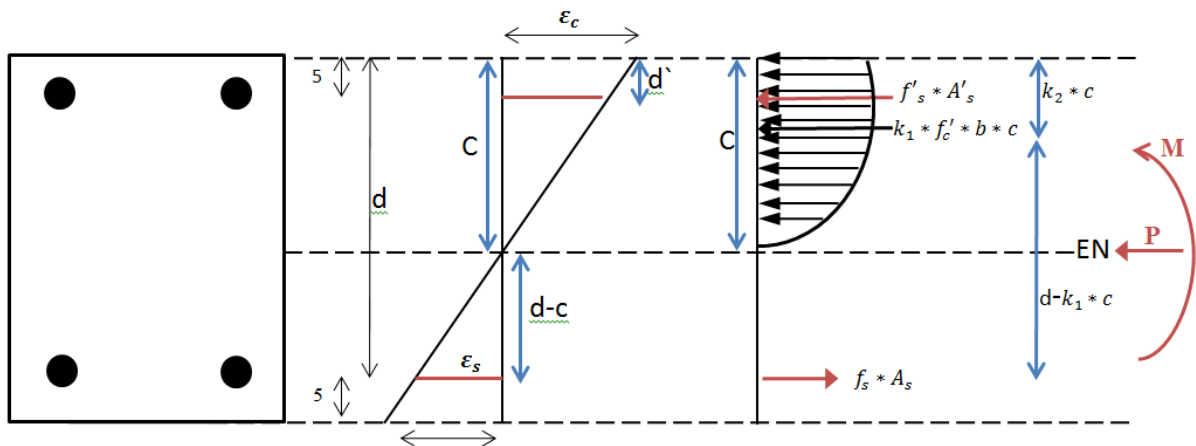
$$> 4200 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \text{ (no fluye)}$$

$$f_s = \frac{E_s * \varepsilon_c}{c} (d - c) \rightarrow \frac{2 * 10^6 * 0.003}{16.4} (45 - 16.4) = 10463.41 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$> 4200 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \text{ (si fluye)}$$

Curvatura:

$$\phi = \frac{E_s}{c} = \frac{0.003}{16.4} = 1.83 \times 10^{-4} \text{ 1/cm}$$



**DIAGRAMA DE DEFORMACIONES- ESFUERZOS**

$$M_n = k_1 * f'_c * b * c * \left( \frac{h}{2} - k_2 * c \right) + A'_s * f'_s * \left( \frac{h}{2} - d' \right) + A_s * f_s * \left( \frac{h}{2} - 5 \right)$$

$$M_n = 0.75 * 210 * 25 * 16.4 * \left( \frac{50}{2} - 0.4167 * 16.4 \right) + 3.96 * 4170.73 * \left( \frac{50}{2} - 5 \right) + 3.96 * 4200 * \left( \frac{50}{2} - 5 \right)$$

$$M_n = 1836039.02 \text{ kg} - \text{cm} = 18.36 \text{ Tn} - \text{m}$$

Tanteo 5: Asumiendo  $\varepsilon_c = 0.004$

$$k_1 = \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_0} \left( 1 - \frac{\varepsilon_c}{3 * \varepsilon_0} \right) = \frac{0.004}{0.002} \left( 1 - \frac{0.004}{3 * 0.002} \right) = 0.667$$



$$k_2 = \frac{1}{4} \left( \frac{4\varepsilon_0 - \varepsilon_c}{3\varepsilon_0 - \varepsilon_c} \right) = \frac{1}{4} \left( \frac{4 * 0.002 - 0.001}{3 * 0.002 - 0.001} \right) = 0.5$$

Cálculos de esfuerzo:

$$f'_s * A's + k_1 * f'_c * b * c - As * f_s = P$$

$$E'_s * \frac{\varepsilon_c}{c} (c - d') * A's + k_1 * f'_c * b * c - As * E_s * \frac{\varepsilon_c}{c} (d - c) = 40000 \text{ kg}$$

$$2x10^6 * \frac{0.004}{c} (c - 5) * 3.96 + 0.667 * 210 * 25 * c - 3.96 * 2x10^6 * \frac{0.004}{c} (45 - c) = 40000 \text{ kg}$$

$$\frac{31680}{c} (c - 5) + 3501.75 c - \frac{31680}{c} (45 - c) = 40000 \text{ kg}$$

$$31680(c - 5) + 3501.75c^2 - 31680(45 - c) = 40000c$$

$$31680c - 158400 + 3501.75c^2 - 1425600 + 31680c = 40000c$$

$$3501.75c^2 + 23360c - 1584000 = 0$$

$$c_1 = 18.19$$

$$f'_s = \frac{E'_s * \varepsilon_c}{c} (c - d') \rightarrow \frac{2 * 10^6 * 0.004}{18.19} (18.19 - 5) = 5800.99 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$> 4200 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \text{ (si fluye)}$$

$$f_s = \frac{E_s * \varepsilon_c}{c} (d - c) \rightarrow \frac{2 * 10^6 * 0.004}{18.19} (45 - 18.19) = 11791.09 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$> 4200 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \text{ (si fluye)}$$

Curvatura:

$$\phi = \frac{E_s}{c} = \frac{0.004}{18.19} = 2.20 \times 10^{-4} 1/\text{cm}$$

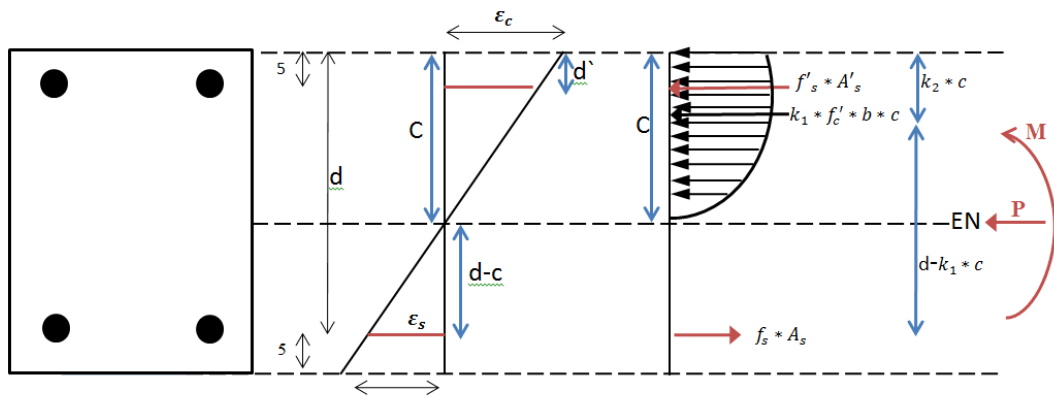


DIAGRAMA DE DEFORMACIONES- ESFUERZOS

$$M_n = k_1 * f'_c * b * c * \left(\frac{h}{2} - k_2 * c\right) + A'_s * f'_s * \left(\frac{h}{2} - d'\right) + A_s * f_s * \left(\frac{h}{2} - 5\right)$$

$$M_n = 0.667 * 210 * 25 * 18.19 * \left(\frac{50}{2} - 0.5 * 18.19\right) + 3.96 * 4200 * \left(\frac{50}{2} - 5\right) + 3.96 * 4200 * \left(\frac{50}{2} - 5\right)$$

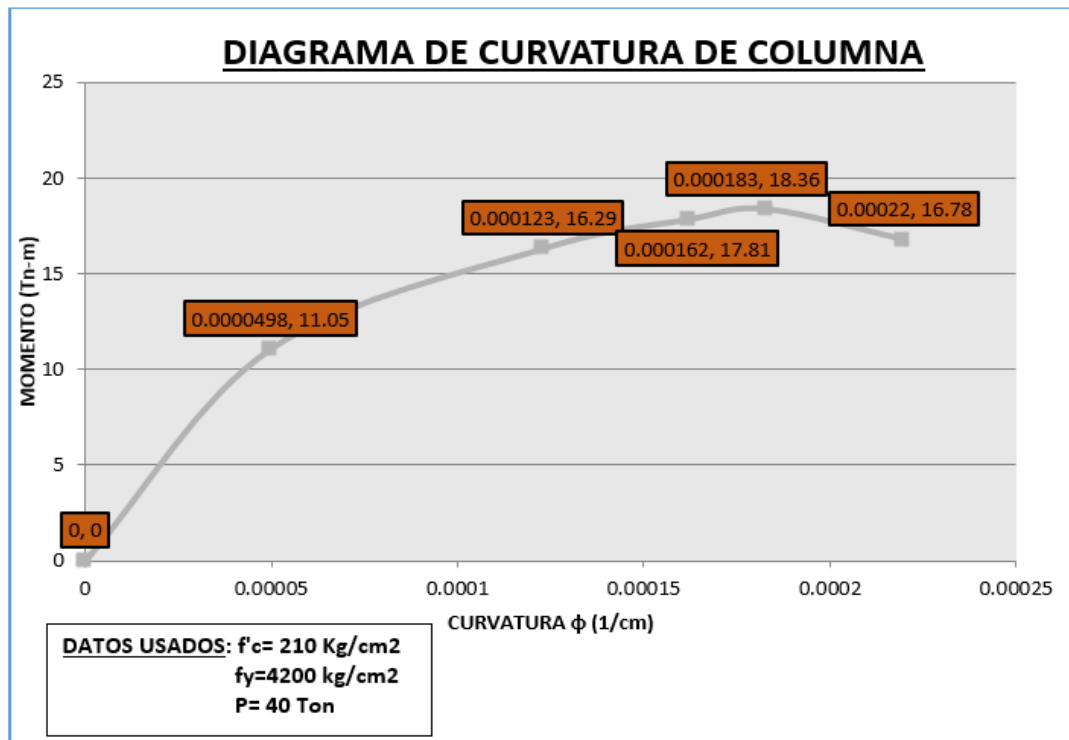
$$M_n = 1678378.12 \text{ kg} - \text{cm}$$

$$M_n = 16.78 \text{ Tn} - \text{m}$$

Ductilidad:

$$\mu = \frac{\phi_u}{\phi_y}$$

$$\mu = \frac{0.00022}{0.0000498} = 4.4$$



Fuente: Propia del tesista

#### Ejercicio 5: Modelo Hognestad para el concreto- columna no confinado

Datos:

$$f'_c = 210 \text{ kg/cm}$$

$$f_y = 4200 \text{ kg/cm}^2$$

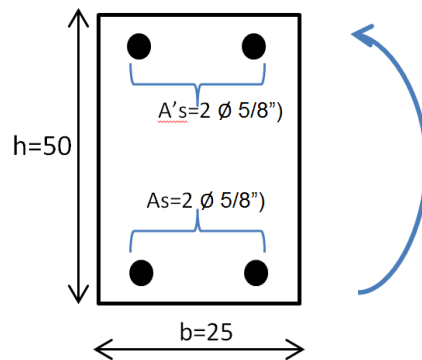
$$P = 20 \text{ Tn}$$

$$E_s = 2 \times 10^6 \text{ kg/cm}^2$$

$$E_c = 217370 \text{ kg/cm}^2$$

$$A_s = 3.96 \text{ cm}^2$$

$$A'_s = 3.96 \text{ cm}^2$$



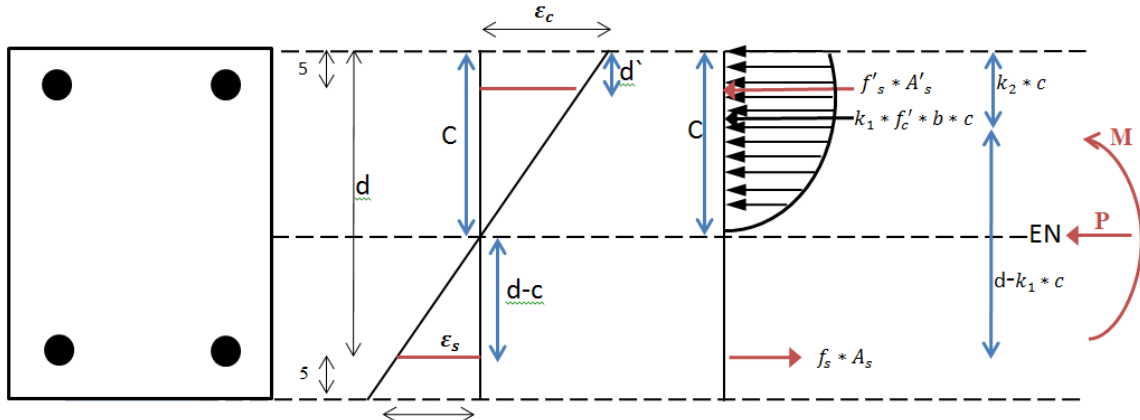


DIAGRAMA DE DEFORMACIONES- ESFUERZOS

Para el desarrollo de este ejercicio se utilizara estas fórmulas:

a) Equilibrio de fuerzas:

$$f'_s * A'_s + k_1 * f'_c * b * c - A_s * f_s = P$$

b) Compatibilidad de deformaciones:

$$\frac{\varepsilon_c}{c} = \frac{\varepsilon'_s}{c - d'} = \frac{\varepsilon_s}{d - c}$$

c) Ley constitutiva:

$$f'_s = E'_s * \varepsilon'_s$$

$$f'_s = E'_s * \frac{\varepsilon_c}{c} (c - d') \leq f'_s$$

$$f_s = E_s * \varepsilon_s$$

$$f_s = E_s * \frac{\varepsilon_c}{c} (d - c) \leq f_s$$

Tanteo 1: Asumiendo  $\varepsilon_c = 0.001$

$$k_1 = \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_0} \left(1 - \frac{\varepsilon_c}{3 * \varepsilon_0}\right) = \frac{0.001}{0.002} \left(1 - \frac{0.001}{3 * 0.002}\right) = 0.4167$$

$$k_2 = \frac{1}{4} \left(\frac{4\varepsilon_0 - \varepsilon_c}{3\varepsilon_0 - \varepsilon_c}\right) = \frac{1}{4} \left(\frac{4 * 0.002 - 0.001}{3 * 0.002 - 0.001}\right) = 0.35$$

Cálculos de esfuerzos:

$$f'_s * A'_s + k_1 * f'_c * b * c - A_s * f_s = P$$

$$E'_s * \frac{\varepsilon_c}{c} (c - d') * A'_s + k_1 * f'_c * b * c - A_s * E_s * \frac{\varepsilon_c}{c} (d - c) = 20000 \text{ kg}$$

$$2 \times 10^6 * \frac{0.001}{c} (c - 5) * 3.96 + 0.41667 * 210 * 25 * c - 3.96 * 2 \times 10^6 * \frac{0.001}{c} (45 - c)$$

$$= 20000 \text{ kg}$$

$$\frac{7920}{c} (c - 5) + 2187.52c - \frac{7920}{c} (45 - c) = 20000 \text{ kg}$$

$$7920(c - 5) + 2187.52c^2 - 7920(45 - c) = 20000c$$

$$7920c - 39600 + 2187.52c^2 - 356400 + 7920c = 20000c$$

$$2187.52c^2 - 4160c - 396000 = 0$$

$$c_1 = 14.44$$

$$f'_s = \frac{E'_s * \varepsilon_c}{c} (c - d') \rightarrow \frac{2 * 10^6 * 0.001}{14.44} (14.44 - 5) = 1307.48 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$> 4200 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \text{ (no fluye)}$$

$$f_s = \frac{E_s * \varepsilon_c}{c} (d - c) \rightarrow \frac{2 * 10^6 * 0.001}{14.44} (45 - 14.44) = 4232.69 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$> 4200 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \text{ (si fluye)}$$

Curvatura:

$$\phi = \frac{E_s}{c} = \frac{0.001}{14.44} = 6.93 \times 10^{-5} \text{ 1/cm}$$

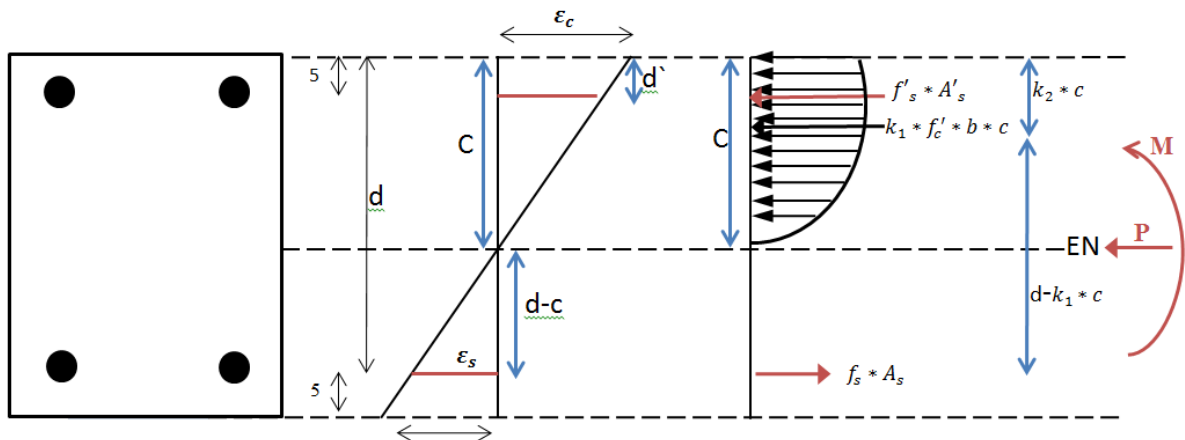


DIAGRAMA DE DEFORMACIONES- ESFUERZOS

$$M_n = k_1 * f'_c * b * c * \left(\frac{h}{2} - k_2 * c\right) + A'_s * f'_s * \left(\frac{h}{2} - d'\right) + A_s * f_s * \left(\frac{h}{2} - 5\right)$$

$$M_n = 0.41667 * 210 * 25 * 14.44 * \left(\frac{50}{2} - 0.35 * 14.44\right) + 3.96 * 1307.48 * \left(\frac{50}{2} - 5\right) + 3.96 * 4200 * \left(\frac{50}{2} - 5\right)$$

$$M_n = 1066241.73 \text{ kg} - \text{cm} = 10.66 \text{ Tn} - \text{m}$$

Tanteo 2: Asumiendo  $\varepsilon_c = 0.002$

$$k_1 = \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_0} \left(1 - \frac{\varepsilon_c}{3 * \varepsilon_0}\right) = \frac{0.002}{0.002} \left(1 - \frac{0.002}{3 * 0.002}\right) = 0.666667$$

$$k_2 = \frac{1}{4} \left(\frac{4\varepsilon_0 - \varepsilon_c}{3\varepsilon_0 - \varepsilon_c}\right) = \frac{1}{4} \left(\frac{4 * 0.002 - 0.002}{3 * 0.002 - 0.002}\right) = 0.375$$

Cálculos de esfuerzos:

$$f'_s * A'_s + k_1 * f'_c * b * c - A_s * f_s = P$$

$$E'_s * \frac{\varepsilon_c}{c} (c - d') * A'_s + k_1 * f'_c * b * c - A_s * E_s * \frac{\varepsilon_c}{c} (d - c) = 20000 \text{ kg}$$

$$2x10^6 * \frac{0.002}{c} (c - 5) * 3.96 + 0.666667 * 210 * 25 * c - 3.96 * 2x10^6 * \frac{0.002}{c} (45 - c) = 20000 \text{ kg}$$

$$\frac{15840}{c} (c - 5) + 3500.02c - \frac{15840}{c} (45 - c) = 20000 \text{ kg}$$

$$15840(c - 5) + 3500.02c^2 - 15840(45 - c) = 20000c$$

$$15840c - 79200 + 3500.02c^2 - 712800 + 15840c = 20000c$$

$$3500.02c^2 + 11680c - 792000 = 0$$

$$c = 13.47 \text{ cm}$$

$$f'_s = \frac{E'_s * \varepsilon_c}{c} (c - d') \rightarrow \frac{2 * 10^6 * 0.002}{13.47} (13.47 - 5) = 2515.22 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

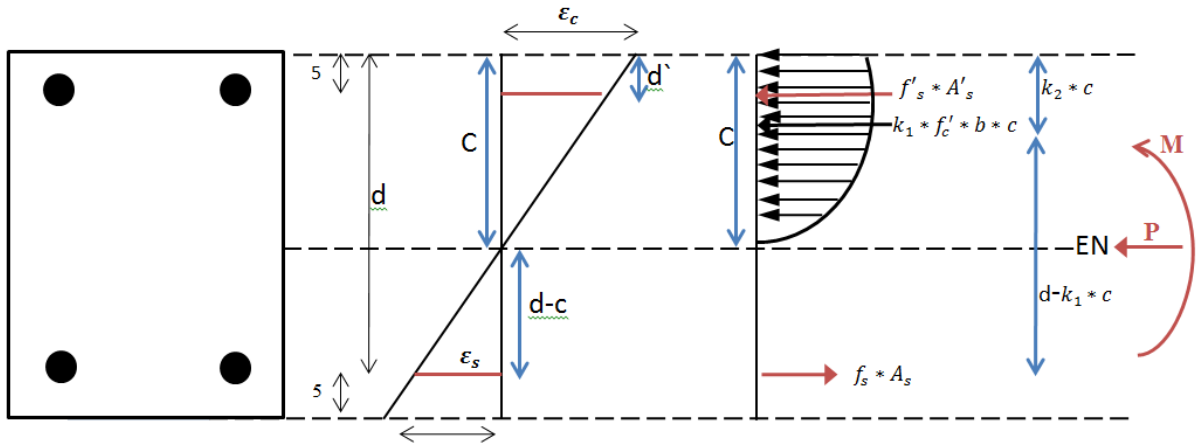
$$> 4200 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \text{ (no fluye)}$$

$$f_s = \frac{E_s * \varepsilon_c}{c} (d - c) \rightarrow \frac{2 * 10^6 * 0.002}{13.47} (45 - 13.47) = 9363.03 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$> 4200 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \text{ (si fluye)}$$

Curvatura:

$$\phi = \frac{E_s}{c} = \frac{0.002}{13.47} = 1.48 \times 10^{-4} \text{ 1/cm}$$



**DIAGRAMA DE DEFORMACIONES- ESFUERZOS**

$$M_n = k_1 * f'_c * b * c * \left(\frac{h}{2} - k_2 * c\right) + A's * f'_s * \left(\frac{h}{2} - d'\right) + A_s * f_s * \left(\frac{h}{2} - 5\right)$$

$$M_n = 0.667 * 210 * 25 * 13.47 * \left(\frac{50}{2} - 0.375 * 13.47\right) + 3.96 * 2515.22 * \left(\frac{50}{2} - 5\right) + 3.96 * 4200 * \left(\frac{50}{2} - 5\right)$$

$$M_n = 1472799.49 \text{ kg} - \text{cm} = 14.73 \text{ Tn} - \text{m}$$

Tanteo 3: Asumiendo  $\varepsilon_c = 0.002612$

$$k_1 = \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_0} \left(1 - \frac{\varepsilon_c}{3 * \varepsilon_0}\right) = \frac{0.002612}{0.002} \left(1 - \frac{0.002612}{3 * 0.002}\right) = 0.73745$$

$$k_2 = \frac{1}{4} \left(\frac{4\varepsilon_0 - \varepsilon_c}{3\varepsilon_0 - \varepsilon_c}\right) = \frac{1}{4} \left(\frac{4 * 0.002 - 0.002612}{3 * 0.002 - 0.002612}\right) = 0.39758$$

Cálculos de esfuerzos:

$$f'_s * A's + k_1 * f'_c * b * c - A_s * f_s = P$$

$$E'_s * \frac{\varepsilon_c}{c} (c - d') * A's + k_1 * f'_c * b * c - A_s * E_s * \frac{\varepsilon_c}{c} (d - c) = 20000 \text{ kg}$$

$$2x10^6 * \frac{0.002612}{c} (c - 5) * 3.96 + 0.73745 * 210 * 25 * c - 3.96 * 2x10^6 * \frac{0.002612}{c} (45 - c) = 20000 \text{ kg}$$

$$\frac{20687.04}{c} (c - 5) + 3871.61c - \frac{20687.04}{c} (45 - c) = 20000 \text{ kg}$$

$$20687.04(c - 5) + 3871.61c^2 - 20687.04(45 - c) = 20000c$$

$$20687.04c - 103435.2 + 3871.61c^2 - 930916.8 + 20687.04c = 20000c$$

$$3871.61c^2 + 21374.08c - 1034352 = 0$$

$$c_1 = 13.82 \text{ cm}$$

$$f'_s = \frac{E'_s * \varepsilon_c}{c} (c - d') \rightarrow \frac{2 * 10^6 * 0.002612}{13.82} (13.82 - 5) = 3333.99 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$> 4200 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \text{ (no fluye)}$$

$$f_s = \frac{E_s * \varepsilon_c}{c} (d - c) \rightarrow \frac{2 * 10^6 * 0.002612}{13.82} (45 - 13.82) = 11786.13 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$> 4200 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \text{ (si fluye)}$$

Curvatura:

$$\phi = \frac{E_s}{c} = \frac{0.002612}{13.82} = 1.89 \times 10^{-4} \text{ 1/cm}$$

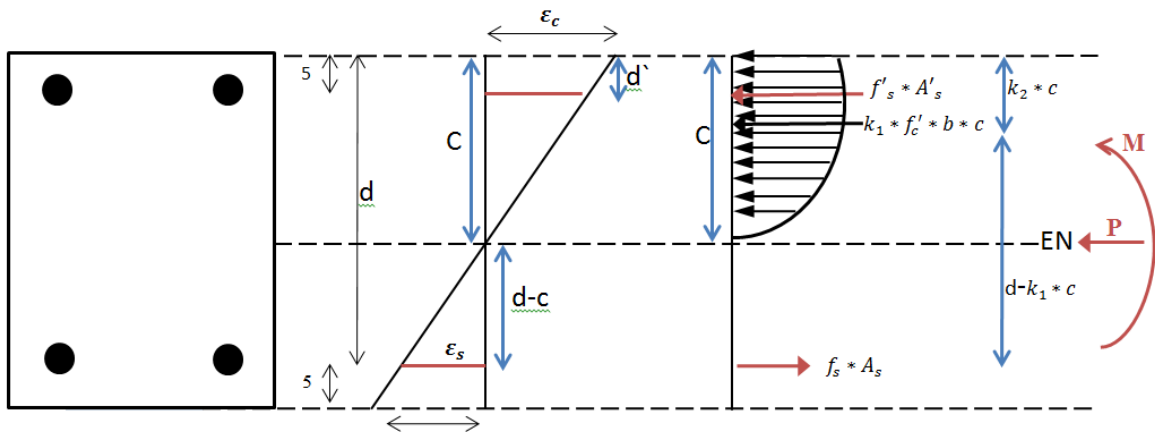


DIAGRAMA DE DEFORMACIONES- ESFUERZOS

$$M_n = k_1 * f'_c * b * c * \left( \frac{h}{2} - k_2 * c \right) + A'_s * f'_s * \left( \frac{h}{2} - d' \right) + A_s * f_s * \left( \frac{h}{2} - 5 \right)$$

$$M_n = 0.73745 * 210 * 25 * 13.82 * \left( \frac{50}{2} - 0.39758 * 13.82 \right) + 3.96 * 3333.99$$

$$* \left( \frac{50}{2} - 5 \right) + 3.96 * 4200 * \left( \frac{50}{2} - 5 \right)$$

$$M_n = 1640344.17 \text{ kg} - \text{cm} = 16.40 \text{ Tn} - \text{m}$$

Tanteo 4: Asumiendo  $\varepsilon_c = 0.003$

$$k_1 = \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_0} \left( 1 - \frac{\varepsilon_c}{3 * \varepsilon_0} \right) = \frac{0.003}{0.002} \left( 1 - \frac{0.003}{3 * 0.002} \right) = 0.75$$



$$k_2 = \frac{1}{4} \left( \frac{4\varepsilon_0 - \varepsilon_c}{3\varepsilon_0 - \varepsilon_c} \right) = \frac{1}{4} \left( \frac{4 * 0.002 - 0.003}{3 * 0.002 - 0.003} \right) = 0.4167$$

Cálculos de esfuerzo:

$$f'_s * A'_s + k_1 * f'_c * b * c - A_s * f_s = P$$

$$E'_s * \frac{\varepsilon_c}{c} (c - d') * A'_s + k_1 * f'_c * b * c - A_s * E_s * \frac{\varepsilon_c}{c} (d - c) = 20000 \text{ kg}$$

$$2x10^6 * \frac{0.003}{c} (c - 5) * 3.96 + 0.75 * 210 * 25 * c - 3.96 * 2x10^6 * \frac{0.003}{c} (45 - c) = 20000 \text{ kg}$$

$$\frac{23760}{c} (c - 5) + 3937.5c - \frac{23760}{c} (45 - c) = 20000 \text{ kg}$$

$$23760(c - 5) + 3937.5c^2 - 23760(45 - c) = 20000c$$

$$23760c - 118800 + 3937.5c^2 - 1069200 + 23760c = 20000c$$

$$3937.5c^2 + 27520c - 1188000 = 0$$

$$c_1 = 14.22 \text{ cm}$$

$$f'_s = \frac{E'_s * \varepsilon_c}{c} (c - d') \rightarrow \frac{2 * 10^6 * 0.003}{14.22} (14.22 - 5) = 3890.3 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$> 4200 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \text{ (no fluye)}$$

$$f_s = \frac{E_s * \varepsilon_c}{c} (d - c) \rightarrow \frac{2 * 10^6 * 0.003}{14.22} (45 - 14.22) = 12987.34 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$> 4200 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \text{ (si fluye)}$$

Curvatura:

$$\phi = \frac{E_s}{c} = \frac{0.003}{14.22} = 2.11 \times 10^{-4} \text{ 1/cm}$$

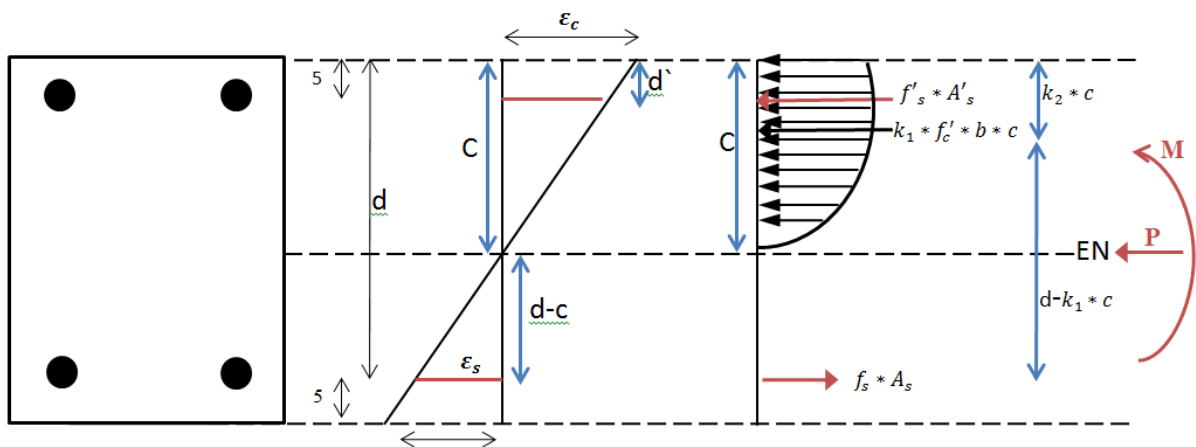


DIAGRAMA DE DEFORMACIONES- ESFUERZOS

$$M_n = k_1 * f'_c * b * c * \left(\frac{h}{2} - k_2 * c\right) + A's * f'_s * \left(\frac{h}{2} - d'\right) + A_s * f_s * \left(\frac{h}{2} - 5\right)$$

$$M_n = 0.75 * 210 * 25 * 14.22 * \left(\frac{50}{2} - 0.4167 * 14.22\right) + 3.96 * 3890.3 * \left(\frac{50}{2} - 5\right) + 3.96 * 4200 * \left(\frac{50}{2} - 5\right)$$

$$M_n = 1708758.31 \text{ kg} - \text{cm} = 17.09 \text{ Tn} - \text{m}$$

Tanteo 5: Asumiendo  $\varepsilon_c = 0.004$

$$k_1 = \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_0} \left(1 - \frac{\varepsilon_c}{3 * \varepsilon_0}\right) = \frac{0.001}{0.002} \left(1 - \frac{0.001}{3 * 0.002}\right) = 0.667$$

$$k_2 = \frac{1}{4} \left(\frac{4\varepsilon_0 - \varepsilon_c}{3\varepsilon_0 - \varepsilon_c}\right) = \frac{1}{4} \left(\frac{4 * 0.002 - 0.001}{3 * 0.002 - 0.001}\right) = 0.5$$

Cálculos de esfuerzo:

$$f'_s * A's + k_1 * f'_c * b * c - A_s * f_s = P$$

$$E'_s * \frac{\varepsilon_c}{c} (c - d') * A's + k_1 * f'_c * b * c - A_s * E_s * \frac{\varepsilon_c}{c} (d - c) = 20000 \text{ kg}$$

$$2x10^6 * \frac{0.004}{c} (c - 5) * 3.96 + 0.667 * 210 * 25 * c - 3.96 * 2x10^6 * \frac{0.004}{c} (45 - c) = 20000 \text{ kg}$$

$$\frac{31680}{c} (c - 5) + 3501.75 c - \frac{31680}{c} (45 - c) = 20000 \text{ kg}$$

$$31680(c - 5) + 3501.75c^2 - 31680(45 - c) = 20000c$$

$$31680c - 158400 + 3501.75c^2 - 1425600 + 31680c = 20000c$$

$$3501.75c^2 + 43360c - 1584000 = 0$$

$$c_1 = 15.96 c$$

$$f'_s = \frac{E'_s * \varepsilon_c}{c} (c - d') \rightarrow \frac{2 * 10^6 * 0.004}{15.96} (15.96 - 5) = 5493.73 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

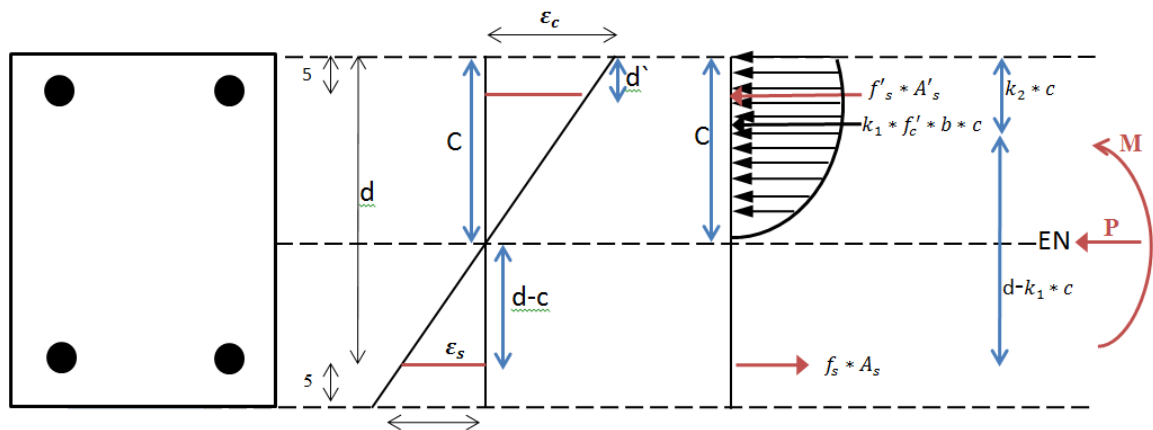
$$> 4200 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \text{ (si fluye)}$$

$$f_s = \frac{E_s * \varepsilon_c}{c} (d - c) \rightarrow \frac{2 * 10^6 * 0.004}{15.96} (45 - 15.96) = 14556.39 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$> 4200 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \text{ (si fluye)}$$

Curvatura:

$$\phi = \frac{E_s}{c} = \frac{0.004}{15.96} = 2.51x 10^{-4} 1/\text{cm}$$



**DIAGRAMA DE DEFORMACIONES- ESFUERZOS**

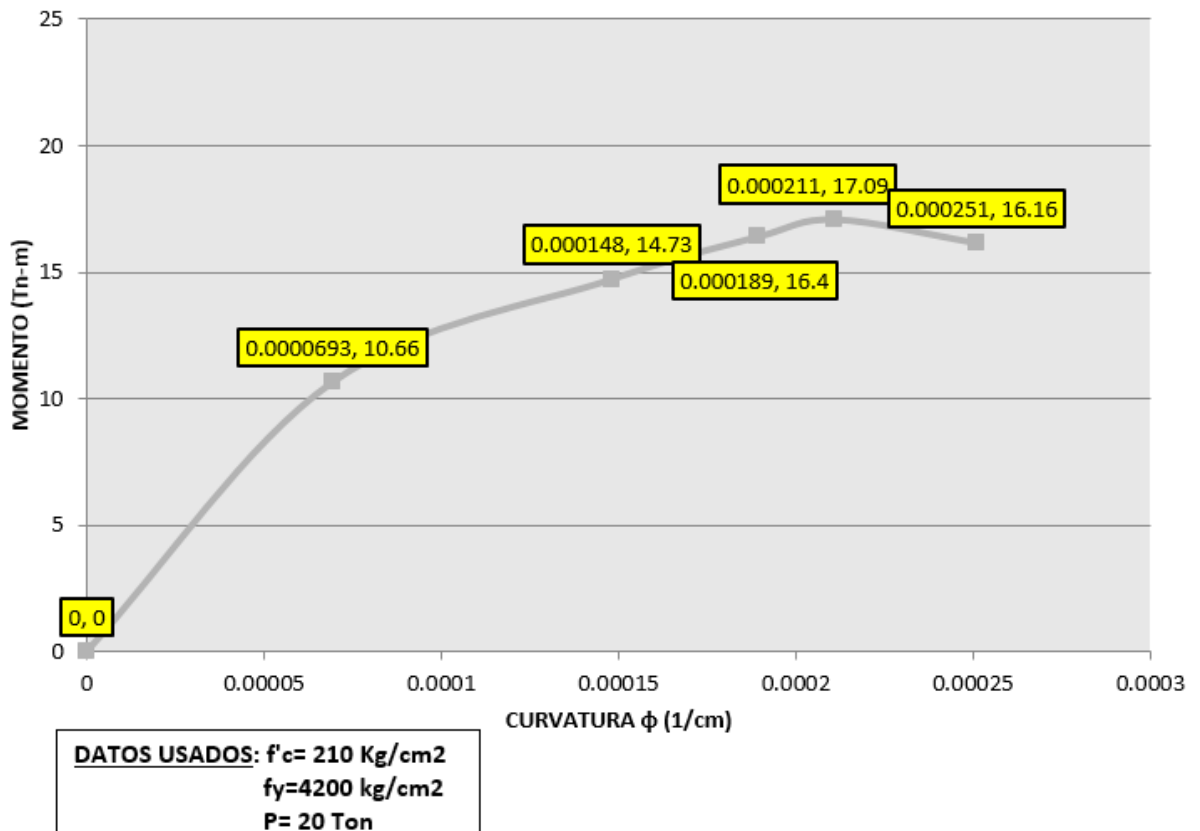
$$M_n = k_1 * f'_c * b * c * \left(\frac{h}{2} - k_2 * c\right) + A'_s * f'_s * \left(\frac{h}{2} - d'\right) + A_s * f_s * \left(\frac{h}{2} - 5\right)$$

$$M_n = 0.667 * 210 * 25 * 15.96 * \left(\frac{50}{2} - 0.5 * 15.96\right) + 3.96 * 4200 * \left(\frac{50}{2} - 5\right) + 3.96 * 4200 * \left(\frac{50}{2} - 5\right)$$

$$M_n = 1616492.57 \text{ kg} - \text{cm}$$

$$M_n = 16.16 \text{ Tn} - \text{m}$$

## DIAGRAMA DE CURVATURA DE COLUMNA



Fuente: Propia del tesista

Ductilidad:

$$\mu = \frac{\phi_u}{\phi_y}$$

$$\mu = \frac{0.000251}{0.0000693} = 3.62$$

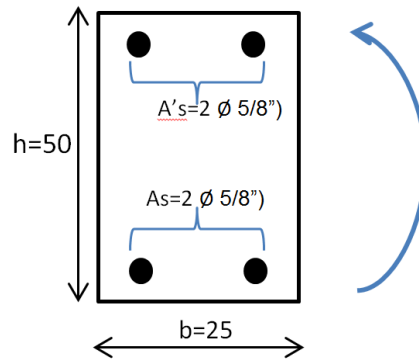
### Ejercicio 6: Modelo Hognestad para el concreto- columna no confinado

Datos:  $f'_c = 210 \text{ kg/cm}^2$

$$f_y = 4200 \text{ kg/cm}^2$$

$$P = 0 \text{ Tn}$$

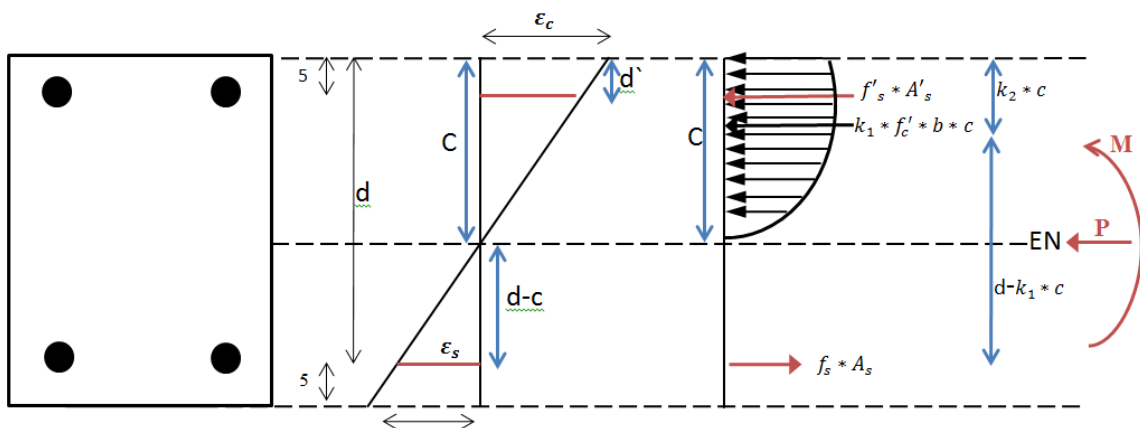
$$E_s = 2 \times 10^6 \text{ kg/cm}^2$$



$$E_c = 217370 \text{ kg/cm}^2$$

$$A_s = 3.96 \text{ cm}^2$$

$$A'_s = 3.96 \text{ cm}^2$$



**DIAGRAMA DE DEFORMACIONES- ESFUERZOS**

Para el desarrollo de este ejercicio se utilizara estas fórmulas:

a) Equilibrio de fuerzas:

$$f'_s * A'_s + k_1 * f'_c * b * c - A_s * f_s = P$$

b) Compatibilidad de deformaciones:

$$\frac{\epsilon_c}{c} = \frac{\epsilon'_s}{c - d'} = \frac{\epsilon_s}{d - c}$$

c) Ley constitutiva:

$$f'_s = E'_s * \epsilon'_s$$

$$f'_s = E'_s * \frac{\varepsilon_c}{c} (c - d') \leq f'_s$$

$$f_s = E_s * \varepsilon_s$$

$$f_s = E_s * \frac{\varepsilon_c}{c} (d - c) \leq f_s$$

Tanteo 1: Asumiendo  $\varepsilon_c = 0.001$

$$k_1 = \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_0} \left(1 - \frac{\varepsilon_c}{3 * \varepsilon_0}\right) = \frac{0.001}{0.002} \left(1 - \frac{0.001}{3 * 0.002}\right) = 0.4167$$

$$k_2 = \frac{1}{4} \left(\frac{4\varepsilon_0 - \varepsilon_c}{3\varepsilon_0 - \varepsilon_c}\right) = \frac{1}{4} \left(\frac{4 * 0.002 - 0.001}{3 * 0.002 - 0.001}\right) = 0.35$$

Cálculos de esfuerzos:

$$f'_s * A's + k_1 * f'_c * b * c - A_s * f_s = P$$

$$E'_s * \frac{\varepsilon_c}{c} (c - d') * A's + k_1 * f'_c * b * c - A_s * E_s * \frac{\varepsilon_c}{c} (d - c) = 0 \text{ kg}$$

$$2x10^6 * \frac{0.001}{c} (c - 5) * 3.96 + 0.41667 * 210 * 25 * c - 3.96 * 2x10^6 * \frac{0.001}{c} (45 - c)$$

$$= 0 \text{ kg}$$

$$\frac{7920}{c} (c - 5) + 2187.52c - \frac{7920}{c} (45 - c) = 0 \text{ kg}$$

$$7920(c - 5) + 2187.52c^2 - 7920(45 - c) = 0c$$

$$7920c - 39600 + 2187.52c^2 - 356400 + 7920c = 0c$$

$$2187.52c^2 + 15840c - 396000 = 0$$

$$c_1 = 10.31$$

$$f'_s = \frac{E'_s * \varepsilon_c}{c} (c - d') \rightarrow \frac{2 * 10^6 * 0.001}{10.31} (10.31 - 5) = 1030.07 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$> 4200 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \text{ (no fluye)}$$

$$f_s = \frac{E_s * \varepsilon_c}{c} (d - c) \rightarrow \frac{2 * 10^6 * 0.001}{10.31} (45 - 10.31) = 6729.39 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$> 4200 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \text{ (si fluye)}$$

Curvatura:

$$\phi = \frac{E_s}{c} = \frac{0.001}{10.31} = 9.70 * 10^{-5} \text{ 1/cm}$$

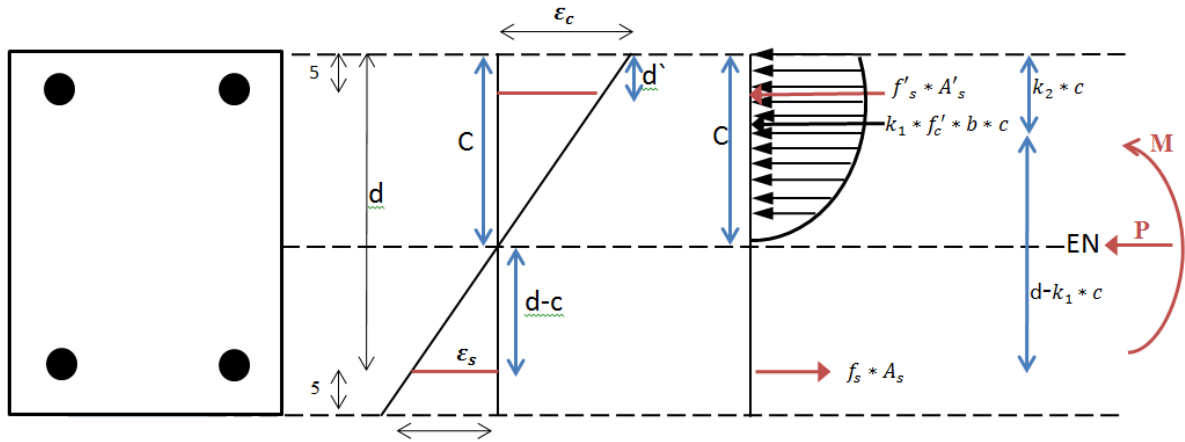


DIAGRAMA DE DEFORMACIONES- ESFUERZOS

$$M_n = k_1 * f'_c * b * c * \left(\frac{h}{2} - k_2 * c\right) + A's * f'_s * \left(\frac{h}{2} - d'\right) + A_s * f_s * \left(\frac{h}{2} - 5\right)$$

$$M_n = 0.41667 * 210 * 25 * 10.31 * \left(\frac{50}{2} - 0.35 * 10.31\right) + 3.96 * 1030.07 * \left(\frac{50}{2} - 5\right) + 3.96 * 4200 * \left(\frac{50}{2} - 5\right)$$

$$M_n = 896670.58 \text{ kg} - \text{cm} = 8.97 \text{ Tn} - \text{m}$$

Tanteo 2: Asumiendo  $\epsilon_c = 0.002$

$$k_1 = \frac{\epsilon_c}{\epsilon_0} \left(1 - \frac{\epsilon_c}{3 * \epsilon_0}\right) = \frac{0.002}{0.002} \left(1 - \frac{0.002}{3 * 0.002}\right) = 0.66667$$

$$k_2 = \frac{1}{4} \left(\frac{4\epsilon_0 - \epsilon_c}{3\epsilon_0 - \epsilon_c}\right) = \frac{1}{4} \left(\frac{4 * 0.002 - 0.002}{3 * 0.002 - 0.002}\right) = 0.375$$

Cálculos de esfuerzos:

$$f'_s * A's + k_1 * f'_c * b * c - A_s * f_s = P$$

$$E'_s * \frac{\epsilon_c}{c} (c - d') * A's + k_1 * f'_c * b * c - A_s * E_s * \frac{\epsilon_c}{c} (d - c) = 0 \text{ kg}$$

$$2x10^6 * \frac{0.002}{c} (c - 5) * 3.96 + 0.66667 * 210 * 25 * c - 3.96 * 2x10^6 * \frac{0.002}{c} (45 - c) = 0 \text{ kg}$$

$$\frac{15840}{c} (c - 5) + 3500.02c - \frac{15840}{c} (45 - c) = 0 \text{ kg}$$

$$15840(c - 5) + 3500.02c^2 - 15840(45 - c) = 0c$$

$$15840c - 79200 + 3500.02c^2 - 712800 + 15840c = 0c$$

$$3500.02c^2 + 31680c - 792000 = 0$$

$$c = 11.18 \text{ cm}$$

$$f'_s = \frac{E'_s * \varepsilon_c}{c} (c - d') \rightarrow \frac{2 * 10^6 * 0.002}{11.18} (11.18 - 5) = 2211.09 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

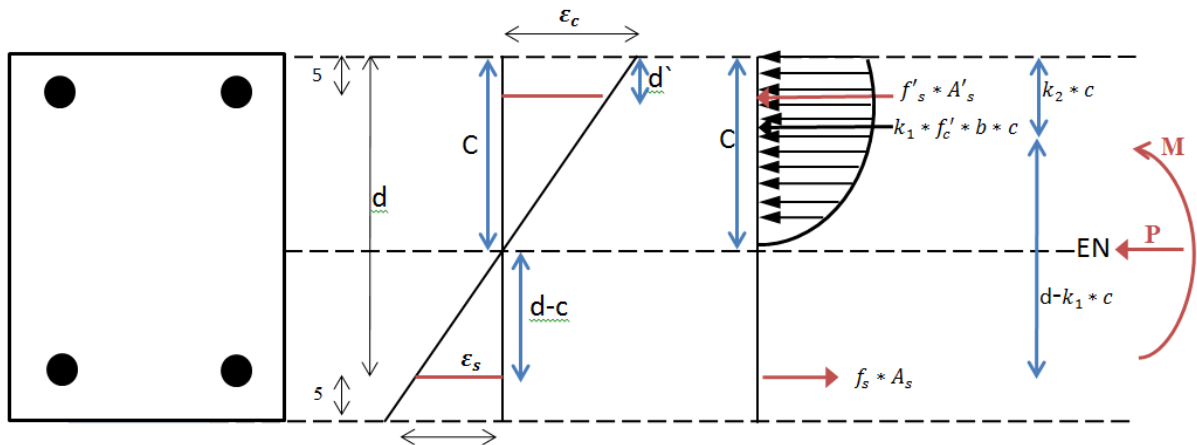
$$> 4200 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \text{ (no fluye)}$$

$$f_s = \frac{E_s * \varepsilon_c}{c} (d - c) \rightarrow \frac{2 * 10^6 * 0.002}{11.18} (45 - 11.18) = 12100.18 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$> 4200 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \text{ (sifluye)}$$

Curvatura:

$$\phi = \frac{E_s}{c} = \frac{0.002}{11.18} = 1.79 \times 10^{-4} \text{ 1/cm}$$



**DIAGRAMA DE DEFORMACIONES- ESFUERZOS**

$$M_n = k_1 * f'_c * b * c * \left( \frac{h}{2} - k_2 * c \right) + A'_s * f'_s * \left( \frac{h}{2} - d' \right) + A_s * f_s * \left( \frac{h}{2} - 5 \right)$$

$$M_n = 0.667 * 210 * 25 * 11.18 * \left( \frac{50}{2} - 0.375 * 11.18 \right) + 3.96 * 2211.09 * \left( \frac{50}{2} - 5 \right)$$

$$+ 3.96 * 4200 * \left( \frac{50}{2} - 5 \right)$$

$$M_n = 1322362.9 \text{ kg} - \text{cm} = 13.22 \text{ Tn} - \text{m}$$

Tanteo 3: Asumiendo  $\varepsilon_c = 0.002612$

$$k_1 = \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_0} \left( 1 - \frac{\varepsilon_c}{3 * \varepsilon_0} \right) = \frac{0.002612}{0.002} \left( 1 - \frac{0.002612}{3 * 0.002} \right) = 0.73745$$

$$k_2 = \frac{1}{4} \left( \frac{4\varepsilon_0 - \varepsilon_c}{3\varepsilon_0 - \varepsilon_c} \right) = \frac{1}{4} \left( \frac{4 * 0.002 - 0.002612}{3 * 0.002 - 0.002612} \right) = 0.39758$$



Cálculos de esfuerzos:

$$f'_s * A's + k_1 * f'_c * b * c - A_s * f_s = P$$

$$E'_s * \frac{\varepsilon_c}{c} (c - d') * A's + k_1 * f'_c * b * c - A_s * E_s * \frac{\varepsilon_c}{c} (d - c) = 0 \text{ kg}$$

$$2x10^6 * \frac{0.002612}{c} (c - 5) * 3.96 + 0.73745 * 210 * 25 * c - 3.96 * 2x10^6$$

$$* \frac{0.002612}{c} (45 - c) = 0 \text{ kg}$$

$$\frac{20687.04}{c} (c - 5) + 3871.61c - \frac{20687.04}{c} (45 - c) = 0 \text{ kg}$$

$$20687.04(c - 5) + 3871.61c^2 - 20687.04(45 - c) = 0c$$

$$20687.04c - 103435.2 + 3871.61c^2 - 930916.8 + 20687.04c = 0c$$

$$3871.61c^2 + 41374.08c - 1034352 = 0$$

$$c_1 = 11.85 \text{ cm}$$

$$f'_s = \frac{E'_s * \varepsilon_c}{c} (c - d') \rightarrow \frac{2 * 10^6 * 0.002612}{11.85} (11.85 - 5) = 3019.78 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

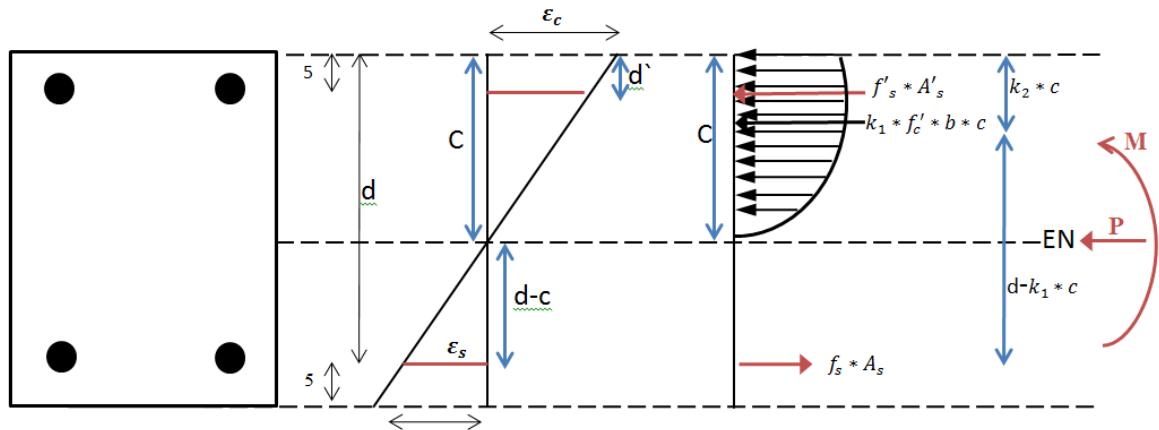
$$> 4200 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \text{ (no fluye)}$$

$$f_s = \frac{E_s * \varepsilon_c}{c} (d - c) \rightarrow \frac{2 * 10^6 * 0.002612}{11.85} (45 - 11.85) = 14613.97 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$> 4200 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \text{ (si fluye)}$$

Curvatura:

$$\phi = \frac{E_s}{c} = \frac{0.002612}{11.85} = 2.20x 10^{-4} 1/\text{cm}$$



**DIAGRAMA DE DEFORMACIONES- ESFUERZOS**

$$M_n = k_1 * f'_c * b * c * \left(\frac{h}{2} - k_2 * c\right) + A'_s * f'_s * \left(\frac{h}{2} - d'\right) + A_s * f_s * \left(\frac{h}{2} - 5\right)$$

$$M_n = 0.73745 * 210 * 25 * 11.85 * \left(\frac{50}{2} - 0.39758 * 11.85\right) + 3.96 * 3019.78 * \left(\frac{50}{2} - 5\right) + 3.96 * 4200 * \left(\frac{50}{2} - 5\right)$$

$$M_n = 1502622.84 \text{ kg} - \text{cm} = 15.03 \text{ Tn} - \text{m}$$

Tanteo 4: Asumiendo  $\varepsilon_c = 0.003$

$$k_1 = \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_0} \left(1 - \frac{\varepsilon_c}{3 * \varepsilon_0}\right) = \frac{0.003}{0.002} \left(1 - \frac{0.003}{3 * 0.002}\right) = 0.75$$

$$k_2 = \frac{1}{4} \left(\frac{4\varepsilon_0 - \varepsilon_c}{3\varepsilon_0 - \varepsilon_c}\right) = \frac{1}{4} \left(\frac{4 * 0.002 - 0.003}{3 * 0.002 - 0.003}\right) = 0.4167$$

Cálculos de esfuerzo:

$$f'_s * A'_s + k_1 * f'_c * b * c - A_s * f_s = P$$

$$E'_s * \frac{\varepsilon_c}{c} (c - d') * A'_s + k_1 * f'_c * b * c - A_s * E_s * \frac{\varepsilon_c}{c} (d - c) = 0 \text{ kg}$$

$$2x10^6 * \frac{0.003}{c} (c - 5) * 3.96 + 0.75 * 210 * 25 * c - 3.96 * 2x10^6 * \frac{0.003}{c} (45 - c) = 0 \text{ kg}$$

$$\frac{23760}{c} (c - 5) + 3937.5c - \frac{23760}{c} (45 - c) = 0 \text{ kg}$$

$$23760(c - 5) + 3937.5c^2 - 23760(45 - c) = 0c$$

$$23760c - 118800 + 3937.5c^2 - 1069200 + 23760c = 0$$

$$3937.5c^2 + 47520c - 1188000 = 0$$

$$c_1 = 12.35 \text{ cm}$$

$$f'_s = \frac{E'_s * \varepsilon_c}{c} (c - d') \rightarrow \frac{2 * 10^6 * 0.003}{12.35} (12.35 - 5) = 3570.85 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

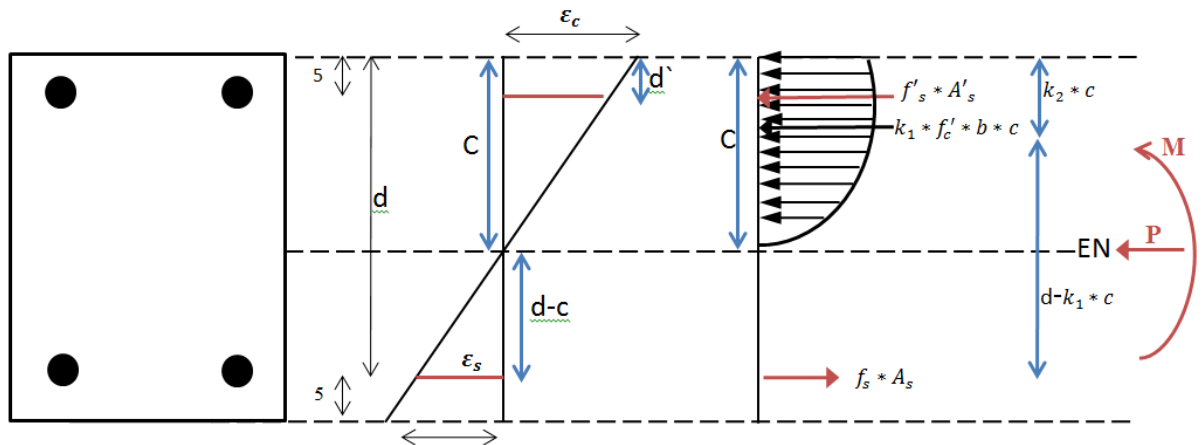
$$> 4200 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \text{ (no fluye)}$$

$$f_s = \frac{E_s * \varepsilon_c}{c} (d - c) \rightarrow \frac{2 * 10^6 * 0.003}{12.35} (45 - 12.35) = 15862.35 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$> 4200 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \text{ (si fluye)}$$

Curvatura:

$$\phi = \frac{E_s}{c} = \frac{0.003}{12.35} = 2.43 \times 10^{-4} \text{ 1/cm}$$



**DIAGRAMA DE DEFORMACIONES- ESFUERZOS**

$$M_n = k_1 * f'_c * b * c * \left(\frac{h}{2} - k_2 * c\right) + A'_s * f'_s * \left(\frac{h}{2} - d'\right) + A_s * f_s * \left(\frac{h}{2} - 5\right)$$

$$M_n = 0.75 * 210 * 25 * 12.35 * \left(\frac{50}{2} - 0.4167 * 12.35\right) + 3.96 * 3570.85 * \left(\frac{50}{2} - 5\right)$$

$$+ 3.96 * 4200 * \left(\frac{50}{2} - 5\right)$$

$$M_n = 1580902.2 \text{ kg} - \text{cm} = 15.81 \text{ Tn} - \text{m}$$

Tanteo 5: Asumiendo  $\varepsilon_c = 0.004$

$$k_1 = \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_0} \left(1 - \frac{\varepsilon_c}{3 * \varepsilon_0}\right) = \frac{0.001}{0.002} \left(1 - \frac{0.001}{3 * 0.002}\right) = 0.667$$

$$k_2 = \frac{1}{4} \left( \frac{4\varepsilon_0 - \varepsilon_c}{3\varepsilon_0 - \varepsilon_c} \right) = \frac{1}{4} \left( \frac{4 * 0.002 - 0.001}{3 * 0.002 - 0.001} \right) = 0.5$$

Cálculos de esfuerzo:

$$f'_s * A's + k_1 * f'_c * b * c - A_s * f_s = P$$

$$E'_s * \frac{\varepsilon_c}{c} (c - d') * A's + k_1 * f'_c * b * c - A_s * E_s * \frac{\varepsilon_c}{c} (d - c) = 0 \text{ kg}$$

$$2x10^6 * \frac{0.004}{c} (c - 5) * 3.96 + 0.667 * 210 * 25 * c - 3.96 * 2x10^6 * \frac{0.004}{c} (45 - c)$$

$$= 0 \text{ kg}$$

$$\frac{31680}{c} (c - 5) + 3501.75 c - \frac{31680}{c} (45 - c) = 0 \text{ kg}$$

$$31680(c - 5) + 3501.75c^2 - 31680(45 - c) = 0c$$

$$31680c - 158400 + 3501.75c^2 - 1425600 + 31680c = 0c$$

$$3501.75c^2 + 63360c - 1584000 = 0$$

$$c_1 = 14.07 \text{ c}$$

$$f'_s = \frac{E'_s * \varepsilon_c}{c} (c - d') \rightarrow \frac{2 * 10^6 * 0.004}{14.07} (14.07 - 5) = 5157.07 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

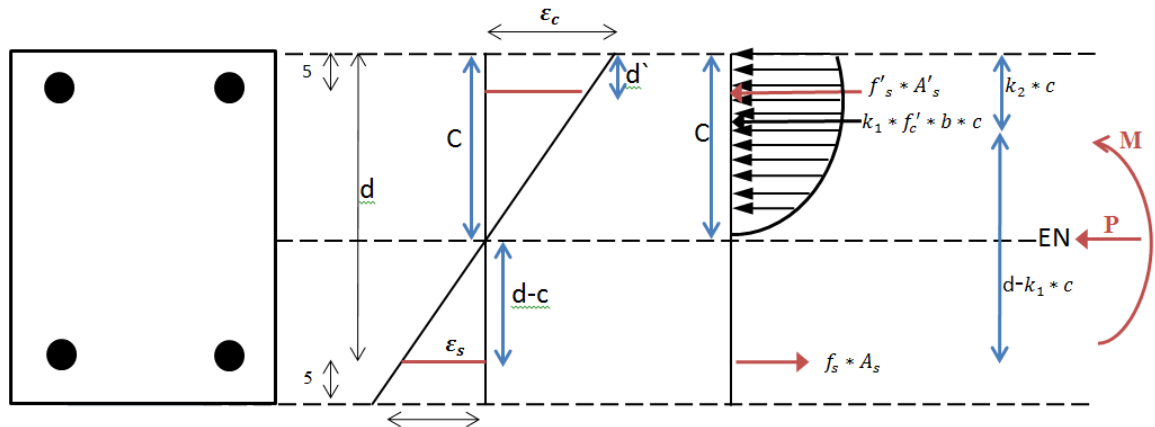
$$> 4200 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \text{ (si fluye)}$$

$$f_s = \frac{E_s * \varepsilon_c}{c} (d - c) \rightarrow \frac{2 * 10^6 * 0.004}{14.07} (45 - 14.07) = 17586.35 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$> 4200 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \text{ (si fluye)}$$

Curvatura:

$$\phi = \frac{E_s}{c} = \frac{0.004}{14.07} = 2.84x 10^{-4} 1/\text{cm}$$



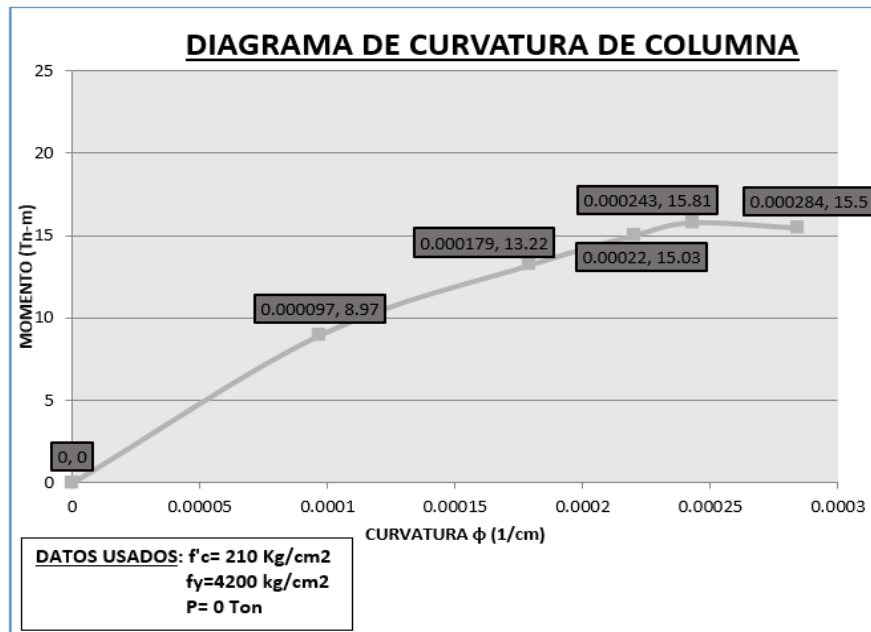
**DIAGRAMA DE DEFORMACIONES- ESFUERZOS**

$$M_n = k_1 * f'_c * b * c * \left(\frac{h}{2} - k_2 * c\right) + A'_s * f'_s * \left(\frac{h}{2} - d'\right) + A_s * f_s * \left(\frac{h}{2} - 5\right)$$

$$M_n = 0.667 * 210 * 25 * 14.07 * \left(\frac{50}{2} - 0.5 * 14.07\right) + 3.96 * 4200 * \left(\frac{50}{2} - 5\right) + 3.96 * 4200 * \left(\frac{50}{2} - 5\right)$$

$$M_n = 1550408.77 \text{ kg} - \text{cm}$$

$$M_n = 15.50 \text{ Tn} - \text{m}$$

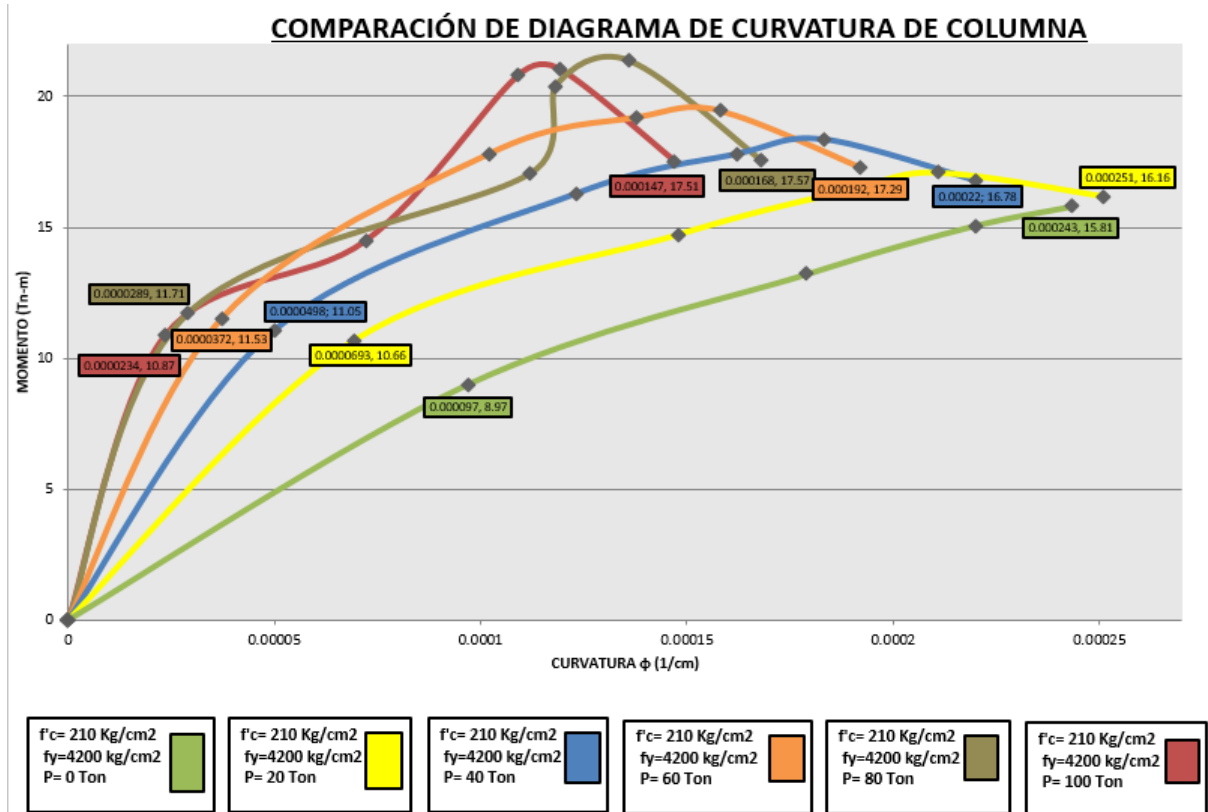


Fuente: Propia del testista

Ductilidad:

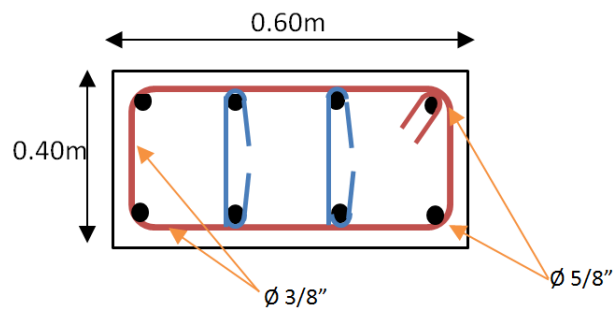
$$\mu = \frac{\phi_u}{\phi_y}$$

$$\mu = \frac{0.000284}{0.000097} = 2.93$$



Fuente: Propia del tesista

**Ejercicio 1: Modelo de Mander para el concreto- viga confinada**



Datos:

$f'_{co} = 210 \text{ kg/cm}$  Resistencia a la compresión del concreto no confinado

$\varepsilon_{co} = 0.002$  Deformación correspondiente a la resistencia máxima del concreto no confinado

$f_{yh} = 2530 \text{ kg/cm}^2$  Esfuerzo de fluencia del refuerzo transversal

Características geométricas:

$D_c = 0.60\text{m}$  Lado mayor de la columna

$B_c = 0.40\text{m}$  Lado menor de la columna

$r_c = 0.05\text{m}$  Recubrimiento

$S_c = 0.12 \text{ m}$  Espaciamiento estribos

Características del reforzamiento:

$\phi_{rpe} = 15.88 \text{ mm}$  Diámetro de refuerzo principal (esquina)

$\phi_{rpi} = 15.88 \text{ mm}$  Diámetro de refuerzo principal (inferior)

$N_{rp} = 8$  Número total de varillas longitudinales

$\phi_{rtx} = 9.5 \text{ mm}$  Diámetro de estribo (dirección x)

$N_{rtx} = 4$  Número de secciones de estribos en x (Min 2)

$\phi_{rty} = 9.5 \text{ mm}$  Diámetro de estribo (dirección y)

$N_{rty} = 2$  Número de secciones de estribos en y (Min 2)

Cálculos adicionales del modelo:

$$d_c = D_c - 2r_c - \phi_{rty} = 60 - (2 * 5) - 0.95 = 49.05\text{cm}$$

$$b_c = B_c - 2r_c - \phi_{rtx} = 40 - (2 * 5) - 0.95 = 29.05\text{cm}$$

$$S' = s_c - \max(\phi_{rtx}, \phi_{rty}) = 12 - 0.95 = 11.05\text{cm}$$

Calculo del área de la parábola inefectiva:

$$W_X = \frac{b_c - \phi_{rtx} - 2\phi_{rpe} - (N_{rtx} - 1)\phi_{rpi}}{N_{rtx} - 1} = \frac{29.05 - 0.95 - 2 * 1.588 - (4 - 1) * 1.588}{4 - 1} = 6.72 \text{ cm} \quad \text{Espaciamiento libre entre barras longitudinales Dir. X}$$

$$W_y = \frac{d_c - \phi_{rty} - 2\phi_{rpe} - (N_{rty} - 1)\phi_{rpi}}{N_{rty} - 1} = \frac{49.05 - 0.95 - 2 * 1.588 - (2 - 1) * 1.588}{2 - 1} = 43.34 \text{ cm} \quad \text{Espaciamiento libre entre barras longitudinales Dir. Y}$$

$$A_{inaf} = 2(N_{rtx} - 1) * \frac{W_x^2}{6} + 2(N_{rty} - 1) * \frac{W_y^2}{6} = 2(4 - 1) * \frac{6.72^2}{6} + 2(2 - 1) * \frac{43.34^2}{6} = 671.28 \text{ cm}^2$$

Área total de parábolas

$$A_e = (b_c * d_c - A_{inaf}) \left(1 - \frac{s'}{2 * b_c}\right) \left(1 - \frac{s'}{2 * d_c}\right) = (29.05 * 49.05 - 671.28) \left(1 - \frac{11.05}{2 * 29.05}\right) \left(1 - \frac{11.05}{2 * 49.05}\right) = 541.55 \text{ cm}^2 \quad \text{área efectiva}$$

$$\rho_{cc} = \frac{[\pi \cdot \phi_{rpe}^2 + (N_{rpe} - 4) \cdot \frac{\pi}{4} \cdot \phi_{rpi}^2]}{(d_c - \phi_{rty}) \cdot (b_c - \phi_{rtx})} = \frac{\pi \cdot 1.588^2 + (8 - 4) \cdot \frac{\pi}{4} \cdot 1.588^2}{(49.05 - 0.95) \cdot (29.05 - 0.95)} = 0.012 \quad \text{Relación del área de refuerzo longitudinal al núcleo confinado de concreto.}$$

$$A_{cc} = b_c * d_c * (1 - \rho_{cc}) = 29.05 * 49.05 (1 - 0.012) = 1.407 \times 10^3 \text{ cm}^2 \quad \text{Área del núcleo de concreto, dimensiones medidas a ejes de los estribos.}$$

Coefficiente de confinamiento efectivo:

$$K_e = \frac{A_e}{A_{cc}} = \frac{541.55}{1407.8} = 0.385$$

Calculo de la presión de confinamiento equivalente:

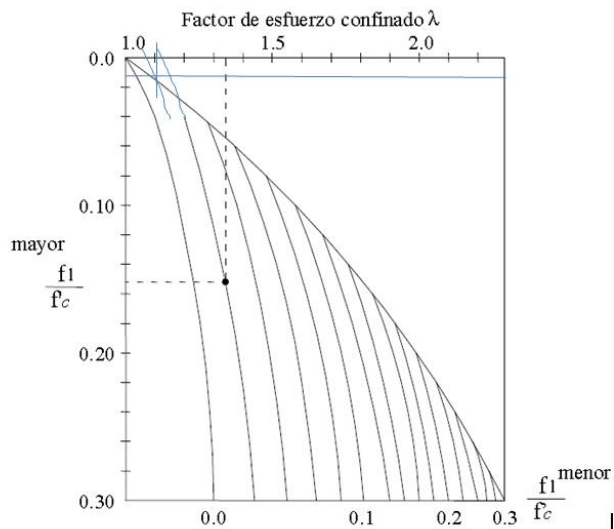
$$\rho_{sx} = \frac{N_{rtx} \cdot \pi \cdot \phi_{rtx}^2}{4 \cdot d_c \cdot s_c} = \frac{4 * \pi * 0.95^2}{4 * 49.05 * 12} = 4.82 \times 10^{-3} \quad \text{Relación del volumen de refuerzo transversal al volumen del núcleo de concreto confinado.}$$

$$\rho_{sy} = \frac{N_{rty} \cdot \pi \cdot \phi_{rty}^2}{4 \cdot b_c \cdot s_c} = \frac{2 * \pi * 0.95^2}{4 * 29.05 * 12} = 4.07 \times 10^{-3} \quad \text{Relación del volumen de refuerzo transversal al volumen del núcleo de concreto confinado.}$$

$$f_{1x} = \frac{1}{2} \cdot K_e \cdot \rho_{sx} \cdot f_{yh} = \frac{1}{2} * 0.385 * 4.82 \times 10^{-3} * 2530 = 2.35 \text{ kg/cm}^2 \quad \text{Esfuerzo de confinamiento en la dirección X}$$

$$f_{1y} = \frac{1}{2} \cdot K_e \cdot \rho_{sy} \cdot f_{yh} = \frac{1}{2} * 0.385 * 4.07 \times 10^{-3} * 2530 = 1.98 \text{ kg/cm}^2 \quad \text{Esfuerzo de confinamiento en la dirección Y}$$





$$\frac{f_{1x}}{f'_c} = \frac{2.35}{210} = 0.011$$

$$\frac{f_{1y}}{f'_c} = \frac{1.98}{210} = 0.0094$$

$$\lambda = 1.1$$

Resistencia y deformacion de compresion del concreto confinado:

$$f'_{cc} = f'_{co} * 1.1 = 210 * 1.1 = 231 \text{ kg/cm}^2$$

$$\varepsilon_{cc} = \varepsilon_{co} * \left[ 1 + 5 \left( \frac{f'_{cc}}{f'_{co}} + 1 \right) \right] = 0.002 * \left[ 1 + 5 \left( \frac{231}{210} + 1 \right) \right] = 3 \times 10^{-3}$$

$$\frac{\varepsilon_{cc}}{\varepsilon_{co}} = \frac{3 \times 10^{-3}}{0.002} = 1.5$$

Cálculos adicionales:

$$E_c = 15000 \sqrt{f'_{co}}$$

$$E_c = 15000 \sqrt{210} = 2.174 \times 10^5 \text{ kgf/cm}^2$$

$$E_{sec} = \frac{f'_{cc}}{\varepsilon_{cc}} = \frac{231}{3 \times 10^{-3}} = 7.7 \times 10^4 \text{ kgf/cm}^2$$

$$r = \frac{E_c}{E_c - E_{sec}} = \frac{2.174 \times 10^5}{2.174 \times 10^5 - 7.7 \times 10^4} = 1.55$$

Calculo de la deformación última del concreto:

$$\rho_s = \frac{\left( \pi \cdot \frac{\phi_{rtx}^2}{4} \cdot N_{rtx} \cdot d_c + \pi \cdot \frac{\phi_{rty}^2}{4} \cdot N_{rty} \cdot b_c \right)}{d_c \cdot b_c \cdot s_c} = \frac{\left( \pi x \frac{0.95^2}{4} x 4 x 49.05 + \pi \cdot \frac{0.95^2}{4} x 2 x 29.05 \right)}{49.05 x 29.05 x 12}$$

$$= 10.542 x 10^{-3}$$

$$\varepsilon_{cu} = 0.004 + 0.0003 * \rho_s * \frac{f_{yh}}{kg/cm^2} = 0.004 + 0.0003 * 10.542 x 10^{-3} * \frac{2530}{kg/cm^2}$$

$$= 0.012$$

$$\frac{\varepsilon_{cu}}{\varepsilon_{co}} = \frac{0.012}{0.002} = 6$$

Según mander la ecuación básica para la curva esfuerzo deformación:

$$f_c(\varepsilon_{cu}) = \frac{f'_{cc} * r \left( \frac{\varepsilon_{cu}}{\varepsilon_{cc}} \right)}{r - 1 + \left( \frac{\varepsilon_{cu}}{\varepsilon_{cc}} \right)^r}$$

$$f_c(0.012) = \frac{231 * 1.55 \left( \frac{0.012}{3 x 10^{-3}} \right)}{1.55 - 1 + \left( \frac{0.012}{3 x 10^{-3}} \right)^{1.55}} = 156.97$$

Cálculos adicionales del modelo:

$$d_c = D_c - 2r_c - \phi_{rty} = 60 - (2 * 5) - 0.95 = 49.05 cm$$

$$b_c = B_c - 2r_c - \phi_{rtx} = 40 - (2 * 5) - 0.95 = 29.05 cm$$

$$S' = s_c - \max(\phi_{rtx}, \phi_{rty}) = 12 - 0.95 = 11.05 cm$$

Calculo del área de la parábola inefectiva:

$$W_x = \frac{b_c - \phi_{rtx} - 2\phi_{rpe} - (N_{rtx} - 1)\phi_{rpi}}{N_{rtx} - 1} = \frac{29.05 - 0.95 - 2 * 1.588 - (4 - 1) * 1.588}{4 - 1} = 6.72 cm \quad \text{Espaciamiento libre entre barras longitudinales Dir. X}$$

$$W_y = \frac{d_c - \phi_{rty} - 2\phi_{rpe} - (N_{rty} - 1)\phi_{rpi}}{N_{rty} - 1} = \frac{49.05 - 0.95 - 2 * 1.588 - (2 - 1) * 1.588}{2 - 1} = 43.34 cm \quad \text{Espaciamiento libre entre barras longitudinales Dir. Y}$$

$$A_{inaf} = 2(N_{rtx} - 1) * \frac{W_x^2}{6} + 2(N_{rty} - 1) * \frac{W_y^2}{6} = 2(4 - 1) * \frac{6.72^2}{6} + 2(2 - 1) * \frac{43.34^2}{6} = 671.28 cm^2$$

Área total de parábolas

$$A_e = (b_c * d_c - A_{maf}) \left(1 - \frac{s'}{2*b_c}\right) \left(1 - \frac{s'}{2*d_c}\right) = (29.05 * 49.05 - 671.28) \left(1 - \frac{11.05}{2*29.05}\right) \left(1 - \frac{11.05}{2*49.05}\right) = 541.55 \text{ cm}^2 \text{ área efectiva}$$

$$\rho_{cc} = \frac{[\pi \cdot \phi_{pe}^2 + (N_{rp} - 4) \cdot \frac{\pi}{4} \cdot \phi_{rpi}^2]}{(d_c - \phi_{rty}) \cdot (b_c - \phi_{rtx})} = \frac{\pi \cdot 1.588^2 + (8 - 4) \cdot \frac{\pi}{4} \cdot 1.588^2}{(49.05 - 0.95) \cdot (29.05 - 0.95)} = 0.012 \text{ Relación del área de refuerzo longitudinal al núcleo confinado de concreto.}$$

$$A_{cc} = b_c * d_c * (1 - \rho_{cc}) = 29.05 * 49.05 (1 - 0.012) = 1.407 \times 10^3 \text{ cm}^2 \text{ Área del núcleo de concreto, dimensiones medidas a ejes de los estribos.}$$

Coefficiente de confinamiento efectivo:

$$K_e = \frac{A_e}{A_{cc}} = \frac{541.55}{1407.8} = 0.385$$

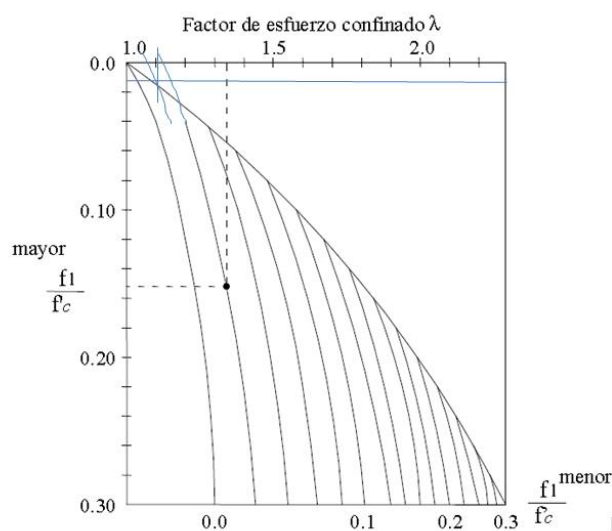
Calculo de la presión de confinamiento equivalente:

$$\rho_{sx} = \frac{N_{rtx} \cdot \pi \cdot \phi_{rtx}^2}{4 \cdot d_c \cdot s_c} = \frac{4 \cdot \pi \cdot 0.95^2}{4 \cdot 49.05 \cdot 12} = 4.82 \times 10^{-3} \text{ Relación del volumen de refuerzo transversal al volumen del núcleo de concreto confinado.}$$

$$\rho_{sy} = \frac{N_{rty} \cdot \pi \cdot \phi_{rty}^2}{4 \cdot b_c \cdot s_c} = \frac{2 \cdot \pi \cdot 0.95^2}{4 \cdot 29.05 \cdot 12} = 4.07 \times 10^{-3} \text{ Relación del volumen de refuerzo transversal al volumen del núcleo de concreto confinado.}$$

$$f_{1x} = \frac{1}{2} \cdot K_e \cdot \rho_{sx} \cdot f_{yh} = \frac{1}{2} * 0.385 * 4.82 \times 10^{-3} * 2530 = 2.35 \text{ kg/cm}^2 \text{ Esfuerzo de confinamiento en la dirección X}$$

$$f_{1y} = \frac{1}{2} \cdot K_e \cdot \rho_{sy} \cdot f_{yh} = \frac{1}{2} * 0.385 * 4.07 \times 10^{-3} * 2530 = 1.98 \text{ kg/cm}^2 \text{ Esfuerzo de confinamiento en la dirección Y}$$



$$\frac{f_{1x}}{f'_c} = \frac{2.35}{210} = 0.011$$

$$\frac{f_{1y}}{f'_c} = \frac{1.98}{210} = 0.0094$$

$$\lambda = 1.1$$

Resistencia y deformacion de compresion del concreto confinado:

$$f'_{cc} = f'_{co} * 1.1 = 210 * 1.1 = 231 \text{ kg/cm}^2$$

$$\varepsilon_{cc} = \varepsilon_{co} * \left[ 1 + 5 \left( \frac{f'_{cc}}{f'_{co}} + 1 \right) \right] = 0.002 * \left[ 1 + 5 \left( \frac{231}{210} + 1 \right) \right] = 3x10^{-3}$$

$$\frac{\varepsilon_{cc}}{\varepsilon_{co}} = \frac{3x10^{-3}}{0.002} = 1.5$$

Cálculos adicionales:

$$E_c = 15000\sqrt{f'_{co}}$$

$$E_c = 15000\sqrt{210} = 2.174x10^5 \text{ kgf/cm}^2$$

$$E_{sec} = \frac{f'_{cc}}{\varepsilon_{cc}} = \frac{231}{3x10^{-3}} = 7.7x10^4 \text{ kgf/cm}^2$$

$$r = \frac{E_c}{E_c - E_{sec}} = \frac{2.174x10^5}{2.174x10^5 - 7.7x10^4} = 1.55$$

Calculo de la deformación última del concreto:

$$\rho_s = \frac{\left( \pi \cdot \frac{\phi_{rtx}^2}{4} \cdot N_{rtx} \cdot d_c + \pi \cdot \frac{\phi_{rty}^2}{4} \cdot N_{rty} \cdot b_c \right)}{d_c \cdot b_c \cdot s_c} = \frac{\left( \pi x \frac{0.95^2}{4} x 4x49.05 + \pi \cdot \frac{0.95^2}{4} x 2x29.05 \right)}{49.05x29.05x12}$$

$$= 10.542x10^{-3}$$

$$\varepsilon_{cu} = 0.004 + 0.0003 * \rho_s * \frac{f_{yh}}{\text{kg/cm}^2} = 0.004 + 0.0003 * 10.542x10^{-3} * \frac{2530}{\text{kg/cm}^2}$$

$$= 0.012$$

$$\frac{\varepsilon_{cu}}{\varepsilon_{co}} = \frac{0.012}{0.002} = 6$$

Según mander la ecuación básica para la curva esfuerzo deformación:

$$f_c(\varepsilon_{cu}) = \frac{f'_{cc} * r \left(\frac{\varepsilon_{cu}}{\varepsilon_{cc}}\right)}{r - 1 + \left(\frac{\varepsilon_{cu}}{\varepsilon_{cc}}\right)^r}$$

$$f_c(0.012) = \frac{231 * 1.55 \left(\frac{0.012}{3 * 10^{-3}}\right)}{1.55 - 1 + \left(\frac{0.012}{3 * 10^{-3}}\right)^{1.55}} = 156.97$$

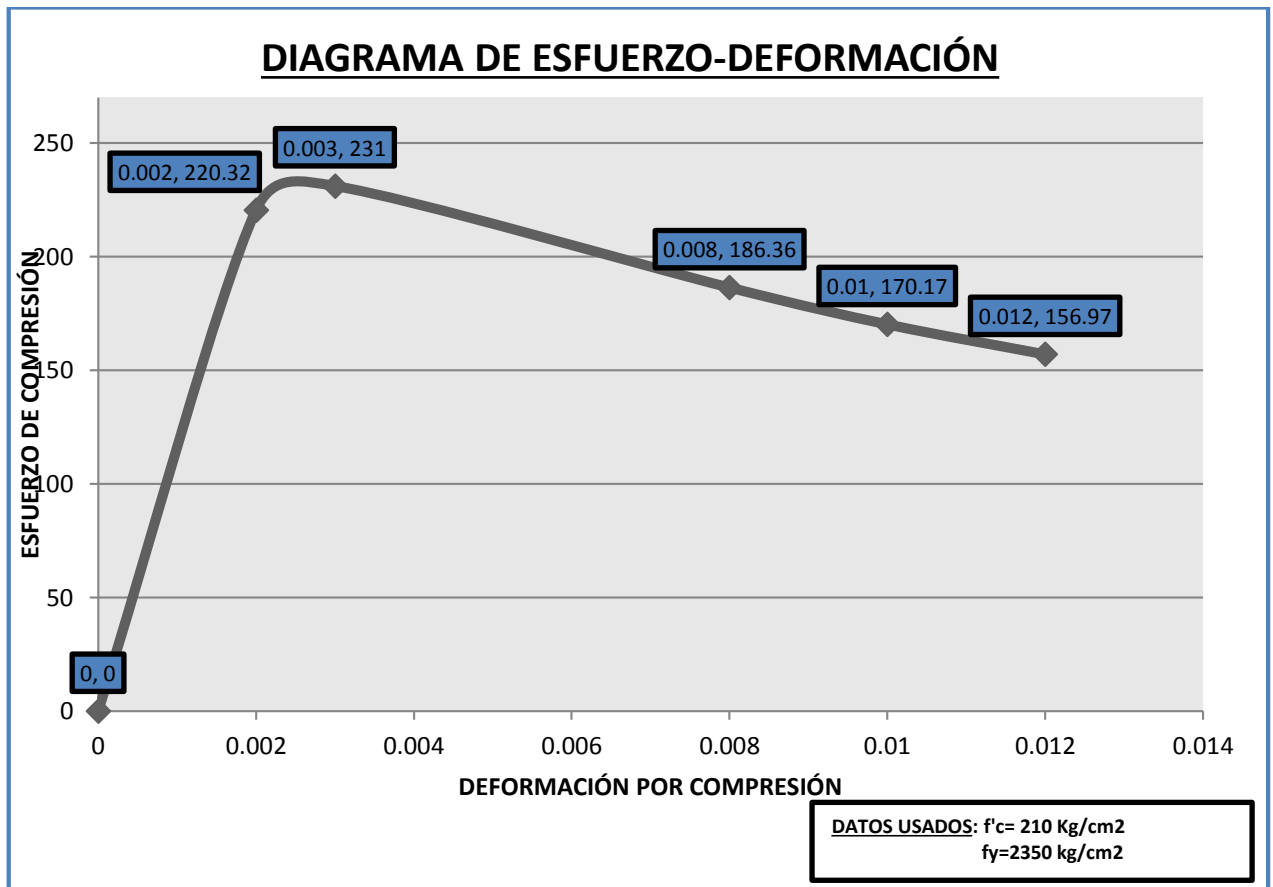
Calculo otros puntos:

$$f_c(\varepsilon_{cu}) = \frac{f'_{cc} * r \left(\frac{\varepsilon_{cu}}{\varepsilon_{cc}}\right)}{r - 1 + \left(\frac{\varepsilon_{cu}}{\varepsilon_{cc}}\right)^r}$$

$$f_c(0.002) = \frac{231 * 1.55 \left(\frac{0.002}{3 * 10^{-3}}\right)}{1.55 - 1 + \left(\frac{0.002}{3 * 10^{-3}}\right)^{1.55}} = 220.32$$

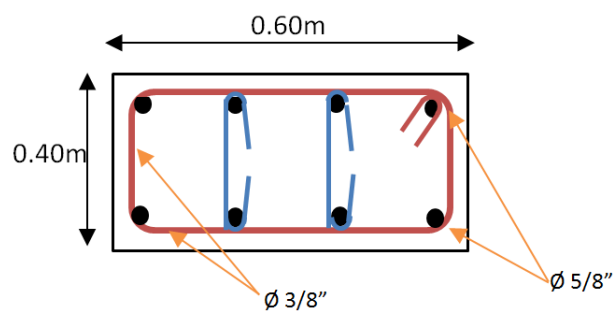
$$f_c(0.008) = \frac{231 * 1.55 \left(\frac{0.008}{3 * 10^{-3}}\right)}{1.55 - 1 + \left(\frac{0.008}{3 * 10^{-3}}\right)^{1.55}} = 186.36$$

$$f_c(0.01) = \frac{231 * 1.55 \left(\frac{0.01}{3 * 10^{-3}}\right)}{1.55 - 1 + \left(\frac{0.01}{3 * 10^{-3}}\right)^{1.55}} = 170.17$$



Fuente: Propia del tesista

#### Ejercicio2: Modelo Mander para el concreto- viga confinada



Datos:

$f'_{co} = 210 \text{ kg/cm}$

Resistencia a la compresión del concreto no confinado

$\epsilon_{co} = 0.002$   
 Deformación correspondiente a la resistencia máxima del concreto no confinado

Deformación correspondiente a la resistencia máxima del

$$f_{yh} = 3515 \text{ kg/cm}^2 \quad \text{Esfuerzo de fluencia del refuerzo transversal}$$

Características geométricas:

$$D_c = 0.60m \quad \text{Lado mayor de la columna}$$

$$B_c = 0.40m \quad \text{Lado menor de la columna}$$

$$r_c = 0.05m \quad \text{Recubrimiento}$$

$$S_c = 0.12 m \quad \text{Espaciamiento estribos}$$

Características del reforzamiento:

$$\phi_{rpe} = 15.88 \text{ mm} \quad \text{Diámetro de refuerzo principal (esquina)}$$

$$\phi_{rpi} = 15.88 \text{ mm} \quad \text{Diámetro de refuerzo principal (inferior)}$$

$$N_{rp} = 8 \quad \text{Número total de varillas longitudinales}$$

$$\phi_{rtx} = 9.5 \text{ mm} \quad \text{Diámetro de estribo (dirección x)}$$

$$N_{rtx} = 4 \quad \text{Número de secciones de estribos en x (Min 2)}$$

$$\phi_{rty} = 9.5 \text{ mm} \quad \text{Diámetro de estribo (dirección y)}$$

$$N_{rty} = 2 \quad \text{Número de secciones de estribos en y (Min 2)}$$

Cálculos adicionales del modelo:

$$d_c = D_c - 2r_c - \phi_{rty} = 60 - (2 * 5) - 0.95 = 49.05 \text{ cm}$$

$$b_c = B_c - 2r_c - \phi_{rtx} = 40 - (2 * 5) - 0.95 = 29.05 \text{ cm}$$

$$S' = s_c - \max(\phi_{rtx}, \phi_{rty}) = 12 - 0.95 = 11.05 \text{ cm}$$

Calculo del área de la parábola inefectiva:

$$W_x = \frac{b_c - \phi_{rtx} - 2\phi_{rpe} - (N_{rtx} - 1)\phi_{rpi}}{N_{rtx} - 1} = \frac{29.05 - 0.95 - 2 * 1.588 - (4 - 1) * 1.588}{4 - 1} = 6.72 \text{ cm} \quad \text{Espaciamiento libre entre barras longitudinales Dir. X}$$

$$W_y = \frac{d_c - \phi_{rty} - 2\phi_{rpe} - (N_{rty} - 1)\phi_{rpi}}{N_{rty} - 1} = \frac{49.05 - 0.95 - 2 * 1.588 - (2 - 1) * 1.588}{2 - 1} = 43.34 \text{ cm} \quad \text{Espaciamiento libre entre barras longitudinales Dir. Y}$$

$$A_{inaf} = 2(N_{rtx} - 1) * \frac{W_x^2}{6} + 2(N_{rty} - 1) * \frac{W_y^2}{6} = 2(4 - 1) * \frac{6.72^2}{6} + 2(2 - 1) * \frac{43.34^2}{6} = 671.28 \text{ cm}^2$$

Área total de parábolas

$$A_e = (b_c * d_c - A_{maf}) \left(1 - \frac{s'}{2*b_c}\right) \left(1 - \frac{s'}{2*d_c}\right) = (29.05 * 49.05 - 671.28) \left(1 - \frac{11.05}{2*29.05}\right) \left(1 - \frac{11.05}{2*49.05}\right) = 541.55 \text{ cm}^2 \text{ área efectiva}$$

$$\rho_{cc} = \frac{[\pi \cdot \phi_{rpe}^2 + (N_{rp} - 4) \cdot \frac{\pi}{4} \cdot \phi_{rpi}^2]}{(d_c - \phi_{rty}) \cdot (b_c - \phi_{rtx})} = \frac{\pi \cdot 1.588^2 + (8 - 4) \cdot \frac{\pi}{4} \cdot 1.588^2}{(49.05 - 0.95) \cdot (29.05 - 0.95)} = 0.012 \text{ Relación del área de refuerzo longitudinal al núcleo confinado de concreto.}$$

$$A_{cc} = b_c * d_c * (1 - \rho_{cc}) = 29.05 * 49.05 (1 - 0.012) = 1.4078 \times 10^3 \text{ cm}^2 \text{ Área del núcleo de concreto, dimensiones medidas a ejes de los estribos.}$$

Coefficiente de confinamiento efectivo:

$$K_e = \frac{A_e}{A_{cc}} = \frac{541.55}{1407.8} = 0.385$$

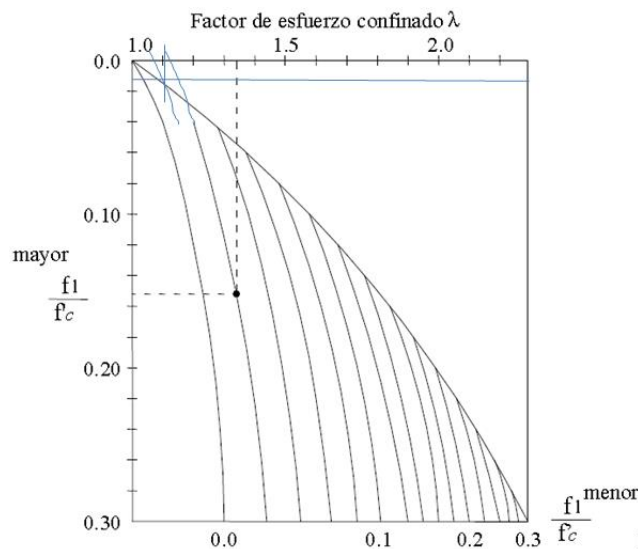
Calculo de la presión de confinamiento equivalente:

$$\rho_{sx} = \frac{N_{rtx} \cdot \pi \cdot \phi_{rtx}^2}{4 \cdot d_c \cdot s_c} = \frac{4 \cdot \pi \cdot 0.95^2}{4 \cdot 49.05 \cdot 12} = 4.82 \times 10^{-3} \text{ Relación del volumen de refuerzo transversal al volumen del núcleo de concreto confinado.}$$

$$\rho_{sy} = \frac{N_{rty} \cdot \pi \cdot \phi_{rty}^2}{4 \cdot b_c \cdot s_c} = \frac{2 \cdot \pi \cdot 0.95^2}{4 \cdot 29.05 \cdot 12} = 4.07 \times 10^{-3} \text{ Relación del volumen de refuerzo transversal al volumen del núcleo de concreto confinado.}$$

$$f_{1x} = \frac{1}{2} \cdot K_e \cdot \rho_{sx} \cdot f_{yh} = \frac{1}{2} * 0.385 * 4.82 \times 10^{-3} * 3515 = 3.26 \text{ kg/cm}^2 \text{ Esfuerzo de confinamiento en la dirección X}$$

$$f_{1y} = \frac{1}{2} \cdot K_e \cdot \rho_{sy} \cdot f_{yh} = \frac{1}{2} * 0.385 * 4.07 \times 10^{-3} * 3515 = 2.75 \text{ kg/cm}^2 \text{ Esfuerzo de confinamiento en la dirección Y}$$





$$\frac{f_{1x}}{f'_c} = \frac{3.26}{210} = 0.016$$

$$\frac{f_{1y}}{f'_c} = \frac{2.75}{210} = 0.013$$

$$\lambda = 1.1$$

Resistencia y deformación de compresión del concreto confinado:

$$f'_{cc} = f'_{co} * 1.13 = 210 * 1.13 = 237.3 \text{ kg/cm}^2$$

$$\varepsilon_{cc} = \varepsilon_{co} * \left[ 1 + 5 \left( \frac{f'_{cc}}{f'_{co}} + 1 \right) \right] = 0.002 * \left[ 1 + 5 \left( \frac{237.3}{210} + 1 \right) \right] = 3.3x10^{-3}$$

$$\frac{\varepsilon_{cc}}{\varepsilon_{co}} = \frac{3.3x10^{-3}}{0.002} = 1.65$$

Cálculos adicionales:

$$E_c = 15000\sqrt{f'_{co}}$$

$$E_c = 15000\sqrt{210} = 2.174x10^5 \text{ kgf/cm}^2$$

$$E_{sec} = \frac{f'_{cc}}{\varepsilon_{cc}} = \frac{237.3}{3.3x10^{-3}} = 7.19x10^4 \text{ kgf/cm}^2$$

$$r = \frac{E_c}{E_c - E_{sec}} = \frac{2.174x10^5}{2.174x10^5 - 7.19x10^4} = 1.49$$

Calculo de la deformación última del concreto:

$$\rho_s = \frac{\left( \pi \cdot \frac{\phi_{rtx}^2}{4} \cdot N_{rtx} \cdot d_c + \pi \cdot \frac{\phi_{rty}^2}{4} \cdot N_{rty} \cdot b_c \right)}{d_c \cdot b_c \cdot s_c} = \frac{\left( \pi x \frac{0.95^2}{4} x 4x49.05 + \pi \cdot \frac{0.95^2}{4} x 2x29.05 \right)}{49.05x29.05x12}$$

$$= 10.542x10^{-3}$$

$$\varepsilon_{cu} = 0.004 + 0.0003 * \rho_s * \frac{f_{yh}}{\text{kg/cm}^2} = 0.004 + 0.0003 * 10.542x10^{-3} * \frac{3515}{\text{kg/cm}^2}$$

$$= 0.015$$

$$\frac{\varepsilon_{cu}}{\varepsilon_{co}} = \frac{0.015}{0.002} = 7.5$$

Según mander la ecuación básica para la curva esfuerzo deformación:

$$f_c(\varepsilon_{cu}) = \frac{f'_{cc} * r \left(\frac{\varepsilon_{cu}}{\varepsilon_{cc}}\right)}{r - 1 + \left(\frac{\varepsilon_{cu}}{\varepsilon_{cc}}\right)^r}$$

$$f_c(0.015) = \frac{237.3 * 1.49 \left(\frac{0.015}{3.3 \times 10^{-3}}\right)}{1.49 - 1 + \left(\frac{0.015}{3.3 \times 10^{-3}}\right)^{1.49}} = 160.1$$

Cálculos adicionales del modelo:

$$d_c = D_c - 2r_c - \phi_{rty} = 60 - (2 * 5) - 0.95 = 49.05 \text{ cm}$$

$$b_c = B_c - 2r_c - \phi_{rtx} = 40 - (2 * 5) - 0.95 = 29.05 \text{ cm}$$

$$S' = s_c - \max(\phi_{rtx}, \phi_{rty}) = 12 - 0.95 = 11.05 \text{ cm}$$

Calculo del área de la parábola inefectiva:

$$W_x = \frac{b_c - \phi_{rtx} - 2\phi_{rpe} - (N_{rtx} - 1)\phi_{rpi}}{N_{rtx} - 1} = \frac{29.05 - 0.95 - 2 * 1.588 - (4 - 1) * 1.588}{4 - 1} = 6.72 \text{ cm} \quad \text{Espaciamiento libre entre barras longitudinales Dir. X}$$

$$W_y = \frac{d_c - \phi_{rty} - 2\phi_{rpe} - (N_{rty} - 1)\phi_{rpi}}{N_{rty} - 1} = \frac{49.05 - 0.95 - 2 * 1.588 - (2 - 1) * 1.588}{2 - 1} = 43.34 \text{ cm} \quad \text{Espaciamiento libre entre barras longitudinales Dir. Y}$$

$$A_{inaf} = 2(N_{rtx} - 1) * \frac{W_x^2}{6} + 2(N_{rty} - 1) * \frac{W_y^2}{6} = 2(4 - 1) * \frac{6.72^2}{6} + 2(2 - 1) * \frac{43.34^2}{6} = 671.28 \text{ cm}^2$$

Área total de parábolas

$$A_e = (b_c * d_c - A_{inaf}) \left(1 - \frac{S'}{2 * b_c}\right) \left(1 - \frac{S'}{2 * d_c}\right) = (29.05 * 49.05 - 671.28) \left(1 - \frac{11.05}{2 * 29.05}\right) \left(1 - \frac{11.05}{2 * 49.05}\right) = 541.55 \text{ cm}^2 \quad \text{área efectiva}$$

$$\rho_{cc} = \frac{[\pi \phi_{rpe}^2 + (N_{rp} - 4) \frac{\pi}{4} \phi_{rpi}^2]}{(d_c - \phi_{rty}) * (b_c - \phi_{rtx})} = \frac{\pi * 1.588^2 + (8 - 4) \frac{\pi}{4} * 1.588^2}{(49.05 - 0.95) * (29.05 - 0.95)} = 0.012 \quad \text{Relación del área de refuerzo longitudinal al núcleo confinado de concreto.}$$

$$A_{cc} = b_c * d_c * (1 - \rho_{cc}) = 29.05 * 49.05 (1 - 0.012) = 1.4078 \times 10^3 \text{ cm}^2 \quad \text{Área del núcleo de concreto, dimensiones medidas a ejes de los estribos.}$$

Coefficiente de confinamiento efectivo:

$$K_e = \frac{A_e}{A_{cc}} = \frac{541.55}{1407.8} = 0.385$$

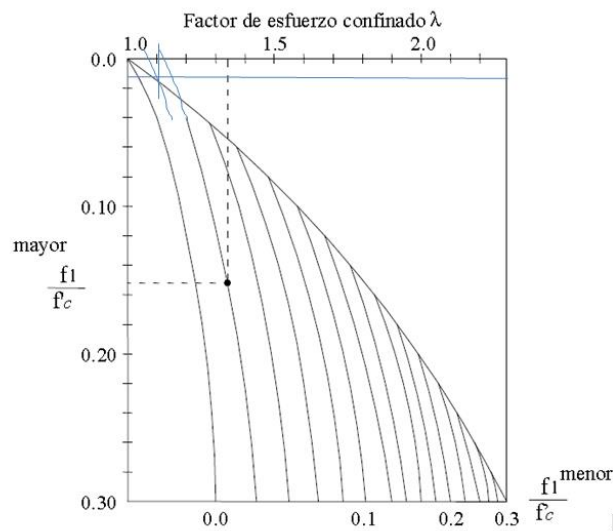
Calculo de la presión de confinamiento equivalente:

$$\rho_{sx} = \frac{N_{rtx} \cdot \pi \cdot \phi_{rtx}^2}{4 \cdot d_c \cdot s_c} = \frac{4 \cdot \pi \cdot 0.95^2}{4 \cdot 49.05 \cdot 12} = 4.82 \times 10^{-3} \quad \text{Relación del volumen de refuerzo transversal al volumen del núcleo de concreto confinado}$$

$$\rho_{sy} = \frac{N_{rty} \cdot \pi \cdot \phi_{rty}^2}{4 \cdot b_c \cdot s_c} = \frac{2 \cdot \pi \cdot 0.95^2}{4 \cdot 29.05 \cdot 12} = 4.07 \times 10^{-3} \quad \text{Relación del volumen de refuerzo transversal al volumen del núcleo de concreto confinado.}$$

$$f_{1x} = \frac{1}{2} \cdot K_e \cdot \rho_{sx} \cdot f_{yh} = \frac{1}{2} \cdot 0.385 \cdot 4.82 \times 10^{-3} \cdot 3515 = 3.26 \text{ kg/cm}^2 \quad \text{Esfuerzo de confinamiento en la dirección X}$$

$$f_{1y} = \frac{1}{2} \cdot K_e \cdot \rho_{sy} \cdot f_{yh} = \frac{1}{2} \cdot 0.385 \cdot 4.07 \times 10^{-3} \cdot 3515 = 2.75 \text{ kg/cm}^2 \quad \text{Esfuerzo de confinamiento en la dirección Y.}$$



$$\frac{f_{1x}}{f'_c} = \frac{3.26}{210} = 0.016$$

$$\frac{f_{1y}}{f'_c} = \frac{2.75}{210} = 0.013$$

$$\lambda = 1.13$$

Resistencia y deformación de compresión del concreto confinado:

$$f'_{cc} = f'_{co} \cdot 1.13 = 210 \cdot 1.13 = 237.3 \text{ kg/cm}^2$$

$$\varepsilon_{cc} = \varepsilon_{co} \cdot \left[ 1 + 5 \left( \frac{f'_{cc}}{f'_{co}} + 1 \right) \right] = 0.002 \cdot \left[ 1 + 5 \left( \frac{237.3}{210} + 1 \right) \right] = 3.3 \times 10^{-3}$$

$$\frac{\varepsilon_{cc}}{\varepsilon_{co}} = \frac{3.3 \times 10^{-3}}{0.002} = 1.65$$

Cálculos adicionales:

$$E_C = 15000\sqrt{f'_{co}}$$

$$E_C = 15000\sqrt{210} = 2.174 \times 10^5 \text{ kgf/cm}^2$$

$$E_{sec} = \frac{f'_{cc}}{\varepsilon_{cc}} = \frac{237.3}{3.3 \times 10^{-3}} = 7.19 \times 10^4 \text{ kgf/cm}^2$$

$$r = \frac{E_C}{E_C - E_{sec}} = \frac{2.174 \times 10^5}{2.174 \times 10^5 - 7.19 \times 10^4} = 1.49$$

Calculo de la deformación última del concreto:

$$\rho_s = \frac{\left( \pi \cdot \frac{\phi_{rtx}^2}{4} \cdot N_{rtx} \cdot d_c + \pi \cdot \frac{\phi_{rty}^2}{4} \cdot N_{rty} \cdot b_c \right)}{d_c \cdot b_c \cdot s_c} = \frac{\left( \pi x \frac{0.95^2}{4} x 4 x 49.05 + \pi \cdot \frac{0.95^2}{4} x 2 x 29.05 \right)}{49.05 x 29.05 x 12}$$

$$= 10.542 \times 10^{-3}$$

$$\varepsilon_{cu} = 0.004 + 0.0003 * \rho_s * \frac{f_{yh}}{\text{kg/cm}^2} = 0.004 + 0.0003 * 10.542 \times 10^{-3} * \frac{3515}{\text{kg/cm}^2}$$

$$= 0.015$$

$$\frac{\varepsilon_{cu}}{\varepsilon_{co}} = \frac{0.015}{0.002} = 7.5$$

Según mander la ecuación básica para la curva esfuerzo deformación:

$$f_c(\varepsilon_{cu}) = \frac{f'_{cc} * r \left( \frac{\varepsilon_{cu}}{\varepsilon_{cc}} \right)}{r - 1 + \left( \frac{\varepsilon_{cu}}{\varepsilon_{cc}} \right)^r}$$

$$f_c(0.015) = \frac{237.3 * 1.49 \left( \frac{0.015}{3.3 \times 10^{-3}} \right)}{1.49 - 1 + \left( \frac{0.015}{3.3 \times 10^{-3}} \right)^{1.49}} = 160.15$$

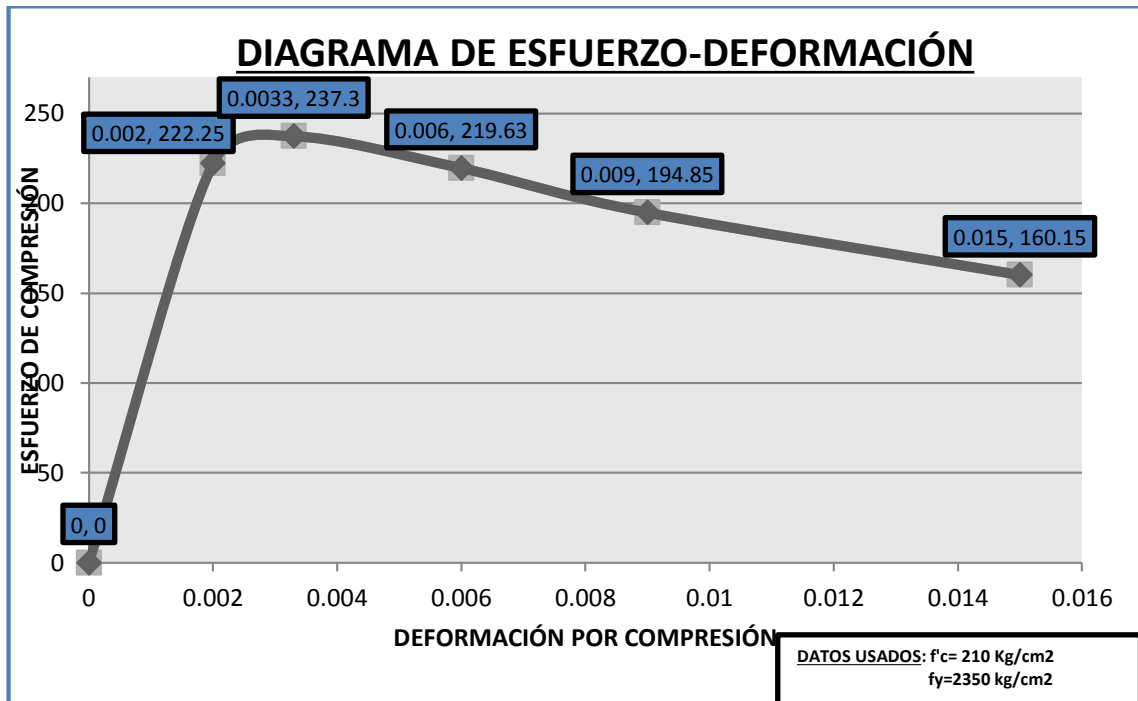
Otros datos calculados:

$$f_c(\varepsilon_{cu}) = \frac{f'_{cc} * r \left( \frac{\varepsilon_{cu}}{\varepsilon_{cc}} \right)}{r - 1 + \left( \frac{\varepsilon_{cu}}{\varepsilon_{cc}} \right)^r}$$

$$f_c(0.002) = \frac{237.3 * 1.49 \left( \frac{0.002}{3.3 \times 10^{-3}} \right)}{1.49 - 1 + \left( \frac{0.002}{3.3 \times 10^{-3}} \right)^{1.49}} = 222.25$$

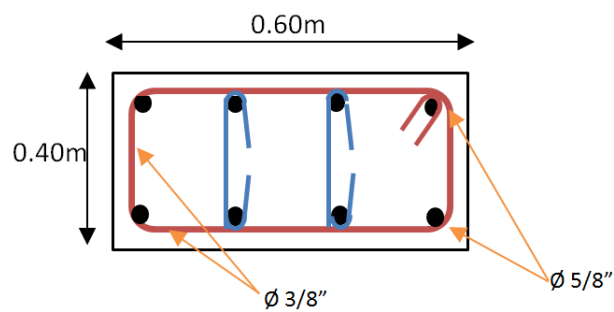
$$f_c(0.006) = \frac{237.3 * 1.49 \left( \frac{0.006}{3.3 \times 10^{-3}} \right)}{1.49 - 1 + \left( \frac{0.006}{3.3 \times 10^{-3}} \right)^{1.49}} = 219.63$$

$$f_c(0.009) = \frac{237.3 * 1.49 \left(\frac{0.009}{3.3 \times 10^{-3}}\right)}{1.49 - 1 + \left(\frac{0.009}{3.3 \times 10^{-3}}\right)^{1.49}} = 219.63194.85$$



Fuente: Propia del tesista

### Ejercicio 3: Modelo Mander para el concreto- viga confinada



Datos:

$f'_{co} = 210 \text{ kg/cm}$  Resistencia a la compresión del concreto no confinado

$\epsilon_{co} = 0.002$  Deformación correspondiente a la resistencia máxima del concreto no confinado

$f_{yh} = 4200 \text{ kg/cm}^2$  Esfuerzo de fluencia del refuerzo transversal

Características geométricas:

$D_c = 0.60m$	Lado mayor de la columna
$B_c = 0.40m$	Lado menor de la columna
$r_c = 0.05m$	Recubrimiento
$S_c = 0.12m$	Espaciamiento estribos

Características del reforzamiento:

$\phi_{rpe} = 15.88\text{ mm}$	Diámetro de refuerzo principal (esquina)
$\phi_{rpi} = 15.88\text{ mm}$	Diámetro de refuerzo principal (inferior)
$N_{rp} = 8$	Número total de varillas longitudinales
$\phi_{rtx} = 9.5\text{ mm}$	Diámetro de estribo (dirección x)
$N_{rtx} = 4$	Número de secciones de estribos en x (Min 2)
$\phi_{rty} = 9.5\text{ mm}$	Diámetro de estribo (dirección y)
$N_{rty} = 2$	Número de secciones de estribos en y (Min 2)

Cálculos adicionales del modelo:

$$d_c = D_c - 2r_c - \phi_{rty} = 60 - (2 * 5) - 0.95 = 49.05\text{cm}$$

$$b_c = B_c - 2r_c - \phi_{rtx} = 40 - (2 * 5) - 0.95 = 29.05\text{cm}$$

$$S' = s_c - \max(\phi_{rtx}, \phi_{rty}) = 12 - 0.95 = 11.05\text{cm}$$

Calculo del área de la parábola inefectiva:

$$W_x = \frac{b_c - \phi_{rtx} - 2\phi_{rpe} - (N_{rtx} - 1)\phi_{rpi}}{N_{rtx} - 1} = \frac{29.05 - 0.95 - 2 * 1.588 - (4 - 1) * 1.588}{4 - 1} = 6.72\text{ cm}$$

Espaciamiento libre entre barras longitudinales Dir. X

$$W_y = \frac{d_c - \phi_{rty} - 2\phi_{rpe} - (N_{rty} - 1)\phi_{rpi}}{N_{rty} - 1} = \frac{49.05 - 0.95 - 2 * 1.588 - (2 - 1) * 1.588}{2 - 1} = 43.34\text{ cm}$$

Espaciamiento libre entre barras longitudinales Dir. Y

$$A_{inaf} = 2(N_{rtx} - 1) * \frac{W_x^2}{6} + 2(N_{rty} - 1) * \frac{W_y^2}{6} = 2(4 - 1) * \frac{6.72^2}{6} + 2(2 - 1) * \frac{43.34^2}{6} = 671.28\text{ cm}^2$$

Área total de parábolas

$$A_e = (b_c * d_c - A_{inaf}) \left(1 - \frac{s'}{2 * b_c}\right) \left(1 - \frac{s'}{2 * d_c}\right) = (29.05 * 49.05 - 671.28) \left(1 - \frac{11.05}{2 * 29.05}\right) \left(1 - \frac{11.05}{2 * 49.05}\right) = 541.55 \text{ cm}^2 \text{ \u00c1rea efectiva}$$

$$\rho_{cc} = \frac{[\pi \cdot \phi_{rpe}^2 + (N_{rp} - 4) \cdot \frac{\pi}{4} \cdot \phi_{rpi}^2]}{(d_c - \phi_{rty}) \cdot (b_c - \phi_{rtx})} = \frac{\pi \cdot 1.588^2 + (8 - 4) \cdot \frac{\pi}{4} \cdot 1.588^2}{(49.05 - 0.95) \cdot (29.05 - 0.95)} = 0.012 \text{ Relaci\u00f3n del \u00e1rea de refuerzo longitudinal al n\u00facleo confinado de concreto.}$$

$$A_{cc} = b_c * d_c * (1 - \rho_{cc}) = 29.05 * 49.05 (1 - 0.012) = 1.4078 \times 10^3 \text{ cm}^2 \text{ \u00c1rea del n\u00facleo de concreto, dimensiones medidas a ejes de los estribos.}$$

Coefficiente de confinamiento efectivo:

$$K_e = \frac{A_e}{A_{cc}} = \frac{541.55}{1407.8} = 0.385$$

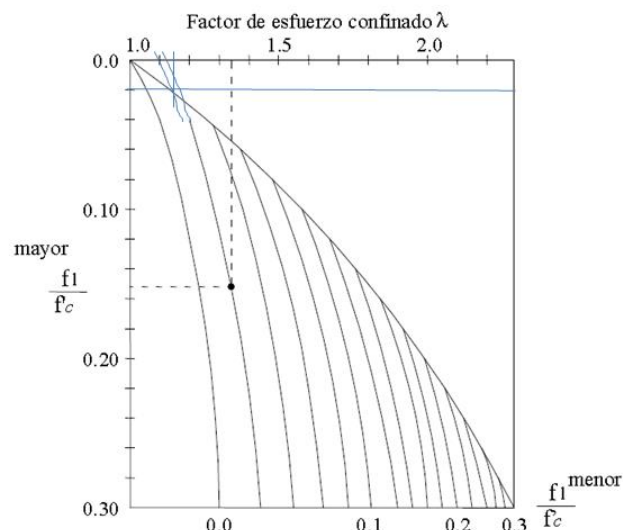
Calculo de la presi\u00f3n de confinamiento equivalente:

$$\rho_{sx} = \frac{N_{rtx} \cdot \pi \cdot \phi_{rtx}^2}{4 \cdot d_c \cdot s_c} = \frac{4 * \pi * 0.95^2}{4 * 49.05 * 12} = 4.82 \times 10^{-3} \text{ Relaci\u00f3n del volumen de refuerzo transversal al volumen del n\u00facleo de concreto confinado.}$$

$$\rho_{sy} = \frac{N_{rty} \cdot \pi \cdot \phi_{rty}^2}{4 \cdot b_c \cdot s_c} = \frac{2 * \pi * 0.95^2}{4 * 29.05 * 12} = 4.07 \times 10^{-3} \text{ Relaci\u00f3n del volumen de refuerzo transversal al volumen del n\u00facleo de concreto confinado.}$$

$$f_{1x} = \frac{1}{2} \cdot K_e \cdot \rho_{sx} \cdot f_{yh} = \frac{1}{2} * 0.385 * 4.82 \times 10^{-3} * 4200 = 3.90 \text{ kg/cm}^2 \text{ Esfuerzo de confinamiento en la direcci\u00f3n X}$$

$$f_{1y} = \frac{1}{2} \cdot K_e \cdot \rho_{sy} \cdot f_{yh} = \frac{1}{2} * 0.385 * 4.07 \times 10^{-3} * 4200 = 3.29 \text{ kg/cm}^2 \text{ Esfuerzo de confinamiento en la direcci\u00f3n Y.}$$



$$\frac{f_{1x}}{f'_c} = \frac{3.90}{210} = 0.019$$

$$\frac{f_{1y}}{f'_c} = \frac{3.29}{210} = 0.016$$

$$\lambda = 1.15$$

Resistencia y deformacion de compresion del concreto confinado:

$$f'_{cc} = f'_{co} * 1.15 = 210 * 1.15 = 241.5 \text{ kg/cm}^2$$

$$\varepsilon_{cc} = \varepsilon_{co} * \left[ 1 + 5 \left( \frac{f'_{cc}}{f'_{co}} + 1 \right) \right] = 0.002 * \left[ 1 + 5 \left( \frac{241.5}{210} + 1 \right) \right] = 3.5x10^{-3}$$

$$\frac{\varepsilon_{cc}}{\varepsilon_{co}} = \frac{3.5x10^{-3}}{0.002} = 1.75$$

Cálculos adicionales:

$$E_c = 15000\sqrt{f'_{co}}$$

$$E_c = 15000\sqrt{210} = 2.174x10^5 \text{ kgf/cm}^2$$

$$E_{sec} = \frac{f'_{cc}}{\varepsilon_{cc}} = \frac{241.5}{3.5x10^{-3}} = 6.9x10^4 \text{ kgf/cm}^2$$

$$r = \frac{E_c}{E_c - E_{sec}} = \frac{2.174x10^5}{2.174x10^5 - 6.9x10^4} = 1.46$$

Calculo de la deformación última del concreto:

$$\rho_s = \frac{\left( \pi \cdot \frac{\phi_{rtx}^2}{4} \cdot N_{rtx} \cdot d_c + \pi \cdot \frac{\phi_{rty}^2}{4} \cdot N_{rty} \cdot b_c \right)}{d_c \cdot b_c \cdot s_c} = \frac{\left( \pi x \frac{0.95^2}{4} x 4x49.05 + \pi \cdot \frac{0.95^2}{4} x 2x29.05 \right)}{49.05x29.05x12}$$

$$= 10.542x10^{-3}$$

$$\varepsilon_{cu} = 0.004 + 0.0003 * \rho_s * \frac{f_{yh}}{\text{kg/cm}^2} = 0.004 + 0.0003 * 10.542x10^{-3} * \frac{4200}{\text{kg/cm}^2}$$

$$= 0.017$$

$$\frac{\varepsilon_{cu}}{\varepsilon_{co}} = \frac{0.017}{0.002} = 8.5$$



Según mander la ecuación básica para la curva esfuerzo deformación:

$$f_c(\varepsilon_{cu}) = \frac{f'_{cc} * r \left(\frac{\varepsilon_{cu}}{\varepsilon_{cc}}\right)}{r - 1 + \left(\frac{\varepsilon_{cu}}{\varepsilon_{cc}}\right)^r}$$

$$f_c(0.017) = \frac{241.5 * 1.46 \left(\frac{0.017}{3.5 \times 10^{-3}}\right)}{1.46 - 1 + \left(\frac{0.017}{3.5 \times 10^{-3}}\right)^{1.46}} = 162.97$$

Cálculos adicionales del modelo:

$$d_c = D_c - 2r_c - \phi_{rty} = 60 - (2 * 5) - 0.95 = 49.05 \text{ cm}$$

$$b_c = B_c - 2r_c - \phi_{rtx} = 40 - (2 * 5) - 0.95 = 29.05 \text{ cm}$$

$$S' = s_c - \max(\phi_{rtx}, \phi_{rty}) = 12 - 0.95 = 11.05 \text{ cm}$$

Calculo del área de la parábola inefectiva:

$$W_x = \frac{b_c - \phi_{rtx} - 2\phi_{rpe} - (N_{rtx} - 1)\phi_{rpi}}{N_{rtx} - 1} = \frac{29.05 - 0.95 - 2 * 1.588 - (4 - 1) * 1.588}{4 - 1} = 6.72 \text{ cm} \quad \text{Espaciamiento libre entre barras longitudinales Dir. X}$$

$$W_y = \frac{d_c - \phi_{rty} - 2\phi_{rpe} - (N_{rty} - 1)\phi_{rpi}}{N_{rty} - 1} = \frac{49.05 - 0.95 - 2 * 1.588 - (2 - 1) * 1.588}{2 - 1} = 43.34 \text{ cm} \quad \text{Espaciamiento libre entre barras longitudinales Dir. Y}$$

$$A_{inaf} = 2(N_{rtx} - 1) * \frac{W_x^2}{6} + 2(N_{rty} - 1) * \frac{W_y^2}{6} = 2(4 - 1) * \frac{6.72^2}{6} + 2(2 - 1) * \frac{43.34^2}{6} = 671.28 \text{ cm}^2$$

Área total de parábolas

$$A_e = (b_c * d_c - A_{inaf}) \left(1 - \frac{S'}{2 * b_c}\right) \left(1 - \frac{S'}{2 * d_c}\right) = (29.05 * 49.05 - 671.28) \left(1 - \frac{11.05}{2 * 29.05}\right) \left(1 - \frac{11.05}{2 * 49.05}\right) = 541.55 \text{ cm}^2 \quad \text{área efectiva}$$

$$\rho_{cc} = \frac{[\pi \cdot \phi_{rpe}^2 + (N_{rp} - 4) \cdot \frac{\pi}{4} \cdot \phi_{rpi}^2]}{(d_c - \phi_{rty}) \cdot (b_c - \phi_{rtx})} = \frac{\pi \cdot 1.588^2 + (8 - 4) \cdot \frac{\pi}{4} \cdot 1.588^2}{(49.05 - 0.95) \cdot (29.05 - 0.95)} = 0.012 \quad \text{Relación del área de refuerzo longitudinal al núcleo confinado de concreto.}$$

$$A_{cc} = b_c * d_c * (1 - \rho_{cc}) = 29.05 * 49.05 (1 - 0.012) = 1.4078 \times 10^3 \text{ cm}^2 \quad \text{Área del núcleo de concreto, dimensiones medidas a ejes de los estribos.}$$

Coefficiente de confinamiento efectivo:

$$K_e = \frac{A_e}{A_{cc}} = \frac{541.55}{1407.8} = 0.385$$

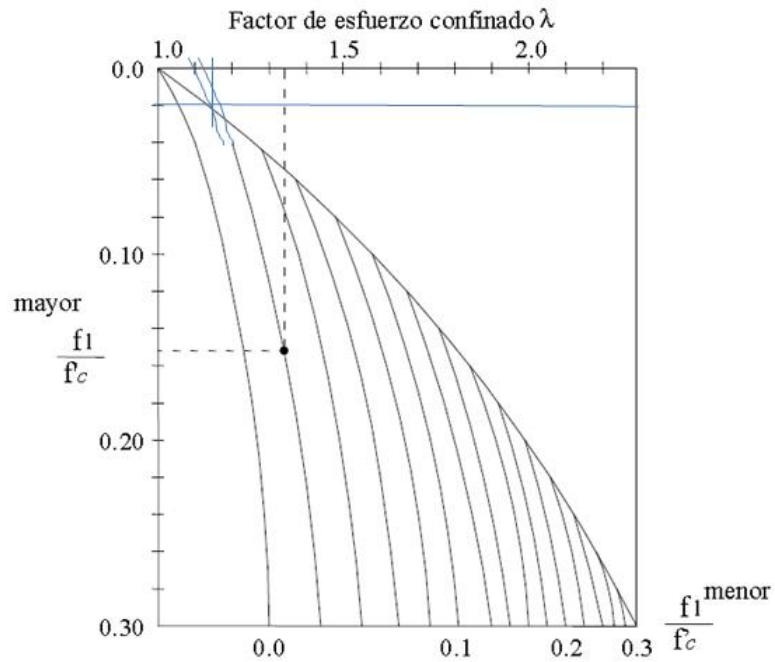
Calculo de la presión de confinamiento equivalente:

$$\rho_{sx} = \frac{N_{rtx} \cdot \pi \cdot \phi_{rtx}^2}{4 \cdot d_c \cdot s_c} = \frac{4 \cdot \pi \cdot 0.95^2}{4 \cdot 49.05 \cdot 12} = 4.82 \times 10^{-3} \quad \text{Relación del volumen de refuerzo transversal al volumen del núcleo de concreto confinado.}$$

$$\rho_{sy} = \frac{N_{rty} \cdot \pi \cdot \phi_{rty}^2}{4 \cdot b_c \cdot s_c} = \frac{2 \cdot \pi \cdot 0.95^2}{4 \cdot 29.05 \cdot 12} = 4.07 \times 10^{-3} \quad \text{Relación del volumen de refuerzo transversal al volumen del núcleo de concreto confinado.}$$

$$f_{1x} = \frac{1}{2} \cdot K_e \cdot \rho_{sx} \cdot f_{yh} = \frac{1}{2} \cdot 0.385 \cdot 4.82 \times 10^{-3} \cdot 4200 = 3.90 \text{ kg/cm}^2 \quad \text{Esfuerzo de confinamiento en la dirección X}$$

$$f_{1y} = \frac{1}{2} \cdot K_e \cdot \rho_{sy} \cdot f_{yh} = \frac{1}{2} \cdot 0.385 \cdot 4.07 \times 10^{-3} \cdot 4200 = 3.29 \text{ kg/cm}^2 \quad \text{Esfuerzo de confinamiento en la dirección Y}$$



$$\frac{f_{1x}}{f'_c} = \frac{3.90}{210} = 0.019$$

$$\frac{f_{1y}}{f'_c} = \frac{3.29}{210} = 0.016$$

$$\lambda = 1.15$$

Resistencia y deformación de compresión del concreto confinado:

$$f'_{cc} = f'_{co} \cdot 1.15 = 210 \cdot 1.15 = 241.5 \text{ kg/cm}^2$$

$$\varepsilon_{cc} = \varepsilon_{co} * \left[ 1 + 5 \left( \frac{f'_{cc}}{f'_{co}} + 1 \right) \right] = 0.002 * \left[ 1 + 5 \left( \frac{241.5}{210} + -1 \right) \right] = 3.5x10^{-3}$$

$$\frac{\varepsilon_{cc}}{\varepsilon_{co}} = \frac{3.5x10^{-3}}{0.002} = 1.75$$

Cálculos adicionales:

$$E_c = 15000\sqrt{f'_{co}}$$

$$E_c = 15000\sqrt{210} = 2.174x10^5 \text{ kgf/cm}^2$$

$$E_{sec} = \frac{f'_{cc}}{\varepsilon_{cc}} = \frac{241.5}{3.5x10^{-3}} = 6.9x10^4 \text{ kgf/cm}^2$$

$$r = \frac{E_c}{E_c - E_{sec}} = \frac{2.174x10^5}{2.174x10^5 - 6.9x10^4} = 1.46$$

Calculo de la deformación última del concreto:

$$\rho_s = \frac{\left( \pi \cdot \frac{\phi_{rtx}^2}{4} \cdot N_{rtx} \cdot d_c + \pi \cdot \frac{\phi_{rty}^2}{4} \cdot N_{rty} \cdot b_c \right)}{d_c \cdot b_c \cdot s_c} = \frac{\left( \pi x \frac{0.95^2}{4} x 4 x 49.05 + \pi \cdot \frac{0.95^2}{4} x 2 x 29.05 \right)}{49.05 x 29.05 x 12}$$

$$= 10.542x10^{-3}$$

$$\varepsilon_{cu} = 0.004 + 0.0003 * \rho_s * \frac{f_{yh}}{\text{kg/cm}^2} = 0.004 + 0.0003 * 10.542x10^{-3} * \frac{4200}{\text{kg/cm}^2}$$

$$= 0.017$$

$$\frac{\varepsilon_{cu}}{\varepsilon_{co}} = \frac{0.017}{0.002} = 8.5$$

Según mander la ecuación básica para la curva esfuerzo deformación:

$$f_c(\varepsilon_{cu}) = \frac{f'_{cc} * r \left( \frac{\varepsilon_{cu}}{\varepsilon_{cc}} \right)}{r - 1 + \left( \frac{\varepsilon_{cu}}{\varepsilon_{cc}} \right)^r}$$

$$f_c(0.017) = \frac{241.5 * 1.46 \left( \frac{0.017}{3.5x10^{-3}} \right)}{1.46 - 1 + \left( \frac{0.017}{3.5x10^{-3}} \right)^{1.46}} = 162.97$$

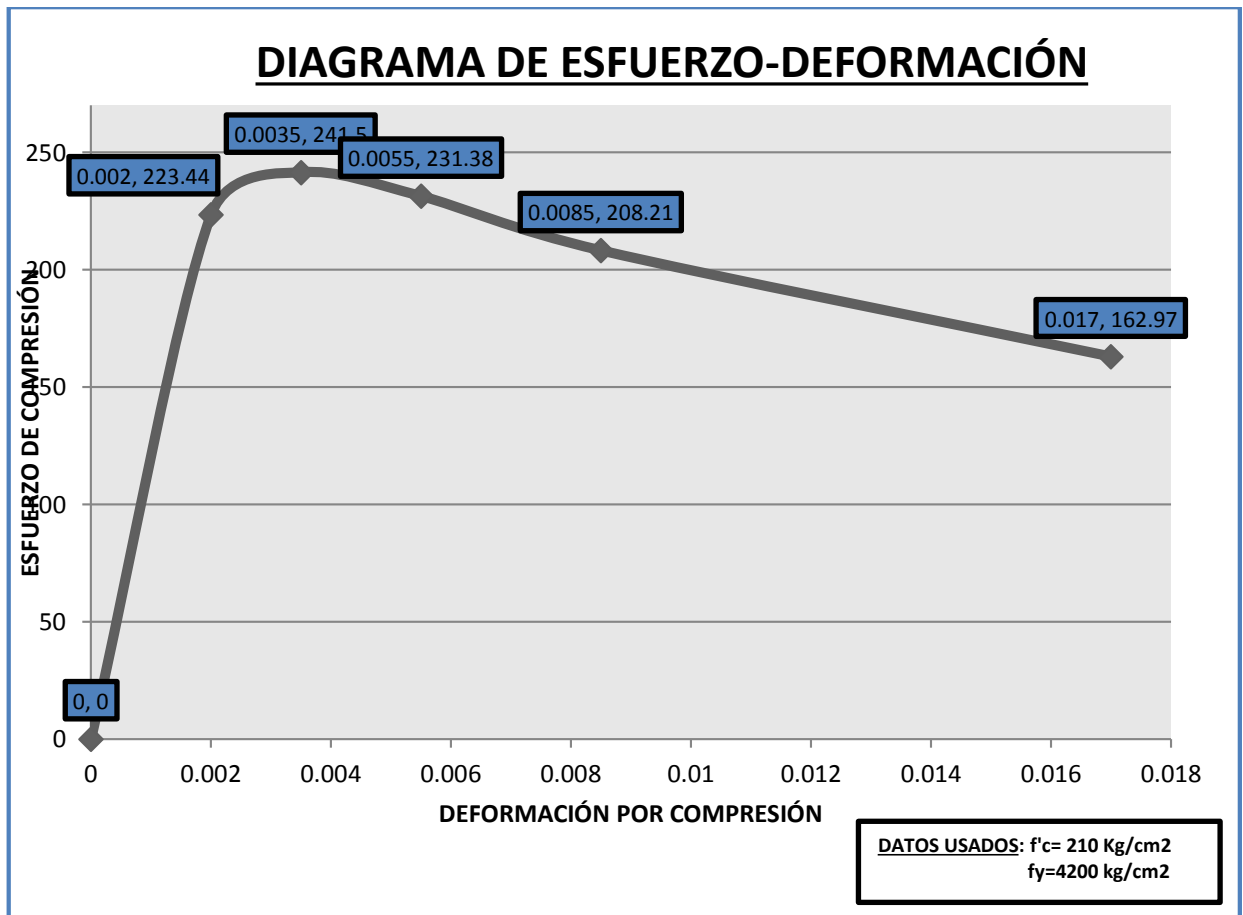
Calculo de otros puntos:

$$f_c(\varepsilon_{cu}) = \frac{f'_{cc} * r \left(\frac{\varepsilon_{cu}}{\varepsilon_{cc}}\right)}{r - 1 + \left(\frac{\varepsilon_{cu}}{\varepsilon_{cc}}\right)^r}$$

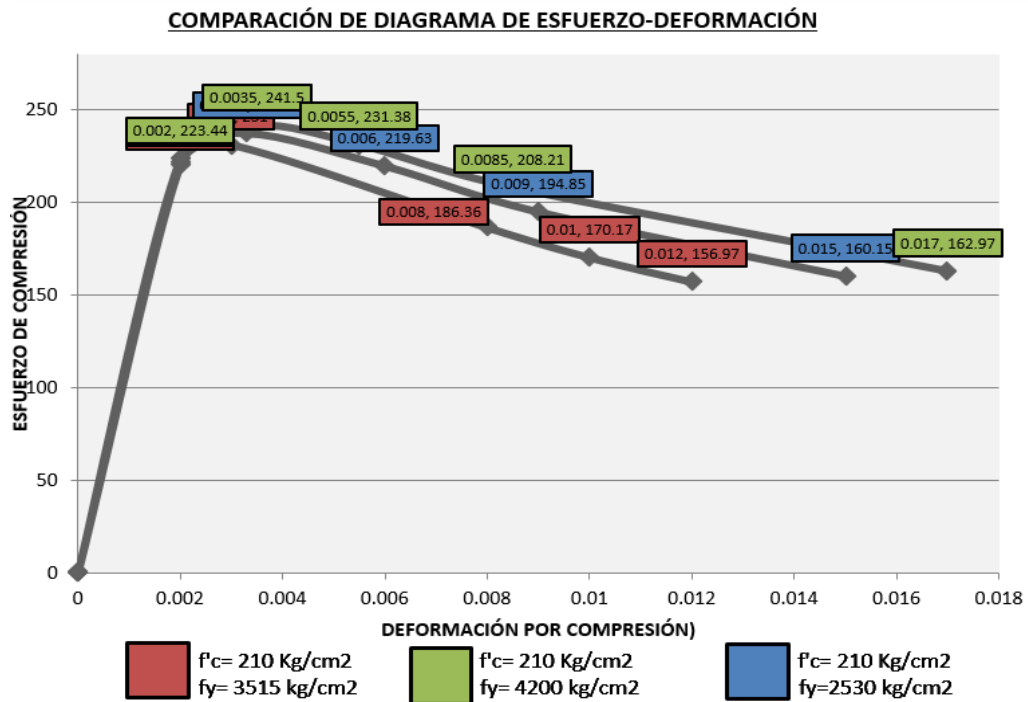
$$f_c(0.002) = \frac{241.5 * 1.46 \left(\frac{0.002}{3.5 \times 10^{-3}}\right)}{1.46 - 1 + \left(\frac{0.002}{3.5 \times 10^{-3}}\right)^{1.46}} = 223.44$$

$$f_c(0.005) = \frac{241.5 * 1.46 \left(\frac{0.005}{3.5 \times 10^{-3}}\right)}{1.46 - 1 + \left(\frac{0.005}{3.5 \times 10^{-3}}\right)^{1.46}} = 235.01$$

$$f_c(0.008) = \frac{241.5 * 1.46 \left(\frac{0.008}{3.5 \times 10^{-3}}\right)}{1.46 - 1 + \left(\frac{0.008}{3.5 \times 10^{-3}}\right)^{1.46}} = 211.90$$

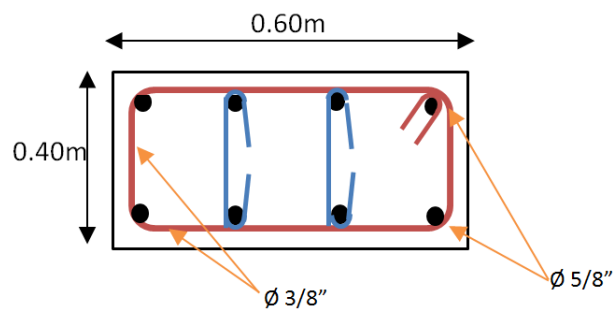


Fuente: Propia del tesista



Fuente: Propia del tesista

#### Ejercicio 4: Modelo Mander para el concreto- viga confinado



Datos:

- |                                 |   |
|---------------------------------|---|
| $f'_{co} = 175 \text{ kg/cm}$   | Resistencia a la compresión del concreto no confinado                         |
| $\epsilon_{co} = 0.002$         | Deformación correspondiente a la resistencia máxima del concreto no confinado |
| $f_{yh} = 4200 \text{ kg/cm}^2$ | Esfuerzo de fluencia del refuerzo transversal                                 |

Características geométricas:

$D_c = 0.60m$	Lado mayor de la columna
$B_c = 0.40m$	Lado menor de la columna
$r_c = 0.05m$	Recubrimiento
$S_c = 0.12 m$	Espaciamiento estribos

Características del reforzamiento:

$\phi_{rpe} = 15.88 mm$	Diámetro de refuerzo principal (esquina)
$\phi_{rpi} = 15.88 mm$	Diámetro de refuerzo principal (inferior)
$N_{rp} = 8$	Número total de varillas longitudinales
$\phi_{rtx} = 9.5 mm$	Diámetro de estribo (dirección x)
$N_{rtx} = 4$	Número de secciones de estribos en x (Min 2)
$\phi_{rty} = 9.5 mm$	Diámetro de estribo (dirección y)
$N_{rty} = 2$	Número de secciones de estribos en y (Min 2)

Cálculos adicionales del modelo:

$$d_c = D_c - 2r_c - \phi_{rty} = 60 - (2 * 5) - 0.95 = 49.05cm$$

$$b_c = B_c - 2r_c - \phi_{rtx} = 40 - (2 * 5) - 0.95 = 29.05cm$$

$$S' = s_c - \max(\phi_{rtx}, \phi_{rty}) = 12 - 0.95 = 11.05cm$$

Calculo del área de la parábola inefectiva:

$$W_x = \frac{b_c - \phi_{rtx} - 2\phi_{rpe} - (N_{rtx} - 1)\phi_{rpi}}{N_{rtx} - 1} = \frac{29.05 - 0.95 - 2 * 1.588 - (4 - 1) * 1.588}{4 - 1} = 6.72 cm \quad \text{Espaciamiento libre entre barras longitudinales Dir. X}$$

$$W_y = \frac{d_c - \phi_{rty} - 2\phi_{rpe} - (N_{rty} - 1)\phi_{rpi}}{N_{rty} - 1} = \frac{49.05 - 0.95 - 2 * 1.588 - (2 - 1) * 1.588}{2 - 1} = 43.34 cm \quad \text{Espaciamiento libre entre barras longitudinales Dir. Y}$$

$$A_{inaf} = 2(N_{rtx} - 1) * \frac{W_x^2}{6} + 2(N_{rty} - 1) * \frac{W_y^2}{6} = 2(4 - 1) * \frac{6.72^2}{6} + 2(2 - 1) * \frac{43.34^2}{6} = 671.28 cm^2$$

Área total de parábolas

$$A_e = (b_c * d_c - A_{inaf}) \left(1 - \frac{S'}{2 * b_c}\right) \left(1 - \frac{S'}{2 * d_c}\right) = (29.05 * 49.05 - 671.28) \left(1 - \frac{11.05}{2 * 29.05}\right) \left(1 - \frac{11.05}{2 * 49.05}\right) = 541.55 cm^2 \quad \text{área efectiva}$$

$$\rho_{cc} = \frac{[\pi \cdot \phi_{rpe}^2 + (N_{rp} - 4) \cdot \frac{\pi}{4} \cdot \phi_{rpi}^2]}{(d_c - \phi_{rty}) \cdot (b_c - \phi_{rtx})} = \frac{\pi \cdot 1.588^2 + (8 - 4) \cdot \frac{\pi}{4} \cdot 1.588^2}{(49.05 - 0.95) \cdot (29.05 - 0.95)} = 0.012 \text{ Relación del área de refuerzo longitudinal al núcleo confinado de concreto.}$$

$$A_{cc} = b_c \cdot d_c \cdot (1 - \rho_{cc}) = 29.05 \cdot 49.05 (1 - 0.012) = 1.4078 \times 10^3 \text{ cm}^2 \text{ Área del núcleo de concreto, dimensiones medidas a ejes de los estribos.}$$

Coeficiente de confinamiento efectivo:

$$K_e = \frac{A_e}{A_{cc}} = \frac{541.55}{1407.8} = 0.385$$

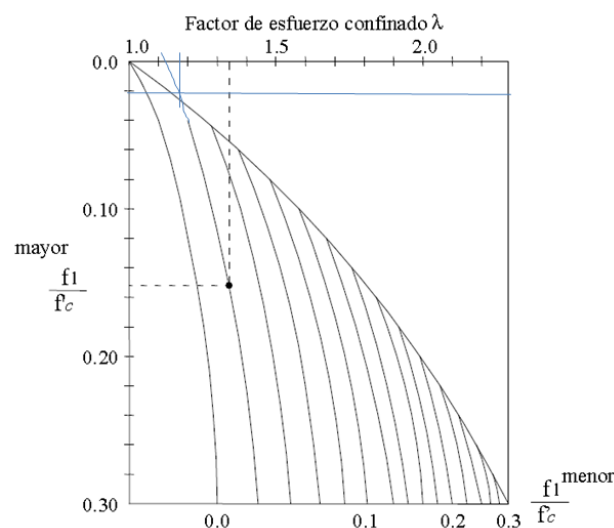
Calculo de la presión de confinamiento equivalente:

$$\rho_{sx} = \frac{N_{rtx} \cdot \pi \cdot \phi_{rtx}^2}{4 \cdot d_c \cdot s_c} = \frac{4 \cdot \pi \cdot 0.95^2}{4 \cdot 49.05 \cdot 12} = 4.82 \times 10^{-3} \text{ Relación del volumen de refuerzo transversal al volumen del núcleo de concreto confinado.}$$

$$\rho_{sy} = \frac{N_{rty} \cdot \pi \cdot \phi_{rty}^2}{4 \cdot b_c \cdot s_c} = \frac{2 \cdot \pi \cdot 0.95^2}{4 \cdot 29.05 \cdot 12} = 4.07 \times 10^{-3} \text{ Relación del volumen de refuerzo transversal al volumen del núcleo de concreto confinado.}$$

$$f_{1x} = \frac{1}{2} \cdot K_e \cdot \rho_{sx} \cdot f_{yh} = \frac{1}{2} \cdot 0.385 \cdot 4.82 \times 10^{-3} \cdot 4200 = 3.90 \text{ kg/cm}^2 \text{ Esfuerzo de confinamiento en la dirección X}$$

$$f_{1y} = \frac{1}{2} \cdot K_e \cdot \rho_{sy} \cdot f_{yh} = \frac{1}{2} \cdot 0.385 \cdot 4.07 \times 10^{-3} \cdot 4200 = 3.29 \text{ kg/cm}^2 \text{ Esfuerzo de confinamiento en la dirección Y}$$



$$\frac{f_{1x}}{f'_c} = \frac{3.90}{175} = 0.022$$

$$\frac{f_{1y}}{f'_c} = \frac{3.29}{175} = 0.019$$

$$\lambda = 1.18$$

Resistencia y deformación de compresión del concreto confinado:

$$f'_{cc} = f'_{co} * 1.18 = 175 * 1.18 = 206.5 \text{ kg/cm}^2$$

$$\varepsilon_{cc} = \varepsilon_{co} * \left[ 1 + 5 \left( \frac{f'_{cc}}{f'_{co}} + 1 \right) \right] = 0.002 * \left[ 1 + 5 \left( \frac{206.5}{175} + 1 \right) \right] = 3.8 \times 10^{-3}$$

$$\frac{\varepsilon_{cc}}{\varepsilon_{co}} = \frac{3.8 \times 10^{-3}}{0.002} = 1.90$$

Cálculos adicionales:

$$E_c = 15000 \sqrt{f'_{co}}$$

$$E_c = 15000 \sqrt{175} = 1.984 \times 10^5 \text{ kgf/cm}^2$$

$$E_{sec} = \frac{f'_{cc}}{\varepsilon_{cc}} = \frac{206.5}{3.8 \times 10^{-3}} = 5.43 \times 10^4 \text{ kgf/cm}^2$$

$$r = \frac{E_c}{E_c - E_{sec}} = \frac{1.984 \times 10^5}{1.984 \times 10^5 - 5.43 \times 10^4} = 1.38$$

Calculo de la deformación última del concreto:

$$\rho_s = \frac{\left( \pi \cdot \frac{\phi_{rtx}^2}{4} \cdot N_{rtx} \cdot d_c + \pi \cdot \frac{\phi_{rty}^2}{4} \cdot N_{rty} \cdot b_c \right)}{d_c \cdot b_c \cdot s_c} = \frac{\left( \pi x \frac{0.95^2}{4} x 4 x 49.05 + \pi \cdot \frac{0.95^2}{4} x 2 x 29.05 \right)}{49.05 x 29.05 x 12}$$

$$= 10.542 \times 10^{-3}$$

$$\varepsilon_{cu} = 0.004 + 0.0003 * \rho_s * \frac{f_{yh}}{\text{kg/cm}^2} = 0.004 + 0.0003 * 10.542 \times 10^{-3} * \frac{4200}{\text{kg/cm}^2}$$

$$= 0.017$$

$$\frac{\varepsilon_{cu}}{\varepsilon_{co}} = \frac{0.017}{0.002} = 8.5$$

Según mander la ecuación básica para la curva esfuerzo deformación:

$$f_c(\varepsilon_{cu}) = \frac{f'_{cc} * r \left( \frac{\varepsilon_{cu}}{\varepsilon_{cc}} \right)}{r - 1 + \left( \frac{\varepsilon_{cu}}{\varepsilon_{cc}} \right)^r}$$



$$f_c(0.017) = \frac{206.5 * 1.38 \left(\frac{0.017}{3.8 * 10^{-3}}\right)}{1.38 - 1 + \left(\frac{0.017}{3.8 * 10^{-3}}\right)^{1.38}} = 153.87$$

Cálculos adicionales del modelo:

$$d_c = D_c - 2r_c - \phi_{rty} = 60 - (2 * 5) - 0.95 = 49.05 \text{ cm}$$

$$b_c = B_c - 2r_c - \phi_{rtx} = 40 - (2 * 5) - 0.95 = 29.05 \text{ cm}$$

$$S' = s_c - \max(\phi_{rtx}, \phi_{rty}) = 12 - 0.95 = 11.05 \text{ cm}$$

Calculo del área de la parábola inefectiva:

$$W_x = \frac{b_c - \phi_{rtx} - 2\phi_{rpe} - (N_{rtx} - 1)\phi_{rpi}}{N_{rtx} - 1} = \frac{29.05 - 0.95 - 2 * 1.588 - (4 - 1) * 1.588}{4 - 1} = 6.72 \text{ cm} \quad \text{Espaciamiento libre entre barras longitudinales Dir. X}$$

$$W_y = \frac{d_c - \phi_{rty} - 2\phi_{rpe} - (N_{rty} - 1)\phi_{rpi}}{N_{rty} - 1} = \frac{49.05 - 0.95 - 2 * 1.588 - (2 - 1) * 1.588}{2 - 1} = 43.34 \text{ cm} \quad \text{Espaciamiento libre entre barras longitudinales Dir. Y}$$

$$A_{inaf} = 2(N_{rtx} - 1) * \frac{W_x^2}{6} + 2(N_{rty} - 1) * \frac{W_y^2}{6} = 2(4 - 1) * \frac{6.72^2}{6} + 2(2 - 1) * \frac{43.34^2}{6} = 671.28 \text{ cm}^2$$

Área total de parábolas

$$A_e = (b_c * d_c - A_{inaf}) \left(1 - \frac{S'}{2 * b_c}\right) \left(1 - \frac{S'}{2 * d_c}\right) = (29.05 * 49.05 - 671.28) \left(1 - \frac{11.05}{2 * 29.05}\right) \left(1 - \frac{11.05}{2 * 49.05}\right) = 541.55 \text{ cm}^2 \quad \text{área efectiva}$$

$$\rho_{cc} = \frac{[\pi * \phi_{rpe}^2 + (N_{rp} - 4) * \frac{\pi}{4} * \phi_{rpi}^2]}{(d_c - \phi_{rty}) * (b_c - \phi_{rtx})} = \frac{\pi * 1.588^2 + (8 - 4) * \frac{\pi}{4} * 1.588^2}{(49.05 - 0.95) * (29.05 - 0.95)} = 0.012 \quad \text{Relación del área de refuerzo longitudinal al núcleo confinado de concreto.}$$

$$A_{cc} = b_c * d_c * (1 - \rho_{cc}) = 29.05 * 49.05 (1 - 0.012) = 1.4078 * 10^3 \text{ cm}^2 \quad \text{Área del núcleo de concreto, dimensiones medidas a ejes de los estribos.}$$

Coefficiente de confinamiento efectivo:

$$K_e = \frac{A_e}{A_{cc}} = \frac{541.55}{1407.8} = 0.385$$

Calculo de la presión de confinamiento equivalente:

$$\rho_{sx} = \frac{N_{rtx} * \pi * \phi_{rtx}^2}{4 * d_c * s_c} = \frac{4 * \pi * 0.95^2}{4 * 49.05 * 12} = 4.82 * 10^{-3} \quad \text{Relación del volumen de refuerzo transversal al volumen del núcleo de concreto confinado.}$$

$$\rho_{sy} = \frac{N_{rty} \cdot \pi \cdot \phi_{rty}^2}{4 \cdot b_c \cdot s_c} = \frac{2 \cdot \pi \cdot 0.95^2}{4 \cdot 29.05 \cdot 12} = 4.07 \times 10^{-3}$$

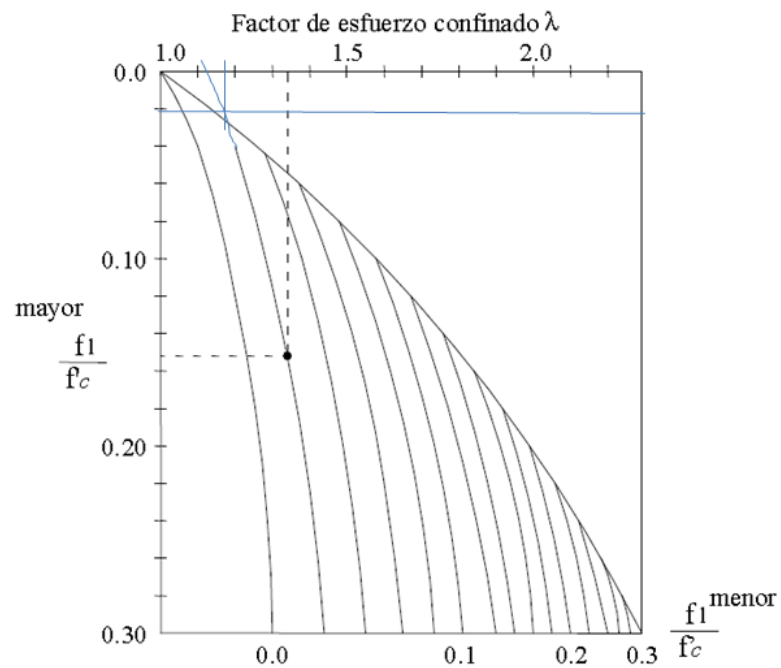
Relación del volumen de refuerzo transversal al volumen del núcleo de concreto confinado.

$$f_{1x} = \frac{1}{2} \cdot K_e \cdot \rho_{sx} \cdot f_{yh} = \frac{1}{2} \cdot 0.385 \cdot 4.82 \times 10^{-3} \cdot 4200 = 3.90 \text{ kg/cm}^2$$

Esfuerzo de confinamiento en la dirección X

$$f_{1y} = \frac{1}{2} \cdot K_e \cdot \rho_{sy} \cdot f_{yh} = \frac{1}{2} \cdot 0.385 \cdot 4.07 \times 10^{-3} \cdot 4200 = 3.29 \text{ kg/cm}^2$$

Esfuerzo de confinamiento en la dirección Y



$$\frac{f_{1x}}{f'_c} = \frac{3.90}{175} = 0.022$$

$$\frac{f_{1y}}{f'_c} = \frac{3.29}{175} = 0.019$$

$$\lambda = 1.18$$

Resistencia y deformación de compresión del concreto confinado:

$$f'_{cc} = f'_{co} \cdot 1.18 = 175 \cdot 1.18 = 206.5 \text{ kg/cm}^2$$

$$\varepsilon_{cc} = \varepsilon_{co} \cdot \left[ 1 + 5 \left( \frac{f'_{cc}}{f'_{co}} + 1 \right) \right] = 0.002 \cdot \left[ 1 + 5 \left( \frac{206.5}{175} + 1 \right) \right] = 3.8 \times 10^{-3}$$

$$\frac{\varepsilon_{cc}}{\varepsilon_{co}} = \frac{3.8 \times 10^{-3}}{0.002} = 1.90$$

Cálculos adicionales:

$$E_C = 15000 \sqrt{f'_{co}}$$

$$E_C = 15000 \sqrt{175} = 1.984 \times 10^5 \text{ kgf/cm}^2$$

$$E_{sec} = \frac{f'_{cc}}{\varepsilon_{cc}} = \frac{206.5}{3.8 \times 10^{-3}} = 5.43 \times 10^4 \text{ kgf/cm}^2$$

$$r = \frac{E_C}{E_C - E_{sec}} = \frac{1.984 \times 10^5}{1.984 \times 10^5 - 5.43 \times 10^4} = 1.38$$

Calculo de la deformación última del concreto:

$$\rho_s = \frac{\left( \pi \cdot \frac{\phi_{rtx}^2}{4} \cdot N_{rtx} \cdot d_c + \pi \cdot \frac{\phi_{rty}^2}{4} \cdot N_{rty} \cdot b_c \right)}{d_c \cdot b_c \cdot s_c} = \frac{\left( \pi x \frac{0.95^2}{4} x 4 x 49.05 + \pi \cdot \frac{0.95^2}{4} x 2 x 29.05 \right)}{49.05 x 29.05 x 12}$$

$$= 10.542 \times 10^{-3}$$

$$\varepsilon_{cu} = 0.004 + 0.0003 * \rho_s * \frac{f_{yh}}{\text{kg/cm}^2} = 0.004 + 0.0003 * 10.542 \times 10^{-3} * \frac{4200}{\text{kg/cm}^2}$$

$$= 0.017$$

$$\frac{\varepsilon_{cu}}{\varepsilon_{co}} = \frac{0.017}{0.002} = 8.5$$

Según mander la ecuación básica para la curva esfuerzo deformación:

$$f_c(\varepsilon_{cu}) = \frac{f'_{cc} * r \left( \frac{\varepsilon_{cu}}{\varepsilon_{cc}} \right)}{r - 1 + \left( \frac{\varepsilon_{cu}}{\varepsilon_{cc}} \right)^r}$$

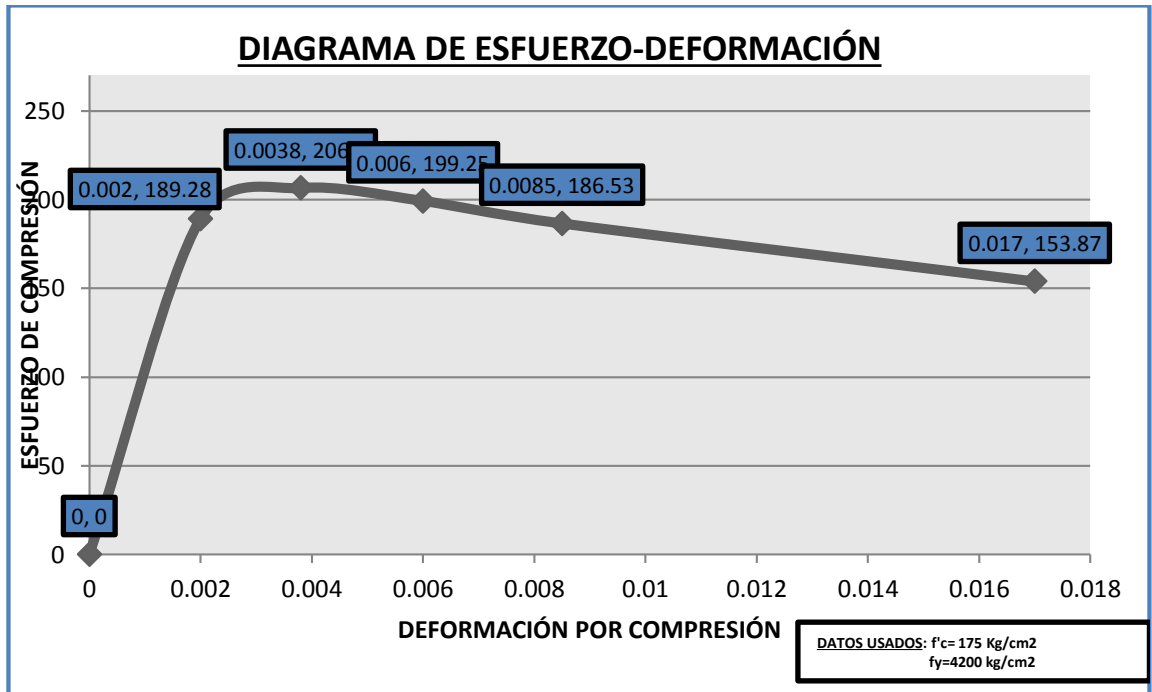
$$f_c(0.017) = \frac{206.5 * 1.38 \left( \frac{0.017}{3.8 \times 10^{-3}} \right)}{1.38 - 1 + \left( \frac{0.017}{3.8 \times 10^{-3}} \right)^{1.38}} = 153.87$$

Calculo de otros puntos:

$$f_c(\varepsilon_{cu}) = \frac{f'_{cc} * r \left( \frac{\varepsilon_{cu}}{\varepsilon_{cc}} \right)}{r - 1 + \left( \frac{\varepsilon_{cu}}{\varepsilon_{cc}} \right)^r}$$

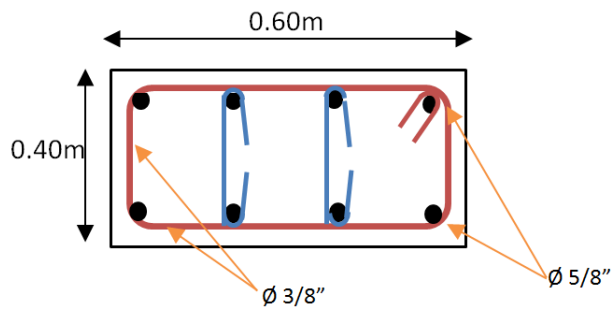
$$f_c(0.002) = \frac{206.5 * 1.38 \left( \frac{0.002}{3.8 \times 10^{-3}} \right)}{1.38 - 1 + \left( \frac{0.002}{3.8 \times 10^{-3}} \right)^{1.38}} = 189.28$$

$$f_c(0.0085) = \frac{206.5 * 1.38 \left( \frac{0.0085}{3.8 \times 10^{-3}} \right)}{1.38 - 1 + \left( \frac{0.0085}{3.8 \times 10^{-3}} \right)^{1.38}} = 186.53$$



Fuente: Propia del tesista

**Ejercicio 5: Modelo Mander para el concreto- viga confinado**



Datos:

$f'_{co} = 210 \text{ kg/cm}$

Resistencia a la compresión del concreto no confinado

$\epsilon_{co} = 0.002$   
deformación correspondiente a la resistencia máxima del concreto no confinado

Deformación correspondiente a la resistencia máxima del

$f_{yh} = 4200 \text{ kg/cm}^2$

Esfuerzo de fluencia del refuerzo transversal

Características geométricas:

$D_c = 0.60m$	Lado mayor de la columna
$B_c = 0.40m$	Lado menor de la columna
$r_c = 0.05m$	Recubrimiento
$S_c = 0.12 m$	Espaciamiento estribos

Características del reforzamiento:

$\phi_{rpe} = 15.88 \text{ mm}$	Diámetro de refuerzo principal (esquina)
$\phi_{rpi} = 15.88 \text{ mm}$	Diámetro de refuerzo principal (inferior)
$N_{rp} = 8$	Número total de varillas longitudinales
$\phi_{rtx} = 9.5 \text{ mm}$	Diámetro de estribo (dirección x)
$N_{rtx} = 4$	Número de secciones de estribos en x (Min 2)
$\phi_{rty} = 9.5 \text{ mm}$	Diámetro de estribo (dirección y)
$N_{rty} = 2$	Número de secciones de estribos en y (Min 2)

Cálculos adicionales del modelo:

$$d_c = D_c - 2r_c - \phi_{rty} = 60 - (2 * 5) - 0.95 = 49.05 \text{ cm}$$

$$b_c = B_c - 2r_c - \phi_{rtx} = 40 - (2 * 5) - 0.95 = 29.05 \text{ cm}$$

$$S' = s_c - \max(\phi_{rtx}, \phi_{rty}) = 12 - 0.95 = 11.05 \text{ cm}$$

Calculo del área de la parábola inefectiva:

$$W_x = \frac{b_c - \phi_{rtx} - 2\phi_{rpe} - (N_{rtx} - 1)\phi_{rpi}}{N_{rtx} - 1} = \frac{29.05 - 0.95 - 2 * 1.588 - (4 - 1) * 1.588}{4 - 1} = 6.72 \text{ cm} \quad \text{Espaciamiento libre entre barras longitudinales Dir. X}$$

$$W_y = \frac{d_c - \phi_{rty} - 2\phi_{rpe} - (N_{rty} - 1)\phi_{rpi}}{N_{rty} - 1} = \frac{49.05 - 0.95 - 2 * 1.588 - (2 - 1) * 1.588}{2 - 1} = 43.34 \text{ cm} \quad \text{Espaciamiento libre entre barras longitudinales Dir. Y}$$

$$A_{inaf} = 2(N_{rtx} - 1) * \frac{W_x^2}{6} + 2(N_{rty} - 1) * \frac{W_y^2}{6} = 2(4 - 1) * \frac{6.72^2}{6} + 2(2 - 1) * \frac{43.34^2}{6} = 671.28 \text{ cm}^2$$

Área total de parábolas

$$A_e = (b_c * d_c - A_{maf}) \left(1 - \frac{s'}{2*b_c}\right) \left(1 - \frac{s'}{2*d_c}\right) = (29.05 * 49.05 - 671.28) \left(1 - \frac{11.05}{2*29.05}\right) \left(1 - \frac{11.05}{2*49.05}\right) = 541.55 \text{ cm}^2 \text{ área efectiva}$$

$$\rho_{cc} = \frac{[\pi \cdot \phi_{pe}^2 + (N_{rp} - 4) \cdot \frac{\pi}{4} \cdot \phi_{rpi}^2]}{(d_c - \phi_{rty}) \cdot (b_c - \phi_{rtx})} = \frac{\pi \cdot 1.588^2 + (8 - 4) \cdot \frac{\pi}{4} \cdot 1.588^2}{(49.05 - 0.95) \cdot (29.05 - 0.95)} = 0.012 \text{ Relación del área de refuerzo longitudinal al núcleo confinado de concreto.}$$

$$A_{cc} = b_c * d_c * (1 - \rho_{cc}) = 29.05 * 49.05 (1 - 0.012) = 1.4078 \times 10^3 \text{ cm}^2 \text{ Área del núcleo de concreto, dimensiones medidas a ejes de los estribos.}$$

Coefficiente de confinamiento efectivo:

$$K_e = \frac{A_e}{A_{cc}} = \frac{541.55}{1407.8} = 0.385$$

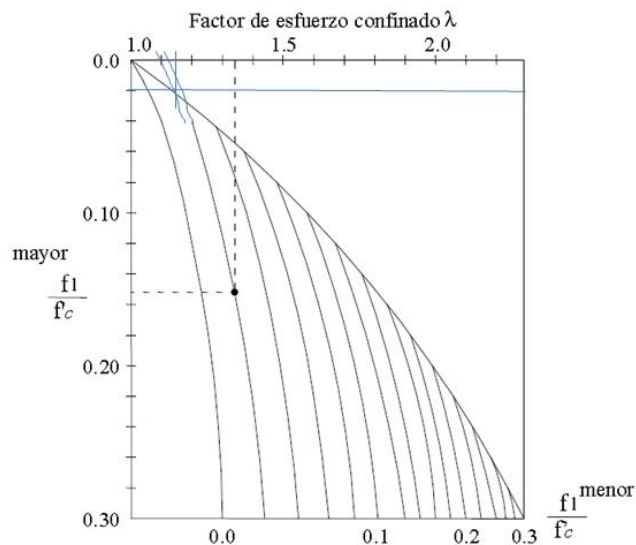
Calculo de la presión de confinamiento equivalente:

$$\rho_{sx} = \frac{N_{rtx} \cdot \pi \cdot \phi_{rtx}^2}{4 \cdot d_c \cdot s_c} = \frac{4 \cdot \pi \cdot 0.95^2}{4 \cdot 49.05 \cdot 12} = 4.82 \times 10^{-3} \text{ Relación del volumen de refuerzo transversal al volumen del núcleo de concreto confinado.}$$

$$\rho_{sy} = \frac{N_{rty} \cdot \pi \cdot \phi_{rty}^2}{4 \cdot b_c \cdot s_c} = \frac{2 \cdot \pi \cdot 0.95^2}{4 \cdot 29.05 \cdot 12} = 4.07 \times 10^{-3} \text{ Relación del volumen de refuerzo transversal al volumen del núcleo de concreto confinado.}$$

$$f_{1x} = \frac{1}{2} \cdot K_e \cdot \rho_{sx} \cdot f_{yh} = \frac{1}{2} * 0.385 * 4.82 \times 10^{-3} * 4200 = 3.90 \text{ kg/cm}^2 \text{ Esfuerzo de confinamiento en la dirección X}$$

$$f_{1y} = \frac{1}{2} \cdot K_e \cdot \rho_{sy} \cdot f_{yh} = \frac{1}{2} * 0.385 * 4.07 \times 10^{-3} * 4200 = 3.29 \text{ kg/cm}^2 \text{ Esfuerzo de confinamiento en la dirección Y}$$



$$\frac{f_{1x}}{f'_c} = \frac{3.90}{210} = 0.019$$

$$\frac{f_{1y}}{f'_c} = \frac{3.29}{210} = 0.016$$

$$\lambda = 1.15$$

Resistencia y deformación de compresión del concreto confinado:

$$f'_{cc} = f'_{co} * 1.15 = 210 * 1.15 = 241.5 \text{ kg/cm}^2$$

$$\varepsilon_{cc} = \varepsilon_{co} * \left[ 1 + 5 \left( \frac{f'_{cc}}{f'_{co}} + 1 \right) \right] = 0.002 * \left[ 1 + 5 \left( \frac{241.5}{210} + 1 \right) \right] = 3.5 \times 10^{-3}$$

$$\frac{\varepsilon_{cc}}{\varepsilon_{co}} = \frac{3.5 \times 10^{-3}}{0.002} = 1.75$$

Cálculos adicionales:

$$E_c = 15000 \sqrt{f'_{co}}$$

$$E_c = 15000 \sqrt{210} = 2.174 \times 10^5 \text{ kgf/cm}^2$$

$$E_{sec} = \frac{f'_{cc}}{\varepsilon_{cc}} = \frac{241.5}{3.5 \times 10^{-3}} = 6.9 \times 10^4 \text{ kgf/cm}^2$$

$$r = \frac{E_c}{E_c - E_{sec}} = \frac{2.174 \times 10^5}{2.174 \times 10^5 - 6.9 \times 10^4} = 1.46$$

Calculo de la deformación última del concreto:

$$\rho_s = \frac{\left( \pi \cdot \frac{\phi_{rtx}^2}{4} \cdot N_{rtx} \cdot d_c + \pi \cdot \frac{\phi_{rty}^2}{4} \cdot N_{rty} \cdot b_c \right)}{d_c \cdot b_c \cdot s_c} = \frac{\left( \pi x \frac{0.95^2}{4} x 4 x 49.05 + \pi \cdot \frac{0.95^2}{4} x 2 x 29.05 \right)}{49.05 x 29.05 x 12}$$

$$= 10.542 \times 10^{-3}$$

$$\varepsilon_{cu} = 0.004 + 0.0003 * \rho_s * \frac{f_{yh}}{\text{kg/cm}^2} = 0.004 + 0.0003 * 10.542 \times 10^{-3} * \frac{4200}{\text{kg/cm}^2}$$

$$= 0.017$$

$$\frac{\varepsilon_{cu}}{\varepsilon_{co}} = \frac{0.017}{0.002} = 8.5$$

Según mander la ecuación básica para la curva esfuerzo deformación:

$$f_c(\varepsilon_{cu}) = \frac{f'_{cc} * r \left( \frac{\varepsilon_{cu}}{\varepsilon_{cc}} \right)}{r - 1 + \left( \frac{\varepsilon_{cu}}{\varepsilon_{cc}} \right)^r}$$

$$f_c(0.017) = \frac{241.5 * 1.46 \left(\frac{0.017}{3.5 * 10^{-3}}\right)}{1.46 - 1 + \left(\frac{0.017}{3.5 * 10^{-3}}\right)^{1.46}} = 162.97$$

Cálculos adicionales del modelo:

$$d_c = D_c - 2r_c - \phi_{rty} = 60 - (2 * 5) - 0.95 = 49.05 \text{ cm}$$

$$b_c = B_c - 2r_c - \phi_{rtx} = 40 - (2 * 5) - 0.95 = 29.05 \text{ cm}$$

$$S' = s_c - \max(\phi_{rtx}, \phi_{rty}) = 12 - 0.95 = 11.05 \text{ cm}$$

Calculo del área de la parábola inefectiva:

$$W_x = \frac{b_c - \phi_{rtx} - 2\phi_{rpe} - (N_{rtx} - 1)\phi_{rpi}}{N_{rtx} - 1} = \frac{29.05 - 0.95 - 2 * 1.588 - (4 - 1) * 1.588}{4 - 1} = 6.72 \text{ cm}$$

Espaciamiento libre entre barras longitudinales Dir. X

$$W_y = \frac{d_c - \phi_{rty} - 2\phi_{rpe} - (N_{rty} - 1)\phi_{rpi}}{N_{rty} - 1} = \frac{49.05 - 0.95 - 2 * 1.588 - (2 - 1) * 1.588}{2 - 1} = 43.34 \text{ cm}$$

Espaciamiento libre entre barras longitudinales Dir. Y

$$A_{inaf} = 2(N_{rtx} - 1) * \frac{W_x^2}{6} + 2(N_{rty} - 1) * \frac{W_y^2}{6} = 2(4 - 1) * \frac{6.72^2}{6} + 2(2 - 1) * \frac{43.34^2}{6} = 671.28 \text{ cm}^2$$

Área total de parábolas

$$A_e = (b_c * d_c - A_{inaf}) \left(1 - \frac{S'}{2 * b_c}\right) \left(1 - \frac{S'}{2 * d_c}\right) = (29.05 * 49.05 - 671.28) \left(1 - \frac{11.05}{2 * 29.05}\right) \left(1 - \frac{11.05}{2 * 49.05}\right) = 541.55 \text{ cm}^2$$

área efectiva

$$\rho_{cc} = \frac{[\pi \cdot \phi_{rpe}^2 + (N_{rp} - 4) \cdot \frac{\pi}{4} \cdot \phi_{rpi}^2]}{(d_c - \phi_{rty}) \cdot (b_c - \phi_{rtx})} = \frac{\pi \cdot 1.588^2 + (8 - 4) \cdot \frac{\pi}{4} \cdot 1.588^2}{(49.05 - 0.95) \cdot (29.05 - 0.95)} = 0.012$$

Relación del área de refuerzo longitudinal al núcleo confinado de concreto.

$$A_{cc} = b_c * d_c * (1 - \rho_{cc}) = 29.05 * 49.05 (1 - 0.012) = 1.4078 * 10^3 \text{ cm}^2$$

Área del núcleo de concreto, dimensiones medidas a ejes de los estribos.

Coefficiente de confinamiento efectivo:



$$K_e = \frac{A_e}{A_{cc}} = \frac{541.55}{1407.8} = 0.385$$

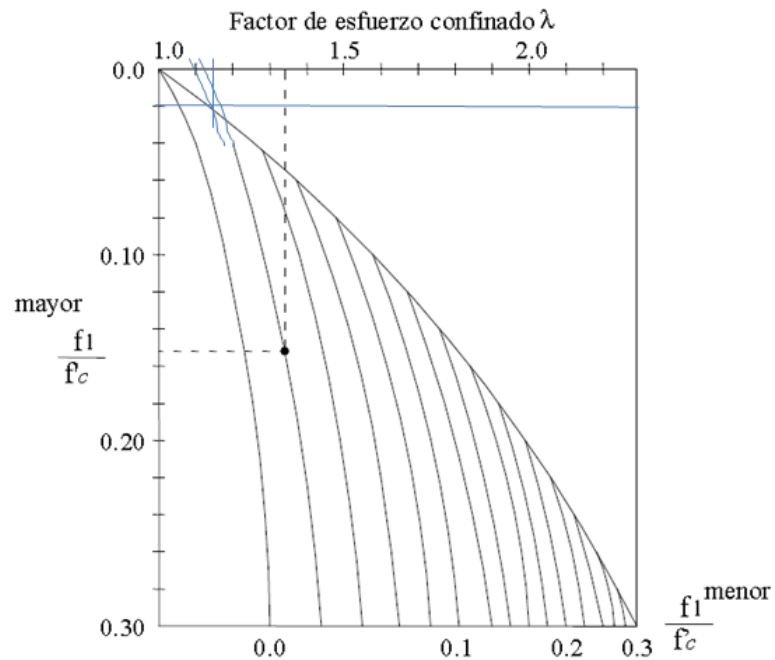
Calculo de la presión de confinamiento equivalente:

$$\rho_{sx} = \frac{N_{rtx} \cdot \pi \cdot \phi_{rtx}^2}{4 \cdot d_c \cdot s_c} = \frac{4 \cdot \pi \cdot 0.95^2}{4 \cdot 49.05 \cdot 12} = 4.82 \times 10^{-3} \quad \text{Relación del volumen de refuerzo transversal al volumen del núcleo de concreto confinado.}$$

$$\rho_{sy} = \frac{N_{rty} \cdot \pi \cdot \phi_{rty}^2}{4 \cdot b_c \cdot s_c} = \frac{2 \cdot \pi \cdot 0.95^2}{4 \cdot 29.05 \cdot 12} = 4.07 \times 10^{-3} \quad \text{Relación del volumen de refuerzo transversal al volumen del núcleo de concreto confinado.}$$

$$f_{1x} = \frac{1}{2} \cdot K_e \cdot \rho_{sx} \cdot f_{yh} = \frac{1}{2} \cdot 0.385 \cdot 4.82 \times 10^{-3} \cdot 4200 = 3.90 \text{ kg/cm}^2 \quad \text{Esfuerzo de confinamiento en la dirección X}$$

$$f_{1y} = \frac{1}{2} \cdot K_e \cdot \rho_{sy} \cdot f_{yh} = \frac{1}{2} \cdot 0.385 \cdot 4.07 \times 10^{-3} \cdot 4200 = 3.29 \text{ kg/cm}^2 \quad \text{Esfuerzo de confinamiento en la dirección Y}$$



$$\frac{f_{1x}}{f'_c} = \frac{3.90}{210} = 0.019$$

$$\frac{f_{1y}}{f'_c} = \frac{3.29}{210} = 0.016$$

$$\lambda = 1.15$$

Resistencia y deformación de compresión del concreto confinado:

$$f'_{cc} = f'_{co} * 1.15 = 210 * 1.15 = 241.5 \text{ kg/cm}^2$$

$$\varepsilon_{cc} = \varepsilon_{co} * \left[ 1 + 5 \left( \frac{f'_{cc}}{f'_{co}} + 1 \right) \right] = 0.002 * \left[ 1 + 5 \left( \frac{241.5}{210} + -1 \right) \right] = 3.5x10^{-3}$$

$$\frac{\varepsilon_{cc}}{\varepsilon_{co}} = \frac{3.5x10^{-3}}{0.002} = 1.75$$

Cálculos adicionales:

$$E_c = 15000\sqrt{f'_{co}}$$

$$E_c = 15000\sqrt{210} = 2.174x10^5 \text{ kgf/cm}^2$$

$$E_{sec} = \frac{f'_{cc}}{\varepsilon_{cc}} = \frac{241.5}{3.5x10^{-3}} = 6.9x10^4 \text{ kgf/cm}^2$$

$$r = \frac{E_c}{E_c - E_{sec}} = \frac{2.174x10^5}{2.174x10^5 - 6.9x10^4} = 1.46$$

Calculo de la deformación última del concreto:

$$\rho_s = \frac{\left( \pi \cdot \frac{\phi_{rtx}^2}{4} \cdot N_{rtx} \cdot d_c + \pi \cdot \frac{\phi_{rty}^2}{4} \cdot N_{rty} \cdot b_c \right)}{d_c \cdot b_c \cdot s_c} = \frac{\left( \pi x \frac{0.95^2}{4} x 4x49.05 + \pi \cdot \frac{0.95^2}{4} x 2x29.05 \right)}{49.05x29.05x12}$$

$$= 10.542x10^{-3}$$

$$\varepsilon_{cu} = 0.004 + 0.0003 * \rho_s * \frac{f_{yh}}{\text{kg/cm}^2} = 0.004 + 0.0003 * 10.542x10^{-3} * \frac{4200}{\text{kg/cm}^2}$$

$$= 0.017$$

$$\frac{\varepsilon_{cu}}{\varepsilon_{co}} = \frac{0.017}{0.002} = 8.5$$

Según mander la ecuación básica para la curva esfuerzo deformación:

$$f_c(\varepsilon_{cu}) = \frac{f'_{cc} * r \left( \frac{\varepsilon_{cu}}{\varepsilon_{cc}} \right)}{r - 1 + \left( \frac{\varepsilon_{cu}}{\varepsilon_{cc}} \right)^r}$$

$$f_c(0.017) = \frac{241.5 * 1.46 \left(\frac{0.017}{3.5 \times 10^{-3}}\right)}{1.46 - 1 + \left(\frac{0.017}{3.5 \times 10^{-3}}\right)^{1.46}} = 162.9$$

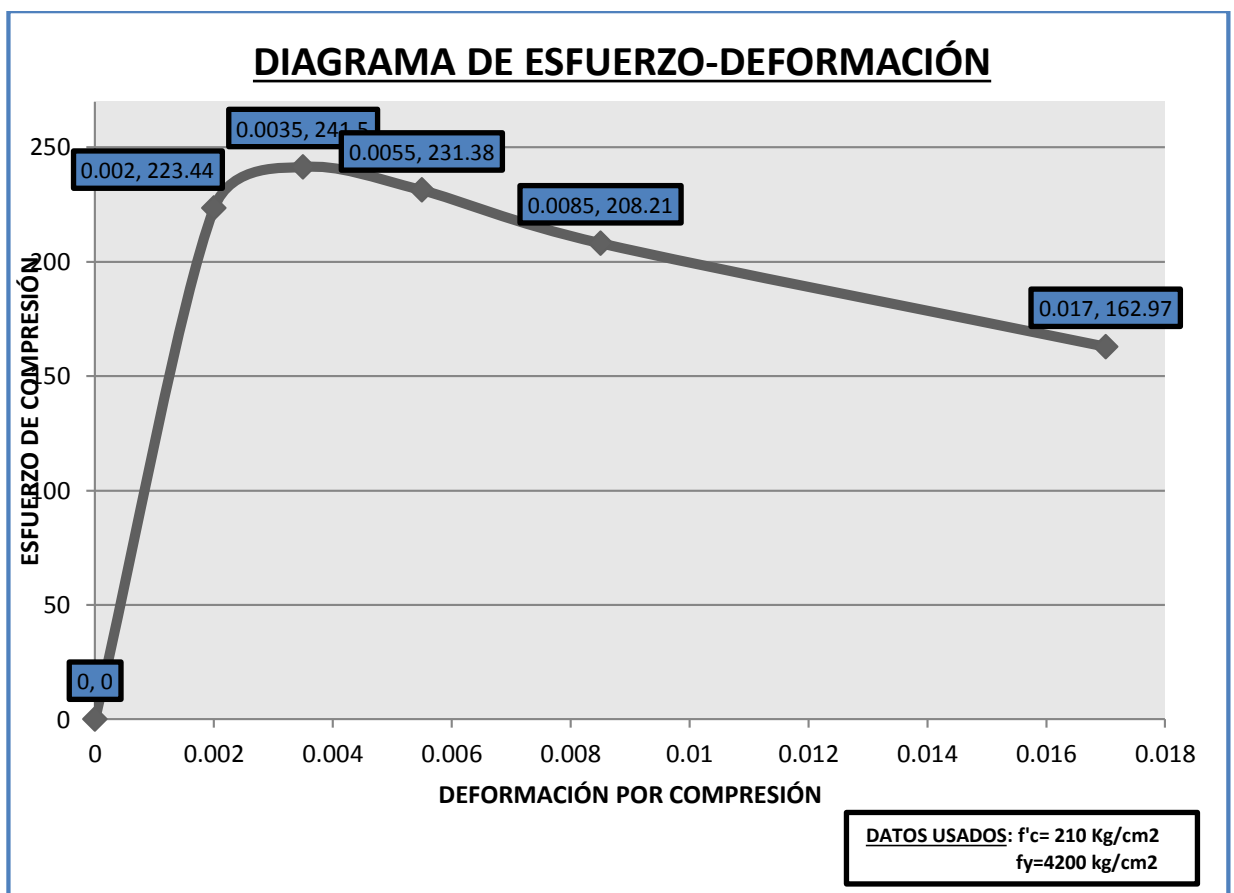
Calculo de otros puntos:

$$f_c(\varepsilon_{cu}) = \frac{f'_{cc} * r \left(\frac{\varepsilon_{cu}}{\varepsilon_{cc}}\right)}{r - 1 + \left(\frac{\varepsilon_{cu}}{\varepsilon_{cc}}\right)^r}$$

$$f_c(0.002) = \frac{241.5 * 1.46 \left(\frac{0.002}{3.5 \times 10^{-3}}\right)}{1.46 - 1 + \left(\frac{0.002}{3.5 \times 10^{-3}}\right)^{1.46}} = 223.44$$

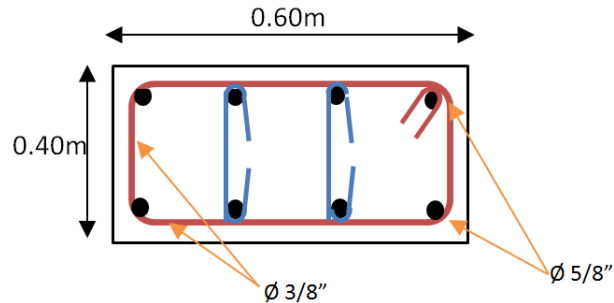
$$f_c(0.0055) = \frac{241.5 * 1.46 \left(\frac{0.0055}{3.5 \times 10^{-3}}\right)}{1.46 - 1 + \left(\frac{0.0055}{3.5 \times 10^{-3}}\right)^{1.46}} = 231.38$$

$$f_c(0.0085) = \frac{241.5 * 1.46 \left(\frac{0.0085}{3.5 \times 10^{-3}}\right)}{1.46 - 1 + \left(\frac{0.0085}{3.5 \times 10^{-3}}\right)^{1.46}} = 2208.21$$



Fuente: Propia del tesista

### Ejercicio 6: Modelo Mander para el concreto- viga confinado



Datos:

$$f'_{co} = 300 \text{ kg/cm}$$

Resistencia a la compresión del concreto no confinado

$$\varepsilon_{co} = 0.002$$

Deformación correspondiente a la resistencia máxima del concreto no confinado

$$f_{yh} = 4200 \text{ kg/cm}^2$$

Esfuerzo de fluencia del refuerzo transversal

Características geométricas:

$$D_c = 0.60m$$

Lado mayor de la columna

$$B_c = 0.40m$$

Lado menor de la columna

$$r_c = 0.05m$$

Recubrimiento

$$S_c = 0.12m$$

Espaciamiento estribos

Características del reforzamiento:

$$\phi_{rpe} = 15.88 \text{ mm}$$

Diámetro de refuerzo principal (esquina)

$$\phi_{rpi} = 15.88 \text{ mm}$$

Diámetro de refuerzo principal (inferior)

$$N_{rp} = 8$$

Número total de varillas longitudinales

$$\phi_{rtx} = 9.5 \text{ mm}$$

Diámetro de estribo (dirección x)

$$N_{rtx} = 4$$

Número de secciones de estribos en x (Min 2)

$$\phi_{rty} = 9.5 \text{ mm}$$

Diámetro de estribo (dirección y)

$$N_{rty} = 2$$

Número de secciones de estribos en y (Min 2)

Cálculos adicionales del modelo:

$$d_c = D_c - 2r_c - \phi_{rty} = 60 - (2 * 5) - 0.95 = 49.05 \text{ cm}$$

$$b_c = B_c - 2r_c - \phi_{rtx} = 40 - (2 * 5) - 0.95 = 29.05 \text{ cm}$$

$$s' = s_c - \max(\phi_{rtx}, \phi_{rty}) = 12 - 0.95 = 11.05 \text{ cm}$$

Calculo del área de la parábola inefectiva:

$$W_x = \frac{b_c - \phi_{rtx} - 2\phi_{rpe} - (N_{rtx} - 1)\phi_{rpi}}{N_{rtx} - 1} = \frac{29.05 - 0.95 - 2 * 1.588 - (4 - 1) * 1.588}{4 - 1} = 6.72 \text{ cm} \quad \text{Espaciamiento libre entre barras longitudinales Dir. X}$$

$$W_y = \frac{d_c - \phi_{rty} - 2\phi_{rpe} - (N_{rty} - 1)\phi_{rpi}}{N_{rty} - 1} = \frac{49.05 - 0.95 - 2 * 1.588 - (2 - 1) * 1.588}{2 - 1} = 43.34 \text{ cm} \quad \text{Espaciamiento libre entre barras longitudinales Dir. Y}$$

$$A_{inaf} = 2(N_{rtx} - 1) * \frac{W_x^2}{6} + 2(N_{rty} - 1) * \frac{W_y^2}{6} = 2(4 - 1) * \frac{6.72^2}{6} + 2(2 - 1) * \frac{43.34^2}{6} = 671.28 \text{ cm}^2$$

Área total de parábolas

$$A_e = (b_c * d_c - A_{inaf}) \left(1 - \frac{s'}{2 * b_c}\right) \left(1 - \frac{s'}{2 * d_c}\right) = (29.05 * 49.05 - 671.28) \left(1 - \frac{11.05}{2 * 29.05}\right) \left(1 - \frac{11.05}{2 * 49.05}\right) = 541.55 \text{ cm}^2 \quad \text{área efectiva}$$

$$\rho_{cc} = \frac{[\pi \cdot \phi_{rpe}^2 + (N_{rpe} - 4) \cdot \frac{\pi}{4} \cdot \phi_{rpi}^2]}{(d_c - \phi_{rty}) \cdot (b_c - \phi_{rtx})} = \frac{\pi \cdot 1.588^2 + (8 - 4) \cdot \frac{\pi}{4} \cdot 1.588^2}{(49.05 - 0.95) \cdot (29.05 - 0.95)} = 0.012 \quad \text{Relación del área de refuerzo longitudinal al núcleo confinado de concreto.}$$

$$A_{cc} = b_c * d_c * (1 - \rho_{cc}) = 29.05 * 49.05 (1 - 0.012) = 1.4078 \times 10^3 \text{ cm}^2 \quad \text{Área del núcleo de concreto, dimensiones medidas a ejes de los estribos.}$$

Coefficiente de confinamiento efectivo:

$$K_e = \frac{A_e}{A_{cc}} = \frac{541.55}{1407.8} = 0.385$$

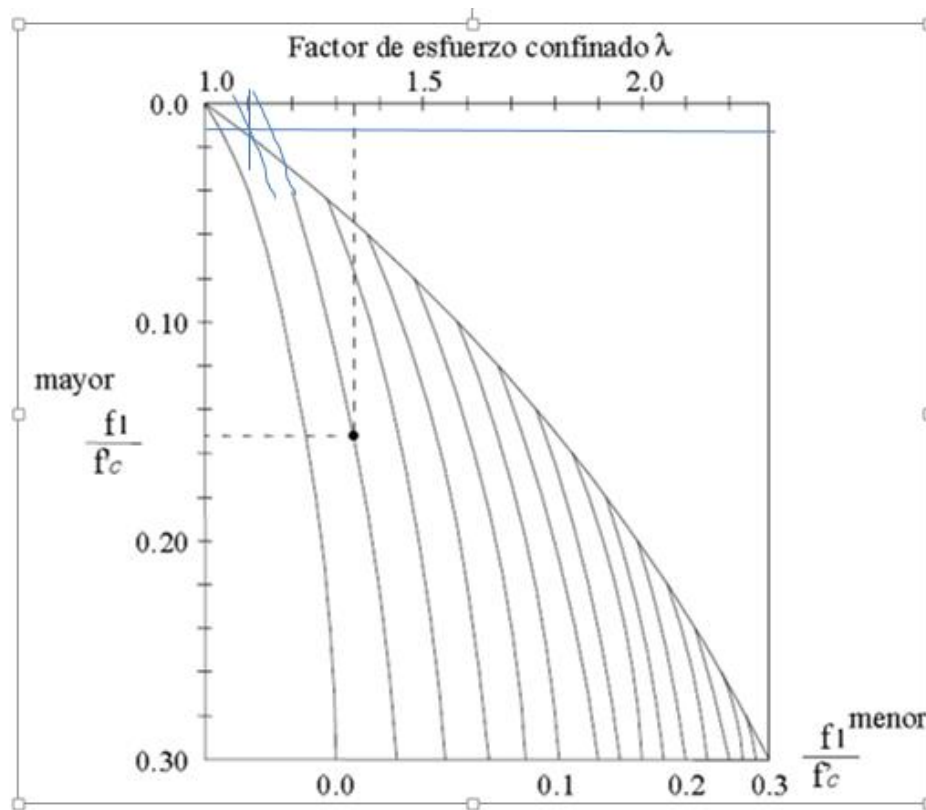
Calculo de la presión de confinamiento equivalente:

$$\rho_{sx} = \frac{N_{rtx} \cdot \pi \cdot \phi_{rtx}^2}{4 \cdot d_c \cdot s_c} = \frac{4 \cdot \pi \cdot 0.95^2}{4 \cdot 49.05 \cdot 12} = 4.82 \times 10^{-3} \quad \text{Relación del volumen de refuerzo transversal al volumen del núcleo de concreto confinado.}$$

$$\rho_{sy} = \frac{N_{rty} \cdot \pi \cdot \phi_{rty}^2}{4 \cdot b_c \cdot s_c} = \frac{2 \cdot \pi \cdot 0.95^2}{4 \cdot 29.05 \cdot 12} = 4.07 \times 10^{-3} \quad \text{Relación del volumen de refuerzo transversal al volumen del núcleo de concreto confinado.}$$

$$f_{1x} = \frac{1}{2} \cdot K_e \cdot \rho_{sx} \cdot f_{yh} = \frac{1}{2} \cdot 0.385 \cdot 4.82 \times 10^{-3} \cdot 4200 = 3.90 \text{ kg/cm}^2 \quad \text{Esfuerzo de confinamiento en la dirección X}$$

$$f_{1y} = \frac{1}{2} \cdot K_e \cdot \rho_{sy} \cdot f_{yh} = \frac{1}{2} \cdot 0.385 \cdot 4.07 \times 10^{-3} \cdot 4200 = 3.29 \text{ kg/cm}^2 \quad \text{Esfuerzo de confinamiento en la dirección Y}$$



$$\frac{f_{1x}}{f'_c} = \frac{3.90}{300} = 0.013$$

$$\frac{f_{1y}}{f'_c} = \frac{3.29}{300} = 0.011$$

$$\lambda = 1.1$$

Resistencia y deformación de compresión del concreto confinado:

$$f'_{cc} = f'_{co} * 1.1 = 300 * 1.1 = 330 \text{ kg/cm}^2$$

$$\varepsilon_{cc} = \varepsilon_{co} * \left[ 1 + 5 \left( \frac{f'_{cc}}{f'_{co}} + 1 \right) \right] = 0.002 * \left[ 1 + 5 \left( \frac{330}{300} + 1 \right) \right] = 3.0x10^{-3}$$

$$\frac{\varepsilon_{cc}}{\varepsilon_{co}} = \frac{3.0x10^{-3}}{0.002} = 1.5$$

Cálculos adicionales:

$$E_C = 15000\sqrt{f'_{co}}$$

$$E_C = 15000\sqrt{300} = 2.598x10^5 \text{ kgf/cm}^2$$

$$E_{sec} = \frac{f'_{cc}}{\varepsilon_{cc}} = \frac{330}{3.0x10^{-3}} = 11x10^4 \text{ kgf/cm}^2$$

$$r = \frac{E_C}{E_C - E_{sec}} = \frac{2.598x10^5}{2.598x10^5 - 11x10^4} = 1.73$$

Calculo de la deformación última del concreto:

$$\rho_s = \frac{\left( \pi \cdot \frac{\phi_{rtx}^2}{4} \cdot N_{rtx} \cdot d_c + \pi \cdot \frac{\phi_{rty}^2}{4} \cdot N_{rty} \cdot b_c \right)}{d_c \cdot b_c \cdot s_c} = \frac{\left( \pi x \frac{0.95^2}{4} x 4x49.05 + \pi \cdot \frac{0.95^2}{4} x 2x29.05 \right)}{49.05x29.05x12}$$

$$= 10.542x10^{-3}$$

$$\varepsilon_{cu} = 0.004 + 0.0003 * \rho_s * \frac{f_{yh}}{\text{kg/cm}^2} = 0.004 + 0.0003 * 10.542x10^{-3} * \frac{4200}{\text{kg/cm}^2}$$

$$= 0.017$$

$$\frac{\varepsilon_{cu}}{\varepsilon_{co}} = \frac{0.017}{0.002} = 8.5$$

Según mander la ecuación básica para la curva esfuerzo deformación:

$$fc(\varepsilon_{cu}) = \frac{f'_{cc} * r \left( \frac{\varepsilon_{cu}}{\varepsilon_{cc}} \right)}{r - 1 + \left( \frac{\varepsilon_{cu}}{\varepsilon_{cc}} \right)^r}$$

$$f_c(0.017) = \frac{330 * 1.73 \left(\frac{0.017}{3.0 \times 10^{-3}}\right)}{1.73 - 1 + \left(\frac{0.017}{3.0 \times 10^{-3}}\right)^{1.73}} = 155.29$$

Cálculos adicionales del modelo:

$$d_c = D_c - 2r_c - \phi_{rty} = 60 - (2 * 5) - 0.95 = 49.05 \text{ cm}$$

$$b_c = B_c - 2r_c - \phi_{rtx} = 40 - (2 * 5) - 0.95 = 29.05 \text{ cm}$$

$$S' = s_c - \max(\phi_{rtx}, \phi_{rty}) = 12 - 0.95 = 11.05 \text{ cm}$$

Calculo del área de la parábola inefectiva:

$$W_x = \frac{b_c - \phi_{rtx} - 2\phi_{rpe} - (N_{rtx} - 1)\phi_{rpi}}{N_{rtx} - 1} = \frac{29.05 - 0.95 - 2 * 1.588 - (4 - 1) * 1.588}{4 - 1} = 6.72 \text{ cm} \quad \text{Espaciamiento libre entre barras longitudinales Dir. X}$$

$$W_y = \frac{d_c - \phi_{rty} - 2\phi_{rpe} - (N_{rty} - 1)\phi_{rpi}}{N_{rty} - 1} = \frac{49.05 - 0.95 - 2 * 1.588 - (2 - 1) * 1.588}{2 - 1} = 43.34 \text{ cm} \quad \text{Espaciamiento libre entre barras longitudinales Dir. Y}$$

$$A_{inaf} = 2(N_{rtx} - 1) * \frac{W_x^2}{6} + 2(N_{rty} - 1) * \frac{W_y^2}{6} = 2(4 - 1) * \frac{6.72^2}{6} + 2(2 - 1) * \frac{43.34^2}{6} = 671.28 \text{ cm}^2$$

Área total de parábolas

$$A_e = (b_c * d_c - A_{inaf}) \left(1 - \frac{S'}{2 * b_c}\right) \left(1 - \frac{S'}{2 * d_c}\right) = (29.05 * 49.05 - 671.28) \left(1 - \frac{11.05}{2 * 29.05}\right) \left(1 - \frac{11.05}{2 * 49.05}\right) = 541.55 \text{ cm}^2 \quad \text{área efectiva}$$

$$\rho_{cc} = \frac{[\pi \cdot \phi_{rpe}^2 + (N_{rp} - 4) \cdot \frac{\pi}{4} \cdot \phi_{rpi}^2]}{(d_c - \phi_{rty}) \cdot (b_c - \phi_{rtx})} = \frac{\pi \cdot 1.588^2 + (8 - 4) \cdot \frac{\pi}{4} \cdot 1.588^2}{(49.05 - 0.95) \cdot (29.05 - 0.95)} = 0.012 \quad \text{Relación del área de refuerzo longitudinal al núcleo confinado de concreto.}$$

$$A_{cc} = b_c * d_c * (1 - \rho_{cc}) = 29.05 * 49.05 (1 - 0.012) = 1.4078 \times 10^3 \text{ cm}^2 \quad \text{Área del núcleo de concreto, dimensiones medidas a ejes de los estribos.}$$

Coficiente de confinamiento efectivo:



$$K_e = \frac{A_e}{A_{cc}} = \frac{541.55}{1407.8} = 0.385$$

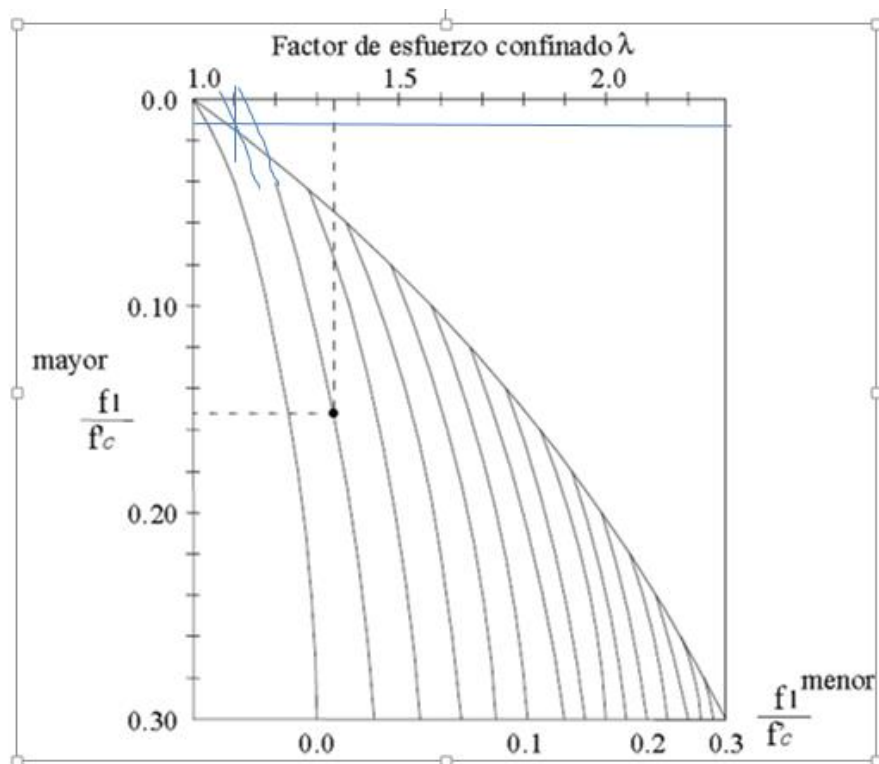
Calculo de la presión de confinamiento equivalente:

$$\rho_{sx} = \frac{N_{rtx} \cdot \pi \cdot \phi_{rtx}^2}{4 \cdot d_c \cdot s_c} = \frac{4 \cdot \pi \cdot 0.95^2}{4 \cdot 49.05 \cdot 12} = 4.82 \times 10^{-3} \quad \text{Relación del volumen de refuerzo transversal al volumen del núcleo de concreto confinado.}$$

$$\rho_{sy} = \frac{N_{rty} \cdot \pi \cdot \phi_{rty}^2}{4 \cdot b_c \cdot s_c} = \frac{2 \cdot \pi \cdot 0.95^2}{4 \cdot 29.05 \cdot 12} = 4.07 \times 10^{-3} \quad \text{Relación del volumen de refuerzo transversal al volumen del núcleo de concreto confinado.}$$

$$f_{1x} = \frac{1}{2} \cdot K_e \cdot \rho_{sx} \cdot f_{yh} = \frac{1}{2} \cdot 0.385 \cdot 4.82 \times 10^{-3} \cdot 4200 = 3.90 \text{ kg/cm}^2 \quad \text{Esfuerzo de confinamiento en la dirección X}$$

$$f_{1y} = \frac{1}{2} \cdot K_e \cdot \rho_{sy} \cdot f_{yh} = \frac{1}{2} \cdot 0.385 \cdot 4.07 \times 10^{-3} \cdot 4200 = 3.29 \text{ kg/cm}^2 \quad \text{Esfuerzo de confinamiento en la dirección Y}$$



$$\frac{f_{1x}}{f'_c} = \frac{3.90}{300} = 0.013$$

$$\frac{f_{1y}}{f'_c} = \frac{3.29}{300} = 0.011$$

$$\lambda = 1.1$$

Resistencia y deformacion de compresion del concreto confinado:

$$f'_{cc} = f'_{co} * 1.1 = 300 * 1.1 = 330 \text{ kg/cm}^2$$

$$\varepsilon_{cc} = \varepsilon_{co} * \left[ 1 + 5 \left( \frac{f'_{cc}}{f'_{co}} + 1 \right) \right] = 0.002 * \left[ 1 + 5 \left( \frac{330}{300} + 1 \right) \right] = 3.0 \times 10^{-3}$$

$$\frac{\varepsilon_{cc}}{\varepsilon_{co}} = \frac{3.0 \times 10^{-3}}{0.002} = 1.5$$

Cálculos adicionales:

$$E_C = 15000 \sqrt{f'_{co}}$$

$$E_C = 15000 \sqrt{300} = 2.598 \times 10^5 \text{ kgf/cm}^2$$

$$E_{sec} = \frac{f'_{cc}}{\varepsilon_{cc}} = \frac{330}{3.0 \times 10^{-3}} = 11 \times 10^4 \text{ kgf/cm}^2$$

$$r = \frac{E_C}{E_C - E_{sec}} = \frac{2.598 \times 10^5}{2.598 \times 10^5 - 11 \times 10^4} = 1.73$$

Calculo de la deformación última del concreto:

$$\rho_s = \frac{\left( \pi \cdot \frac{\phi_{rtx}^2}{4} \cdot N_{rtx} \cdot d_c + \pi \cdot \frac{\phi_{rty}^2}{4} \cdot N_{rty} \cdot b_c \right)}{d_c \cdot b_c \cdot s_c} = \frac{\left( \pi x \frac{0.95^2}{4} x 4 x 49.05 + \pi \cdot \frac{0.95^2}{4} x 2 x 29.05 \right)}{49.05 x 29.05 x 12}$$

$$= 10.542 \times 10^{-3}$$

$$\varepsilon_{cu} = 0.004 + 0.0003 * \rho_s * \frac{f_{yh}}{\text{kg/cm}^2} = 0.004 + 0.0003 * 10.542 \times 10^{-3} * \frac{4200}{\text{kg/cm}^2}$$

$$= 0.017$$

$$\frac{\varepsilon_{cu}}{\varepsilon_{co}} = \frac{0.017}{0.002} = 8.5$$

Según mander la ecuación básica para la curva esfuerzo deformación:

$$f_c(\varepsilon_{cu}) = \frac{f'_{cc} * r \left(\frac{\varepsilon_{cu}}{\varepsilon_{cc}}\right)}{r - 1 + \left(\frac{\varepsilon_{cu}}{\varepsilon_{cc}}\right)^r}$$

$$f_c(0.017) = \frac{330 * 1.73 \left(\frac{0.017}{3.0 \times 10^{-3}}\right)}{1.73 - 1 + \left(\frac{0.017}{3.0 \times 10^{-3}}\right)^{1.73}} = 155.29$$

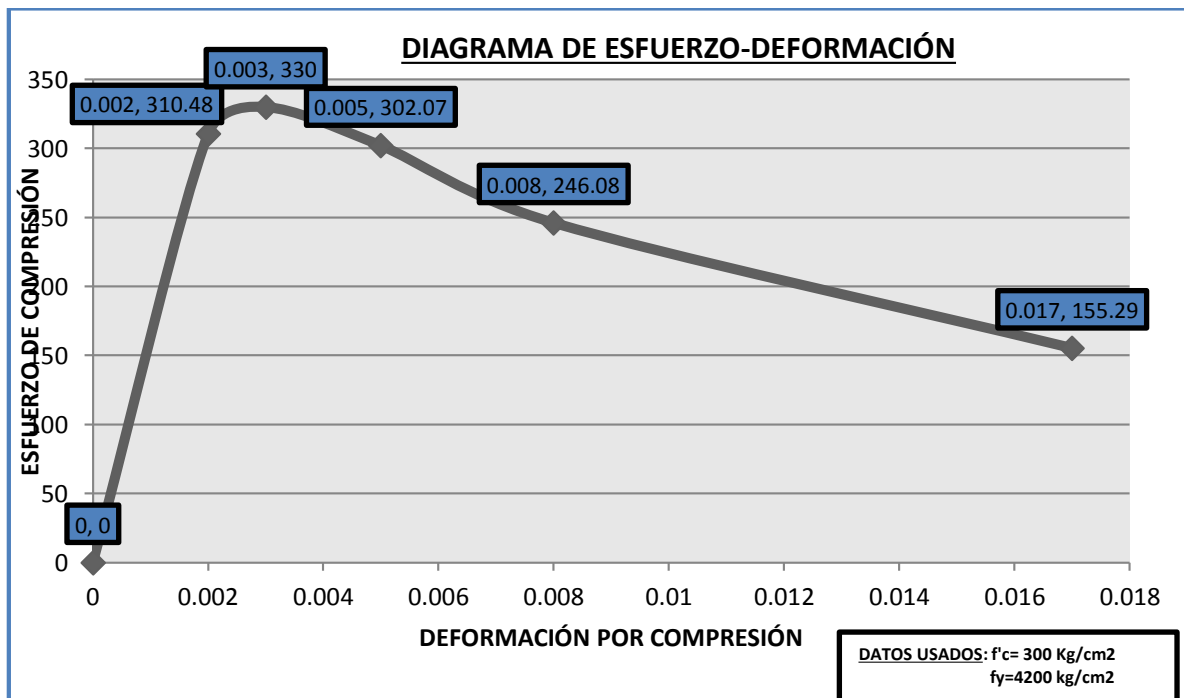
Calculo de otros puntos:

$$f_c(\varepsilon_{cu}) = \frac{f'_{cc} * r \left(\frac{\varepsilon_{cu}}{\varepsilon_{cc}}\right)}{r - 1 + \left(\frac{\varepsilon_{cu}}{\varepsilon_{cc}}\right)^r}$$

$$f_c(0.002) = \frac{330 * 1.73 \left(\frac{0.002}{3.0 \times 10^{-3}}\right)}{1.73 - 1 + \left(\frac{0.002}{3.0 \times 10^{-3}}\right)^{1.73}} = 310.48$$

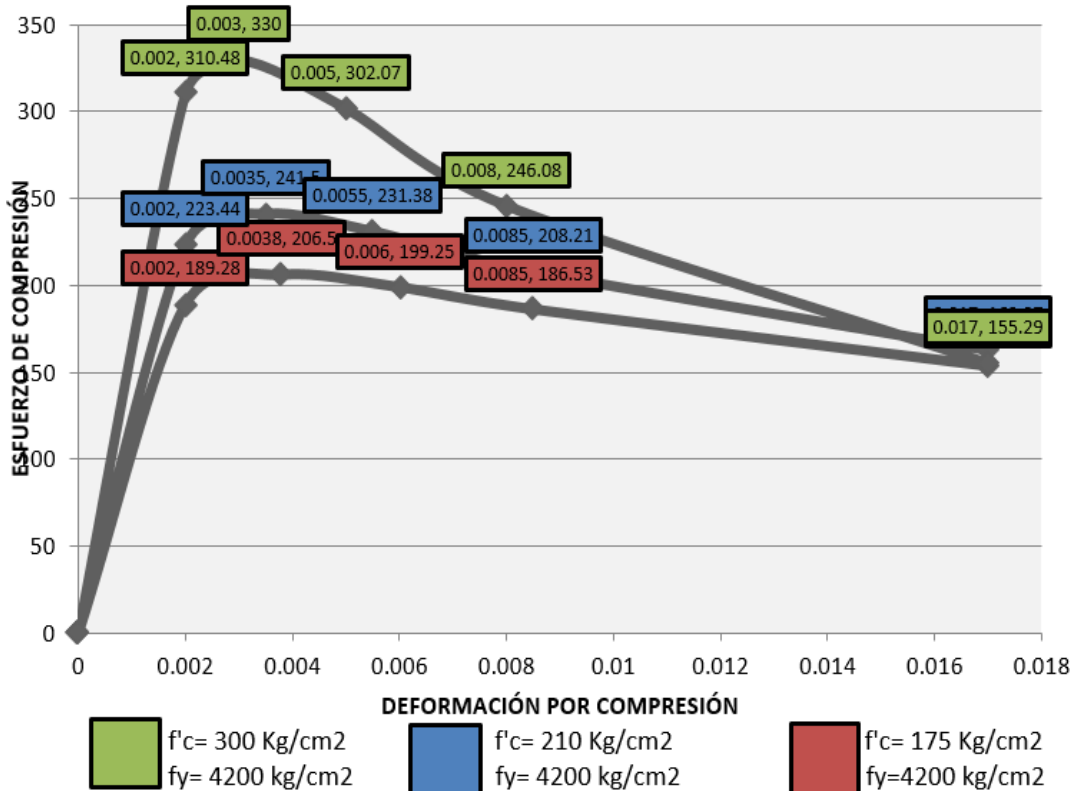
$$f_c(0.005) = \frac{330 * 1.73 \left(\frac{0.005}{3.0 \times 10^{-3}}\right)}{1.73 - 1 + \left(\frac{0.005}{3.0 \times 10^{-3}}\right)^{1.73}} = 302.07$$

$$f_c(0.008) = \frac{330 * 1.73 \left(\frac{0.008}{3.0 \times 10^{-3}}\right)}{1.73 - 1 + \left(\frac{0.008}{3.0 \times 10^{-3}}\right)^{1.73}} = 246.08$$



Fuente: Propia del tesista

### COMPARACIÓN DE DIAGRAMA DE ESFUERZO-DEFORMACIÓN

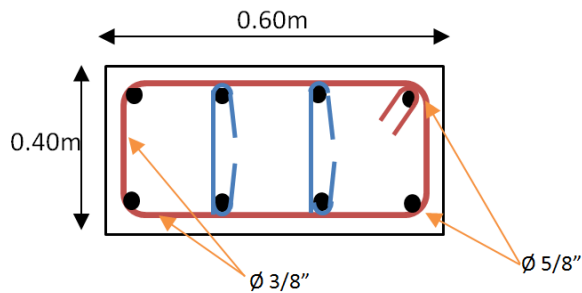


Fuente: Propia del tesista

## CAPITULO 4:

### 4.1. DESARROLLO DE EJERCICIOS APLICANDO SOFTWARES (SAP 200 y ETABS)

#### **Ejercicio 01: Modelo de Mander- Viga Confinado**



Datos:

$f'_{co} = 210 \text{ kg/cm}$  Resistencia a la compresión del concreto no confinado

$\varepsilon_{co} = 0.002$  Deformación correspondiente a la resistencia máxima del concreto no confinado

$f_{yh} = 4200 \text{ kg/cm}^2$  Esfuerzo de fluencia del refuerzo transversal

Características geométricas:

$D_c = 0.60m$  Lado menor de la columna

$B_c = 0.40m$  Lado mayor de la columna

$r_c = 0.05m$  Recubrimiento

$S_c = 0.12m$  Espaciamiento estribos

Características del reforzamiento:

$\phi_{rpe} = 12.7mm$  Diámetro de refuerzo principal (esquina)

$\phi_{rpi} = 12.7mm$  Diámetro de refuerzo principal (inferior)

$N_{rp} = 8$  Número total de varillas longitudinales

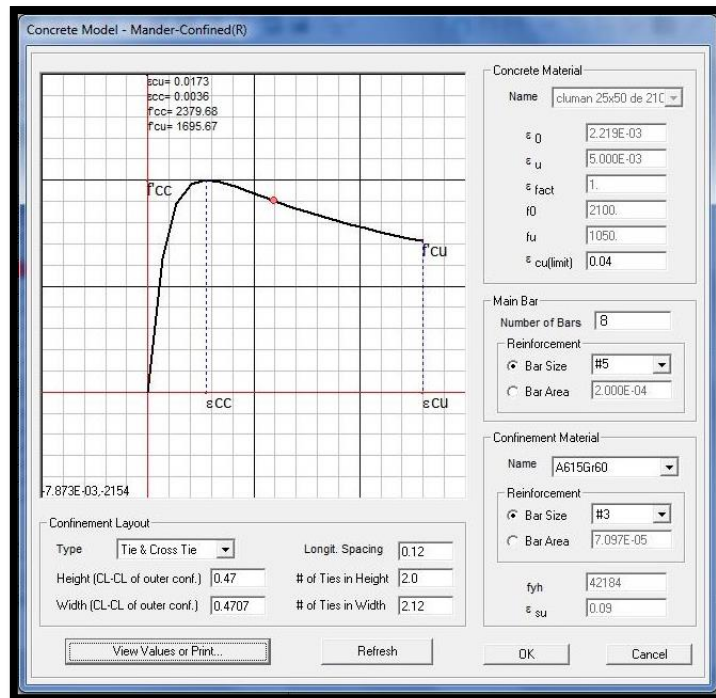
$\phi_{rtx} = 9.5mm$  Diámetro de estribo (dirección x)

$N_{rtx} = 4$  Número de secciones de estribos en x (Min 2)

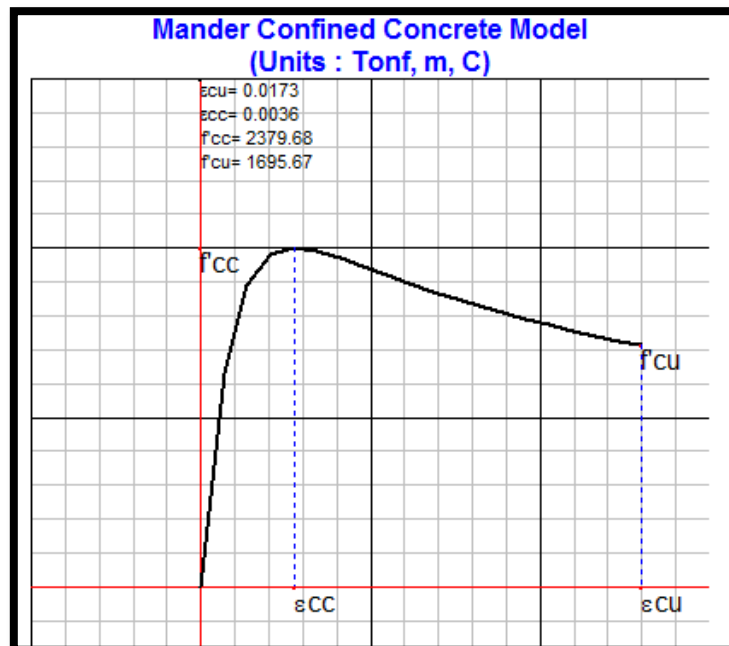
$\phi_{rty} = 9.5mm$  Diámetro de estribo (dirección y)

$N_{rty} = 2$  Número de secciones de estribos en y (Min 2)

## Utilizando SAP 2000



Fuente: Propia del tesista



Fuente: Propia del tesista

Point	Strain	Stress
1.	0.	0.
2.	9.081E-04	1496.5334
3.	1.816E-03	2118.0944
4.	2.724E-03	2331.5841
5.	3.632E-03	2379.6839
6.	4.540E-03	2359.9193
7.	5.449E-03	2312.3641
8.	6.357E-03	2254.3587
9.	7.265E-03	2193.7095
10.	8.173E-03	2133.9805
11.	9.081E-03	2076.7563
12.	9.989E-03	2022.6667
13.	0.0109	1971.8739
14.	0.0118	1924.3131
15.	0.0127	1879.8136
16.	0.0136	1838.1621
17.	0.0145	1799.1343
18.	0.0154	1762.5116
19.	0.0163	1728.0881
20.	0.0173	1695.6747

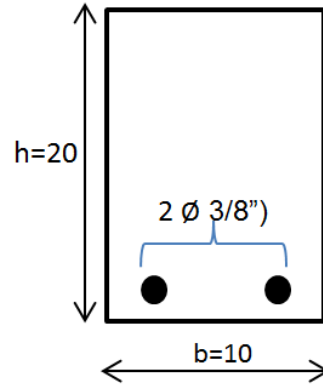
Fuente: Propia del tesista

**Comparación de cálculos desarrollados manualmente con el software sap2000:**

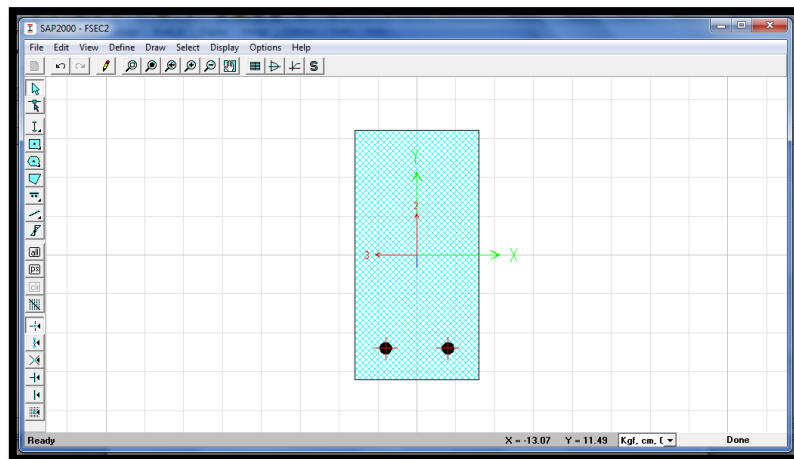
Cálculos manualmente				Cálculos con software			
	f'c		ec		f'c		ec
	0		0		0		0
	223.44		0.002		220		0.002
f'cc	241.5	ecu	0.0035	f'cc	237.96	ecu	0.0036
	231.38		0.0055		238.2		0.0055
	208.21		0.0085		209.77		0.0085
f'cu	162.97	ecu	0.017	f'cu	169.56	ecu	0.0173

### Ejercicio 3: Modelo de Hognested, viga no confinada

Datos:

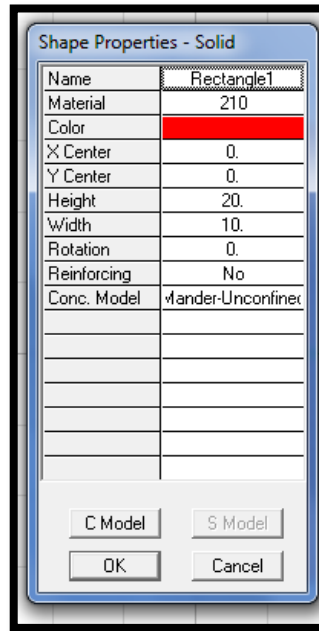
$$f'_c = 210 \text{ kg/cm}$$
$$f_{y(36)} = 4200 \text{ kg/cm}^2$$
$$E_s = 2 \times 10^6 \text{ kg/cm}^2$$
$$E_c = 217370 \text{ kg/cm}^2$$
$$A_s = 1.42 \text{ cm}^2$$


### Utilización de softwareSAP 2000:

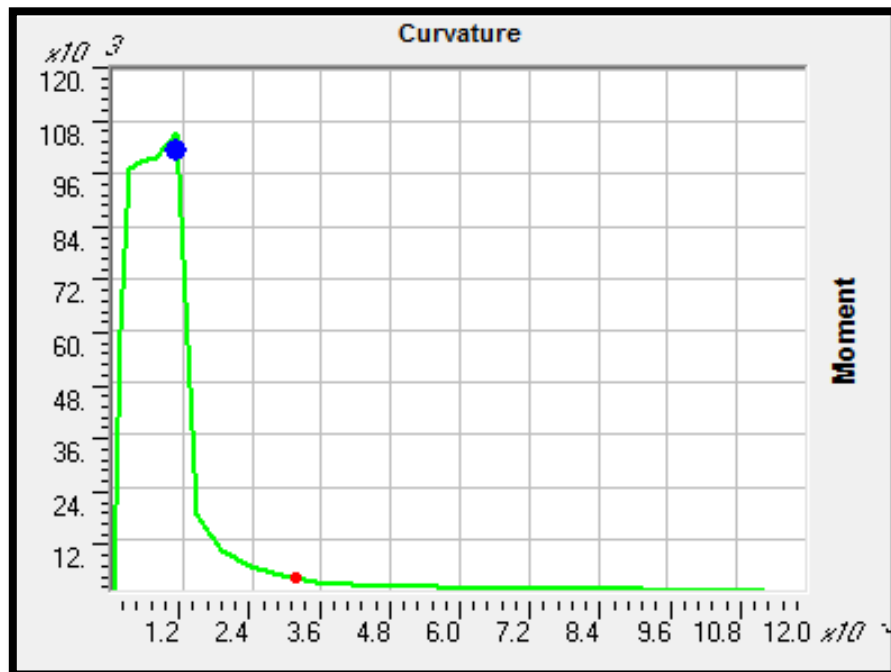


Fuente: Propia del tesista





Fuente: Propia del tesista

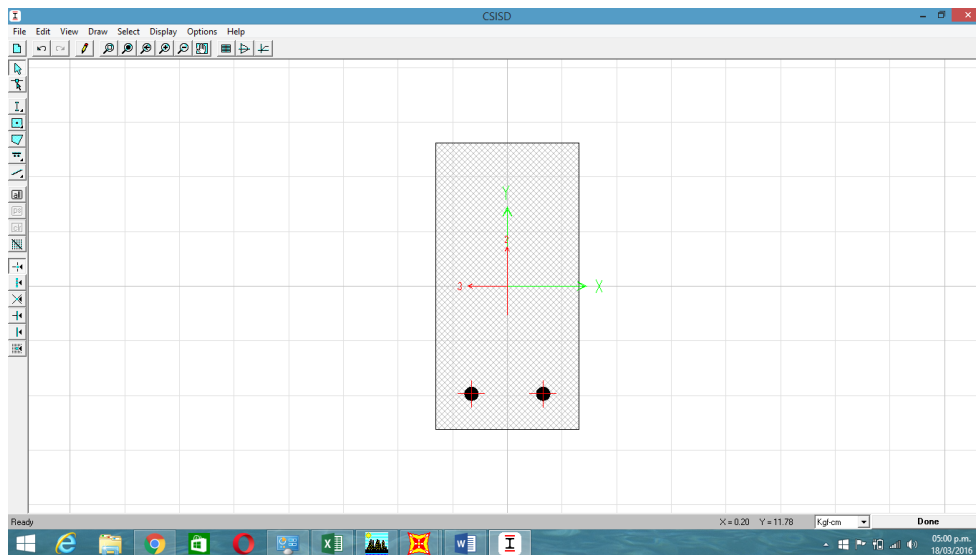


Fuente: Propia del tesista

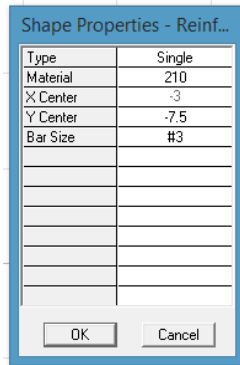
Curvature	Moment
0	0.
0.000115	60174
0.000287	94236
0.000517	92714
0.000804	93489
0.001148	93874
0.00145	10972

Fuente: Propia del tesista

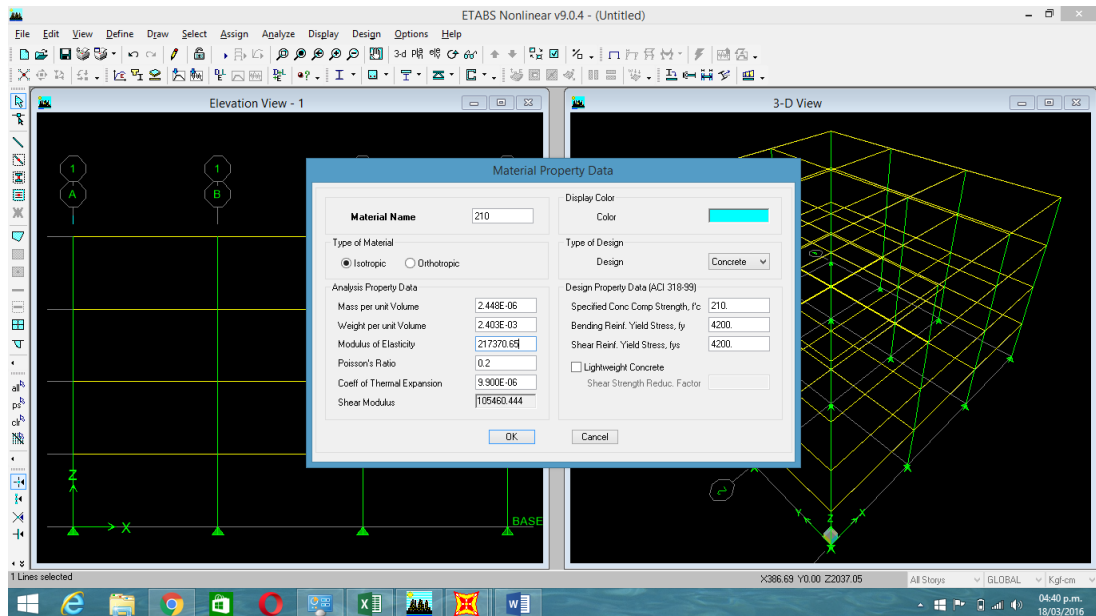
### Utilización de software ETABS:



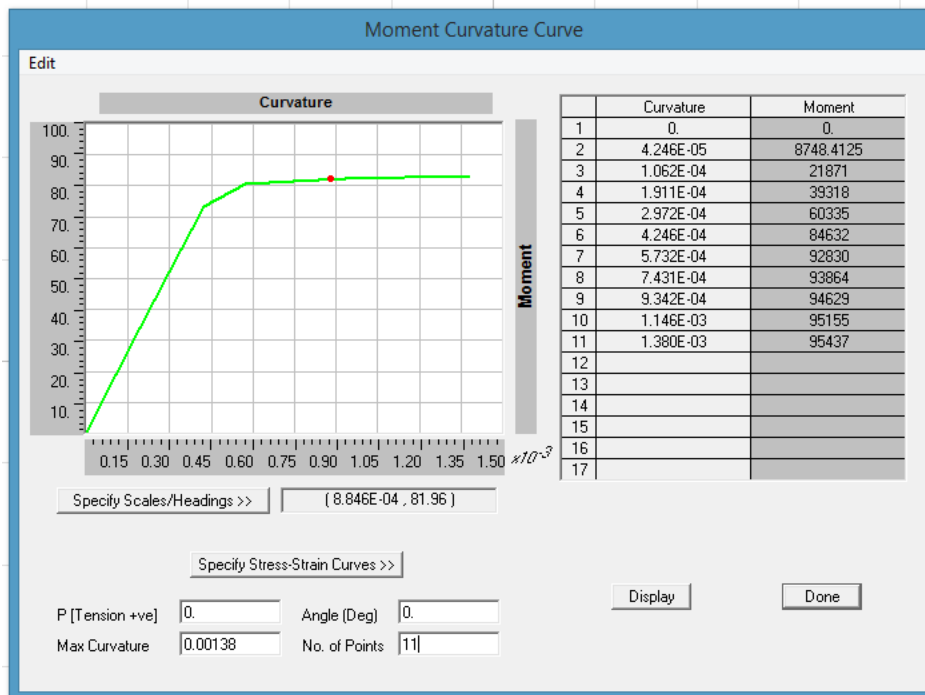
Fuente: Propia del tesista



Fuente: Propia del tesista



Fuente: Propia del tesista



Fuente: Propia del tesista

	Curvature	Moment
1	0	0
2	4.25E-05	8748.4125
3	1.06E-04	31871
4	1.91E-04	69318
5	2.97E-04	70335
6	4.25E-04	84632
7	5.73E-04	92830
8	7.43E-04	93864
9	9.34E-04	94629
10	1.15E-03	95155
11	1.380E-03	95437

Comparación de cálculos desarrollados manualmente con software:

Calculo manual		Cálculos con SAP 2000		ETABS	
Curvatura	Momento	Curvatura	Momento	Curvatura	Momento
0	0	0	0	0	0

0.000147	0.87	0.000115	0.6017	0.000191	0.69318
0.000496	0.92	0.000287	0.9423	0.000425	0.8463
0.000909	0.93	0.000517	0.9271	0.000934	0.94629
0.00138	0.94	0.00145	10.97	0.00138	0.95437

#### Ejercicio 4: modelo de Hognested, viga no confinada

Datos:

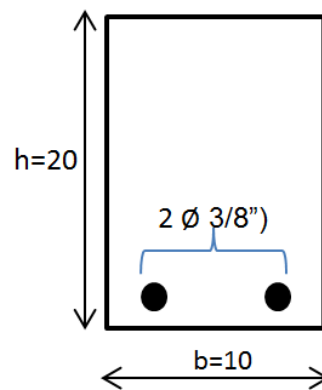
$$f'_c = 300 \text{ kg/cm}$$

$$f_{y(36)} = 4200 \text{ kg/cm}^2$$

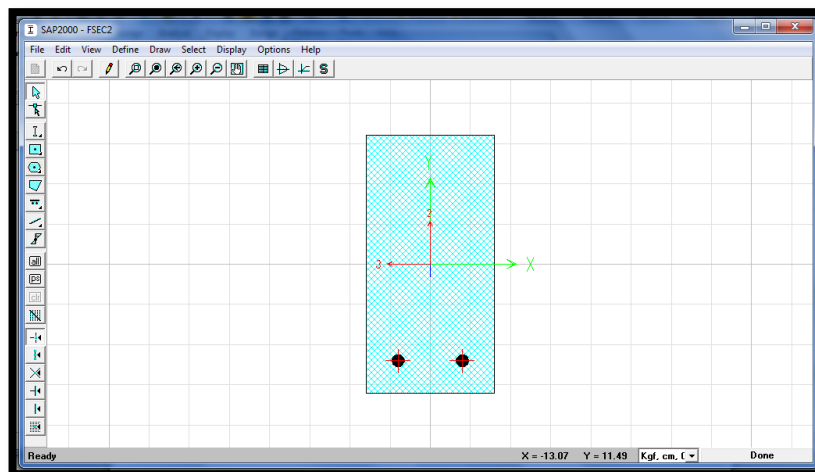
$$E_s = 2 \times 10^6 \text{ kg/cm}^2$$

$$E_c = 217370 \text{ kg/cm}^2$$

$$A_s = 1.42 \text{ cm}^2$$



Utilización de software SAP 2000:



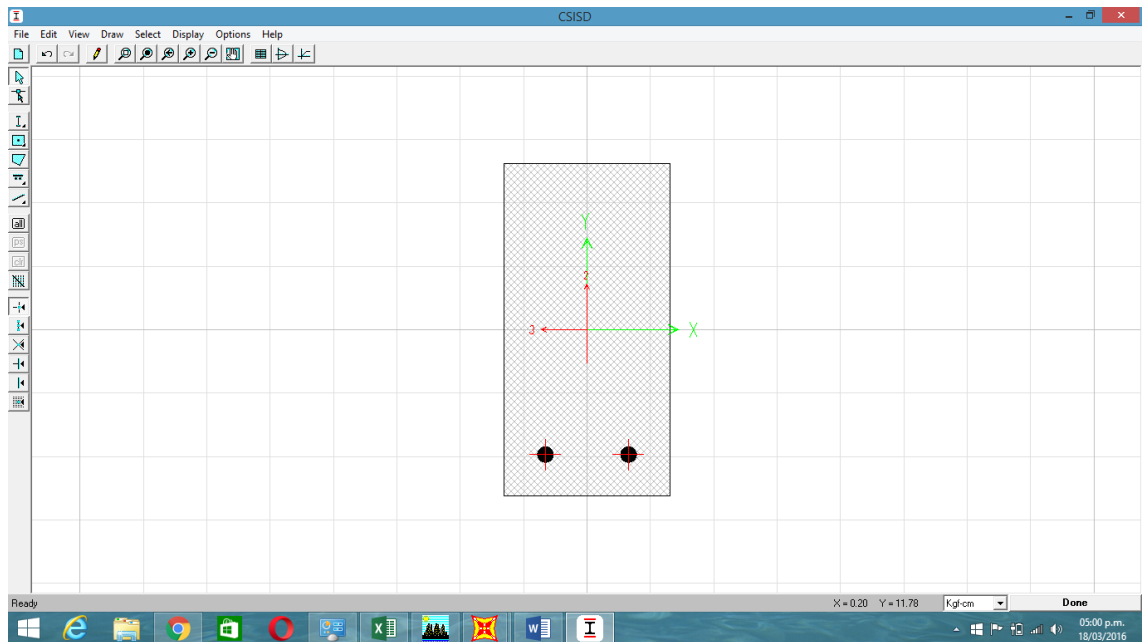
Fuente: Propia del tesista



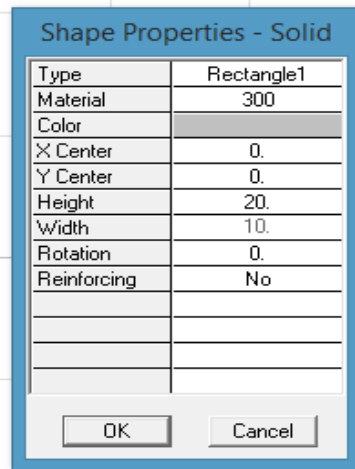
Curvature	Moment
0	0.
0.0001077	58156
0.0002691	95610
0.0004844	97079
0.0007536	97837
0.001077	101549
0.001453	13807
0.001884	7497.6358
0.002368	4429.1447
0.002907	2775.292
0.003499	1837.1507
0.004145	1261.6165
0.004844	890.2529
0.005598	637.9311
0.006406	504.7108
0.007267	380.0021
0.008182	294.2091
0.009151	230.8882
0.0102	183.5519
0.0113	147.6193

Fuente: Propia del tesista

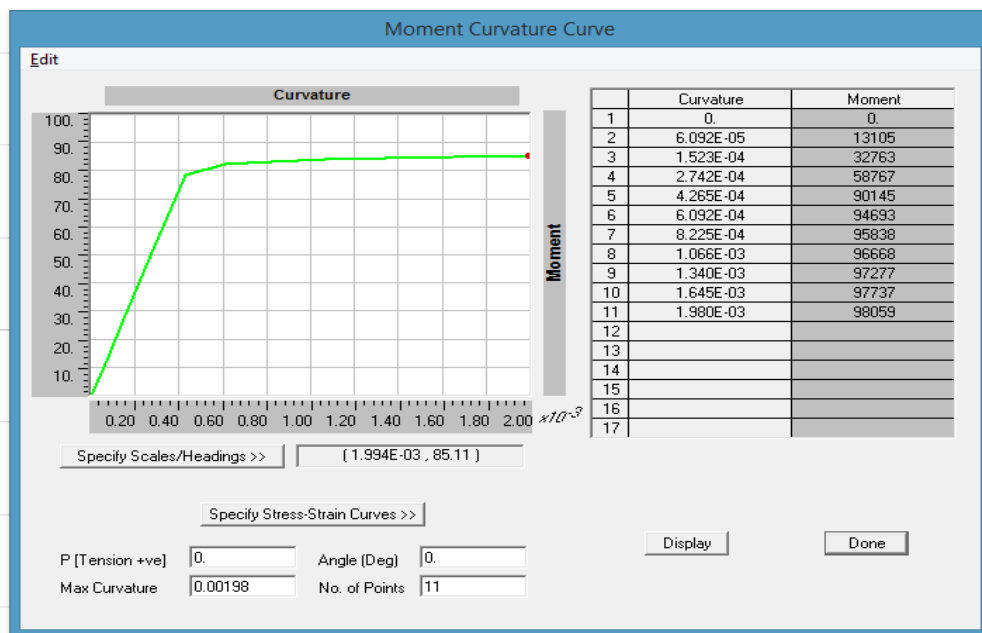
### Utilización de software ETABS:



Fuente: Propia del tesista



Fuente: Propia del tesista



Fuente: Propia del tesista

	Curvature	Moment
1	0.	0.
2	6.092E-05	13105
3	1.523E-04	32763
4	2.742E-04	88767
5	4.265E-04	91145



6	6.092E-04	94693
7	8.225E-04	95838
8	1.066E-03	96668
9	1.340E-03	97277
10	1.645E-03	97737
11	1.980E-03	98059

**Comparación de cálculos desarrollados manualmente con los software:**

Calculo manual		Cálculos con SAP 2000		ETABS	
Curvatura	Momento	Curvatura	Momento	Curvatura	Momento
0	0	0	0	0	0
0.00021	0.91	0.00027	0.9473	0.0002742	0.88767
0.000671	0.94	0.000623	0.9747	0.0006092	0.9469
0.0013	0.96	0.00131	0.98	0.00134	0.9727
0.00198	0.96	0.00187	1.015	0.00198	0.98

**Ejercicio 5: Hognestad para el Concreto- Columna no confinado**

**Utilización de software ETABS**

**Datos:**

$$f'_c = 210 \text{ kg/cm}$$

$$f_y = 4200 \text{ kg/cm}^2$$

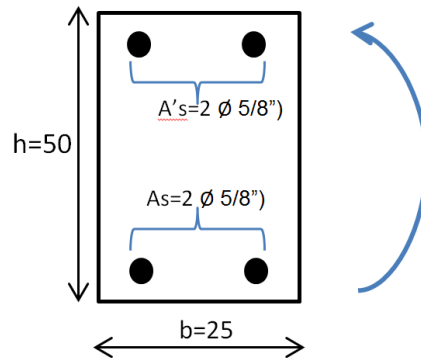
$$P = 100 \text{ Tn}$$

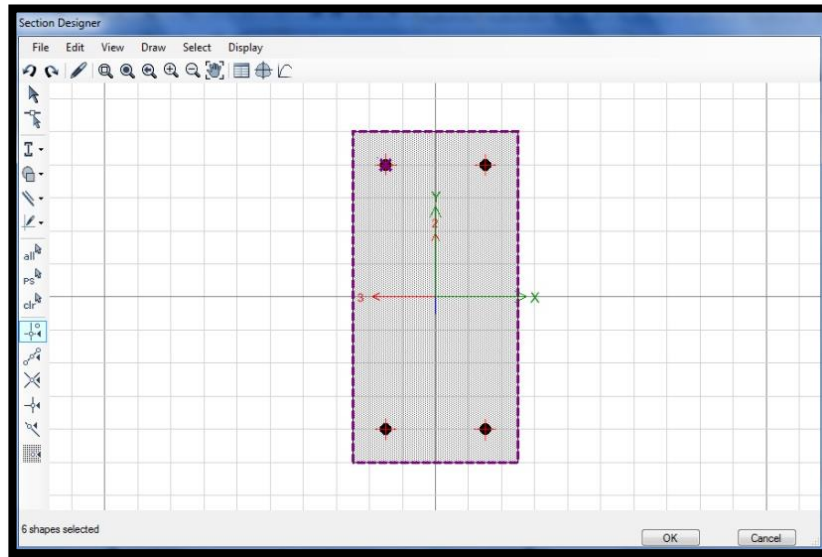
$$E_s = 2 \times 10^6 \text{ kg/cm}^2$$

$$E_c = 217370 \text{ kg/cm}^2$$

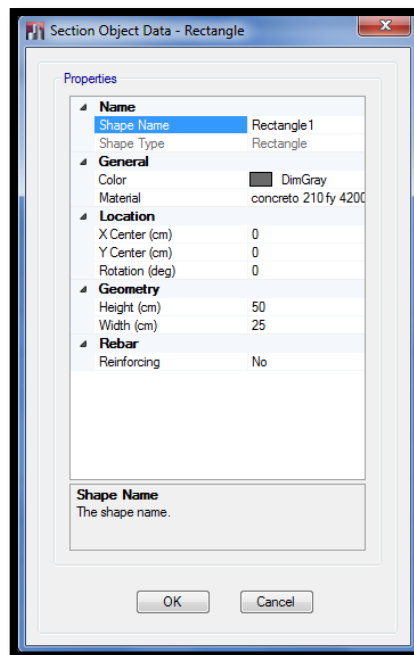
$$A_s = 3.96 \text{ cm}^2$$

$$A'_s = 3.96 \text{ cm}^2$$

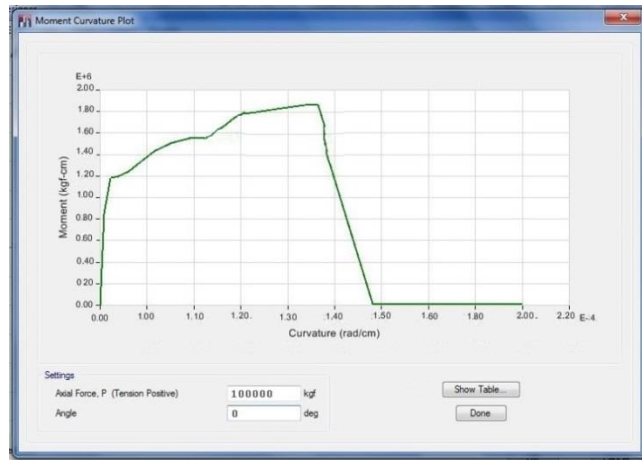




Fuente: Propia del tesista



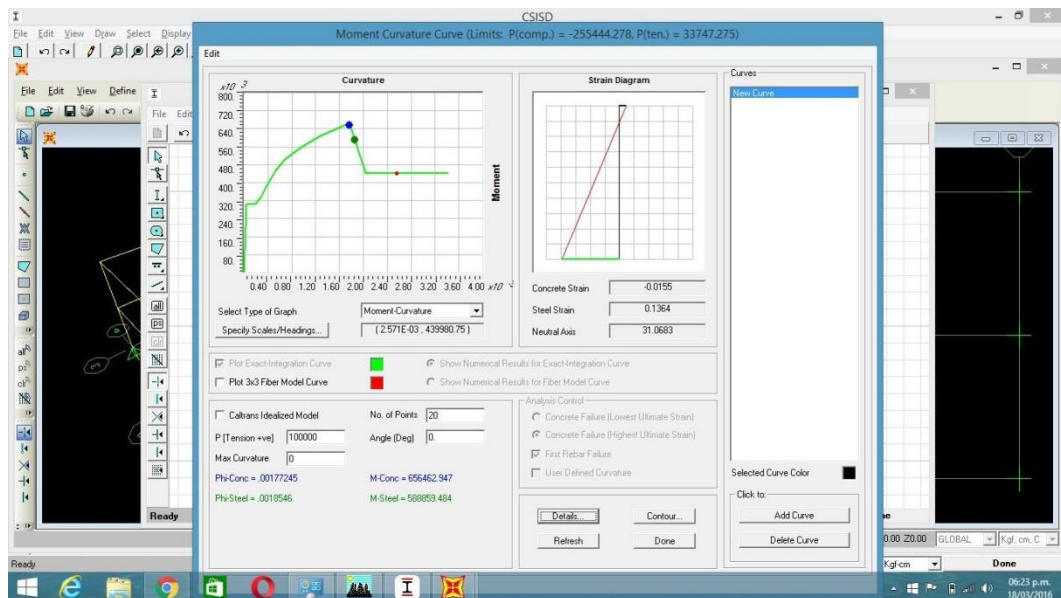
Fuente: Propia del tesista



Fuente: Propia del tesista

TABLE: MomentCurvature Data"		
Point	Moment	Curvature
	kgf-cm	rad/cm
1	0	0
2	653000	1.00E-05
3	1125000	2.33E-05
4	2477000	0.000135
5	1772000	0.000149

Utilización de software SAP 2000:



Fuente: Propia del tesista

Curvature	Moment
0	0
0.00001762	83336
0.0000274	109768
0.00003915	119659
0.00005285	146378
0.00006851	152822
0.0001012	209090
0.0001057	210346
0.0001172	225683
0.0001207	235467
0.0001462	175364

**Comparación de cálculos desarrollados manualmente con los software:**

Calculo manual		Cálculos con SAP 2000		ETABS	
Curvatura	Momento	Curvatura	Momento	Curvatura	Momento
0	0	0	0	0	0
0.0000234	10.87	0.0000274	10.97	0.0000233	11.25
0.0000722	14.49	0.00006851	15.28		
0.000109	20.8	0.0001057	21.03		
0.000119	21.05	0.0001207	23.54	0.000135	24.77
0.000147	17.51	0.0001462	17.536	0.000149	17.72

**CONCLUSIONES Y BIBLIOGRAFIA**

**CONCLUSIONES**

**IMPORTANCIA DE LA CURVA ESFUERZO – DEFORMACION DEL CONCRETO**

- La consideración de las características de la curva esfuerzo – deformación de los miembros es necesario porque no debe ocurrir la falla frágil de los miembros. En el caso extremo de que una estructura se cargue hasta la falla, debe poder desarrollar grandes deflexiones bajo cargas cercanas a la máxima, lo que puede salvar vidas al advertir la falla e impedir el desplome total.

**SE HA DETERMINADO LOS VALORES DE DUCTILIDAD SIGUIENTES**

- En los ejemplos se diferencia las ductilidades como se observa en el cuadro, por tanto se ha demostrado que los aceros transversales proporcionan mayor ductilidad a la sección permitiendo un mejor desempeño del elemento.

Caso 1: en vigas

f'c kg/cm2	Fy kg/cm2	Ductilidad
210	2530	6.21

210	3515	9.43
210	4200	9.49

- Y en el caso de las ductilidades variando la resistencia del concreto este proporciona mayor ductilidad a la sección con un valor promedio.

Caso1: en vigas

f'c kg/cm2	Fy kg/cm2	Ductilidad
175	4200	9.43
210	4200	9.47
300	4200	9.54

- Y en el caso de columnas las ductilidades varió a causa de las cargas aplicadas como se observa en el cuadro.

f'c kg/cm2	Fy kg/cm2	Carga P (Ton)	Ductilidad	M.U.
210	4200	0	2.93	15.5
210	4200	20	3.62	16.16
210	4200	40	4.42	16.78
210	4200	60	5.16	17.29
210	4200	80	5.81	17.57
210	4200	100	6.28	17.61

- Las secciones con alto porcentaje de acero tienden a necesitar mayor refuerzo transversal, por lo tanto es muy probable que una sección con alto porcentaje de acero presente una falla de tipo frágil, lo cual se puede evitar si se le proporciona un confinamiento adecuado.

#### COMPARACION DE RESULTADOS MANUALMENTE Y CON SOFTWARE

- Se realizó la comparación de los resultados manualmente y con software (SAP2000 y Etabs) donde se apreció que los resultados son muy parecidos, aceptando las mínimas variaciones debido a los decimales y otros factores.

MODELO DE HOGNESTED-VIGA NO CONFINADA					
Calculo manual		Cálculos con SAP 2000		ETABS	
Curvatura	Momento	Curvatura	Momento	Curvatura	Momento
0	0	0	0	0	0
0.000147	0.87	0.000115	0.6017	0.000191	0.69318
0.000496	0.92	0.000287	0.9423	0.000425	0.8463
0.000909	0.93	0.000517	0.9271	0.000934	0.94629
0.00138	0.94	0.00145	10.97	0.00138	0.95437

MODELO MANDER-VIGA CONFINADA							
Cálculos manualmente				Cálculos con software			
	f'c		ec		f'c		ec
	0		0		0		0
	223.44		0.002		220		0.002
f'cc	241.5	ecu	0.0035	f'cc	237.96	ecu	0.0036
	231.38		0.0055		238.2		0.0055
	208.21		0.0085		209.77		0.0085
f'cu	162.97	ecu	0.017	f'cu	169.56	ecu	0.0173

**INFORMACION DE EJERCICIOS APLICATIVOS, PARA QUE LOS ALUMNOS DE PREGRADO, UTILICEN PARA REALIZAR SUS DISEÑOS RESPECTIVOS**

- Con los ejercicios desarrollados manualmente y con software, los alumnos de Pre-Grado estarán en la capacidad de diseñar de mejor manera los elementos estructurales de concreto armado tanto para vigas y columnas.

## **RECOMENDACIONES**

- Se recomienda que posterior al cálculo y diseño de toda estructura, se realice el análisis de la relación momento – curvatura de cada uno de sus elementos o por lo menos de los más críticos; de manera que se pueda conocer el comportamiento real de cada elemento y de acuerdo a ello se determine si el elemento presenta un desempeño adecuado.
- Se recomienda facilitar el presente trabajo, a todos los estudiantes de la Facultad de Ingeniería Civil y a quienes se interesen por ahondar en el estudio, pues es muy probable que les sea de utilidad para el ejercicio profesional o para investigaciones futuras.
- Se recomienda que la temática presentada sea incluida en el silabus universitario en un futuro próximo, ya que es importante encaminar a los profesionales a diseñar estructuras dúctiles y más económicas.

## BIBLIOGRAFÍA

- *R. Park y T. Paulay.* (1986), **“Estructuras de Concreto Armado”**, 3ra Edición Págs. 201-277.
- *Henry J. Cowan.* (1981) **“Diseño de estructuras de concreto reforzado”**, 1ra edición.
- *Medina Robalino, Christian,* (2012) **“Estudio de la Relación Momento – Curvatura como herramienta para entender el comportamiento de secciones de hormigón armado”** Tesis de Grado, Universidad Técnica de Ambato-Ecuador.
- *Allauca Sanchez, Leonidas* (2006) **“Desempeño Sísmico de un edificio aporticado de cinco pisos diseñado con las normas peruanas de edificaciones”** Tesis de Grado, Pontificia Universidad Católica del Perú.
- *Gabaldon Castillo, Felipe* (1999) **“Métodos de elementos finitos mixtos con deformaciones supuestas en elastoplasticidad”** Tesis Doctoral, Universidad Politécnica de Madrid.
- Pág. Web: [http://www.issuu.com/quillermosantana/docs/concreto\\_estructural\\_-\\_parte-i](http://www.issuu.com/quillermosantana/docs/concreto_estructural_-_parte-i), (2015).